

## *¿Por qué los problemas matemáticos no pueden ser divertidos?<sup>1</sup>*

José Enrique Devesa Carpio \*  
María del Carmen Domingo Juan\*\*

### RESUMEN

En el presente trabajo se pretende resaltar la importancia que tiene, para el proceso de aprendizaje, proponer un nuevo tipo de enunciados de los problemas o ejercicios matemáticos que tienen que resolver los alumnos. En concreto, vamos a reflejar la experiencia desarrollada en el curso 2008-2009 en la asignatura de Técnicas de la Seguridad Social de la Licenciatura de Ciencias Actuariales y Financieras. A partir de un enunciado, convertido en una “historia”, se pidió a los alumnos que lo resolvieran, por grupos, y que propusieran enunciados similares, junto con su resolución. Los resultados pueden calificarse de sorprendentes, tanto por el nivel de los enunciados presentados como por el interés suscitado en los alumnos, como así lo corrobora la encuesta realizada. El método que proponemos podría considerarse como un método de aprendizaje basado en el diseño y resolución de problemas y no sólo en la resolución.

**Palabras clave:** Aprendizaje basado en problemas, aprendizaje cooperativo, rendimiento académico, metodología didáctica.

---

<sup>1</sup>Queremos dar las gracias a Paula Jover por la lectura y recomendaciones que nos ha hecho, a Conchy Verona por sus consejos y, también, a todos los alumnos de la asignatura de Técnicas de la Seguridad Social del curso 2008-2009 de la Licenciatura en Ciencias Actuariales y Financieras de la Universidad de Valencia, sin cuya ayuda, colaboración y predisposición hubiera sido imposible realizar este trabajo. Además, también queremos dar las gracias a los dos evaluadores anónimos por las acertadas sugerencias que han hecho.

\*Profesor Titular de Universidad. Facultad de Economía. Universitat de Valencia. España. Correo e: Enrique.Devesa@uv.es

\*\*Profesora Titular de Universidad. Facultad de Economía. Universitat de Valencia. España. Correo e: Carmen.Domingo@uv.es

# *¿Why can't the mathematical problems be enjoyable?<sup>1</sup>*

José Enrique Devesa Carpio \*  
María del Carmen Domingo Juan\*\*

## ABSTRACT

In this paper it is intended to highlight the importance for the process of learning, proposing a new type of statements of the mathematics problems or exercises students resolve. In particular, we are going to reflect the experience developed during 2008-2009 in the subject of techniques of the Social Security of the degree of Actuarial Science and Financial. From a statement, converted into a “story” we requested students to resolve in groups, and propose similar statements, with its resolution. The results can be described as amazing, both by the level of statements submitted as well as the interest in students, as the survey confirms. The method we propose could be considered as a method of learning based on the design and troubleshooting and not only the resolution.

**Key words:** Problem-based learning, cooperative learning, academic achievement, didactic methodology.

---

<sup>1</sup>Queremos dar las gracias a Paula Jover por la lectura y recomendaciones que nos ha hecho, a Conchy Verona por sus consejos y, también, a todos los alumnos de la asignatura de Técnicas de la Seguridad Social del curso 2008-2009 de la Licenciatura en Ciencias Actuariales y Financieras de la Universidad de Valencia, sin cuya ayuda, colaboración y predisposición hubiera sido imposible realizar este trabajo. Además, también queremos dar las gracias a los dos evaluadores anónimos por las acertadas sugerencias que han hecho.

\*Profesor Titular de Universidad. Facultad de Economía. Universitat de Valencia. Enrique.Devesa@uv.es

\*\*Profesora Titular de Universidad. Facultad de Economía. Universitat de Valencia. Carmen.Domingo@uv.es

## 1. INTRODUCCIÓN

Es indudable que el Espacio Europeo de Educación Superior<sup>2</sup> (en adelante EEES) está cambiando las perspectivas que existían hasta hace poco sobre el proceso de aprendizaje. En principio, es sólo un paso más en el proceso de convergencia europea -en este caso en materia de educación- sin embargo, parece estar haciendo que, muchos de los que nos dedicamos a estas tareas en el ámbito universitario, nos replanteemos todo el proceso de aprendizaje que estábamos utilizando hasta ahora<sup>3</sup>.

Por otro lado, parece que nos olvidemos de que el EEES también afecta a los estudiantes, posiblemente, de forma mucho más importante y que deberían ser los protagonistas de este proceso; así, la misma Conferencia de Rectores de las Universidades Europeas (en adelante CRUE), CRUE (2003), afirma: “La CRUE comparte inequívocamente, pues, la filosofía y los objetivos del EEES, tanto por el proceso de convergencia europea de los esquemas y estructuras de la educación universitaria -que favorecerá la transparencia, la legibilidad y la movilidad universitaria- como por lo que supone de renovación de la metodología

y el enfoque del desarrollo de las enseñanzas, desplazando el énfasis hacia el aprendizaje y la perspectiva de los estudiantes”. Por lo tanto, el estudiante es el objetivo fundamental hacia el que tiene que llevarnos el EEES.

A raíz de lo expuesto en los párrafos anteriores, queremos presentar un método que consigue centrar la atención de los estudiantes, obligándoles a tener que utilizar tanto los conocimientos que están adquiriendo como su imaginación. La clave está en exigirles un nivel alto para que eso estimule su capacidad de aprendizaje.

En el epígrafe siguiente describimos el método utilizado. En el epígrafe 3 exponemos el trabajo propuesto, mientras que en el siguiente reproducimos los trabajos presentados por los alumnos. En el 5 se comenta otra experiencia muy diferente, mientras que en el 6 se exponen las principales conclusiones y en el 7 la bibliografía.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO PROPUESTO.

Todos los profesores que nos dedicamos a asignaturas que utilizan las matemáticas conocemos la importancia que tiene en el proceso de enseñanza-aprendizaje la resolución de los ejercicios y problemas. Sin embargo, se ha prestado mucha menos atención al diseño de los enunciados de los ejercicios.

Creemos que un enunciado atractivo para el estudiante puede estimular el

---

<sup>2</sup> Existe una página web, específica sobre este tema, que se puede consultar en: <http://www.eees.es/es/home>.

<sup>3</sup> Queremos mostrar nuestro agradecimiento a los profesores Miguel Valero y Juanjo Navarro de la Universitat Politècnica de Catalunya, porque, gracias a su curso “Adaptación de asignaturas al Espacio Europeo de Enseñanza Superior”, nos han abierto una puerta para reflexionar y mejorar los métodos de enseñanza-aprendizaje que utilizamos habitualmente en clase.

proceso de enseñanza-aprendizaje. Si, además, se propone que los mismos estudiantes diseñen enunciados similares, este proceso se puede mejorar sustancialmente, porque les obliga a centrar su atención no sólo en la resolución, sino también en la concepción del mismo.

Por otro lado, parece claro, a la luz de la experiencia, que cuanto mayor es el nivel de exigencia (plasmado en este caso en el enunciado) más sorprendentes y mejores son los resultados alcanzados. Se ha intentado que los enunciados no sólo sirvan para asentar los conocimientos, sino que, al mismo tiempo, sean divertidos. Esto funciona como una correa de transmisión, de tal forma que los alumnos se sienten “obligados” a encontrar enunciados con un grado de entretenimiento parejo al que se les ha mostrado.

Probablemente, el método propuesto se podría englobar dentro de los de “Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP)<sup>4</sup>, ya que cumple bastantes de los rasgos básicos; que, según Egido et al. (2007), “desde un planteamiento práctico ... pueden resumirse de la siguiente manera:

- a) Es un método de aprendizaje activo centrado en el estudiante.
- b) El aprendizaje se realiza en grupo y el grupo es guiado por el tutor.
- c) El tutor es un facilitador del aprendizaje del alumno.

d) El aprendizaje se inicia con un problema que los estudiantes tienen que resolver.

e) Los problemas son herramientas para desarrollar destrezas y conocimientos.

f) La información se adquiere a través del aprendizaje autodirigido.

g) Los problemas deben ser representativos (parecidos a los que pueden encontrarse en el mundo real)”<sup>5</sup>.

Esta alternativa metodológica nos parece sumamente interesante porque como se indica en “Acciones conjuntas del sistema universitario público valenciano (2006)”, concretamente en la “Ficha metodológica sobre la técnica de ABP”: “... no sólo trata de abordar objetivos relativos al conocimiento o dominio de una asignatura o determinada área de conocimientos, sino también el desarrollo de habilidades relativas a la capacidad de trabajar en equipo, de búsqueda y validación de información, de habilidades comunicativas etc.”.

Se ha propuesto que la realización de los mismos fuera mediante trabajo en grupo, lo cual se ha traducido en unos resultados mucho mejores que si lo hubieran realizado de forma individual. Como afirman Valero y Navarro (2009): “El aprendizaje cooperativo (hacer que los estudiantes realicen tareas de aprendizaje en grupo) es una de las estrategias más poderosas para abordar muchos de los problemas que tenemos en la enseñanza a nivel universitario”.

<sup>4</sup>Una buena revisión de los estudios empíricos se puede encontrar en Fernández et al. (2006).

<sup>5</sup>Tal vez éste sea el rasgo básico al que menos se ajusta el problema concreto que proponemos en el epígrafe siguiente

Además, como muy bien afirma Pérez et al. (2009), “con el aprendizaje cooperativo se crea una corriente de doble dirección, de modo que un sujeto alcanza su objetivo si y sólo si los otros sujetos también alcanzan los suyos. Además, la eficacia al aplicar una técnica de enseñanza (como es el caso del aprendizaje cooperativo) aumenta en relación al conocimiento que de dicho método tenga el profesor. Este conocimiento no sólo ha de ser teórico, ha de haber una estrecha relación entre la teoría y la práctica para que el aprendizaje sea duradero y sólido”.

Queremos destacar que el trabajo que mostramos es fruto de la experiencia acumulada durante ya bastantes años de impartir docencia en múltiples asignaturas, todas ellas con un componente matemático importante. En este sentido, el trabajo realizado por Pons, et al. (2008) avala el camino propuesto: “La mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas supone la consideración simultánea de dos características fundamentales para el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. La primera de ellas se refiere a la naturaleza de las matemáticas ... La segunda se refiere al papel desempeñado por el principal agente del proceso de aprendizaje, el alumno, ... Estas consideraciones nos permiten concluir que la utilización de una metodología cooperativa posibilita una mejora sustantiva del rendimiento académico en matemáticas, cuando se comparan sus resultados con las

situaciones de aprendizaje tradicional que, normalmente se desarrollan a partir de modelos individualistas y con una mayor o menor carga de competitividad”.

Aunque existe bastante bibliografía sobre experiencias concretas utilizando este método<sup>6</sup>, no hemos encontrado ninguna que implique tanto a los alumnos como la que planteamos en el artículo, ya que en nuestro caso, ellos mismos tienen que crear un enunciado y resolverlo.

De forma resumida, los pasos a seguir para la implementación del método han sido los siguientes:

1. Se selecciona el tipo de ejercicio y se redacta de forma “tradicional”.
2. Se procede a convertir en historieta el ejercicio. Se trata de pensar una historieta o cuento que permita la inclusión del ejercicio tradicional, de forma que se disfrace el mismo para hacerlo más atractivo para el alumno. Naturalmente, dotarlo de alguna parte “menos seria” permite llamar, en mayor grado, la atención del alumno.
3. Como esta experiencia se realizó mediante aprendizaje cooperativo, se va a enumerar el procedimiento utilizado:
  - a. Los grupos base fueron formados por el profesor y estaban compuestos por tres alumnos, excepto algún caso especial.
  - b. El material para poder contestar al ejercicio ya se había trabajado previamente en clase.

<sup>6</sup> Una buena revisión de estos aspectos puede verse en Fernández (2006). Algunos casos concretos se pueden ver en: Atencia y De las Peñas (2008); Hernández y Lacuesta (2007); Rayego et al (2007); entre muchos otros.

- c. Una vez recibieron el enunciado del ejercicio, el profesor dividió el ejercicio en tres partes (la primera abarcaba las tres primeras preguntas de tipo test, la segunda parte se correspondía con la subpregunta A y la última con la subpregunta B. Se hizo así, porque las dos últimas preguntas eran de texto abierto.
- d. La siguiente fase consistió en que cada grupo nombrara un especialista de cada parte. Se volvieron a formar grupos de especialistas de tres alumnos para que discutieran y resolvieran cada parte.
- e. Después volvieron a su grupo base para explicarles las conclusiones a las que había llegado cada especialista, y acabaran de ajustar las respuestas.
- f. El ejercicio se corrigió seleccionando aleatoriamente a diferentes alumnos de cada grupo base. Al ser previamente conocida la forma de corrección, esto les obligó a tener que trabajar cada uno de ellos la totalidad del ejercicio.
- g. Se les dio una semana de tiempo para que cada grupo base inventara una historia, sirviéndoles como modelo la del profesor.
- h. El trabajo de cada grupo base se puso a disposición del resto para que cada uno de los grupos los puntuara, incluido el suyo.
- i. Para la evaluación de la actividad se tuvo en cuenta:
- La contestación al ejercicio planteado por el profesor.
  - La puntuación de los alumnos sobre los trabajos de los grupos.

- La valoración del profesor sobre dichos trabajos y sobre las preguntas individualizadas.

Todo esto, junto con la experiencia acumulada, hace que nos decantemos por este tipo de aprendizaje.

### 3.- APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MÉTODO.

La asignatura en la que se enmarca esta experiencia es “Técnicas de la Seguridad Social”, impartida en la licenciatura de Ciencias Actuariales y Financieras en la Universidad de Valencia. En concreto, el enunciado planteado corresponde al tema donde se analizan los sistemas financiero-actuariales. Un sistema financiero-actuarial, Nieto y Vegas (1993) es un modelo matemático de naturaleza estocástica que permite establecer la equivalencia financiero-actuarial entre primas (aportaciones) y prestaciones (reembolsos) de un colectivo en un horizonte temporal determinado. El objetivo principal del trabajo que se les propone a los alumnos es que sepan distinguir a qué tipo de sistema financiero-actuarial pertenece un posible sistema de pensiones, para lo cual necesitan comprender cuáles son las características principales<sup>7</sup> de cada uno de ellos.

En concreto, se les ha dado un enunciado de un problema, que tienen no sólo que resolver, sino también servirles

<sup>7</sup>Sobre este tema se puede consultar, entre otros, Devesa y Vidal (2008); Thullen (1995); Valdés (2002).

de modelo para “inventarse” uno de similares características. La originalidad de la experiencia radica en esta segunda parte. Además, el problema propuesto está contado en forma de “historieta” con algunos “toques” de humor, lo que les “obliga” a tener que realizar un esfuerzo de imaginación extra para estar a la altura del profesor.

El enunciado propuesto por el profesor es el siguiente:

*“Roberto Cruz es un estudiante matriculado en el curso “Técnicas de la Seguridad Social” que, después de asistir a unas pocas clases y antes de acabar el curso, tiene la oportunidad de hacer un crucero.*

*Al poco tiempo de embarcarse, una terrible tormenta hace que naufrague el barco y, a duras penas, consigue llegar a una isla que resulta estar desierta. Cuando consigue reponerse del susto y se da cuenta de que difícilmente podrán rescatarlo (se encuentra en una isla que no figura en ninguna ruta turística, aunque sí en los mapas), decide planificar su futuro con ayuda de los escasos conocimientos (por culpa del profesor) que ha adquirido en el mencionado curso.*

*Después de inspeccionar la isla, observa que el único alimento que puede conseguir son peces. Éstos los puede sacar con un método artesanal y, además, sólo se encuentran en la parte sur de la isla. Como el tamaño de los peces es considerable, llega a la conclusión de que con uno al día tiene suficiente para poder alimentarse.*

*Como ahora tiene 50 años y piensa que a los 65 años ya no podrá estar en condiciones físicas de poder seguir pescando, y como sabe (porque como futuro actuario siempre lleva consigo unas tablas de mortalidad que, afortunadamente, ha conseguido salvar del naufragio) que la esperanza de vida a los 65 años es de 15 años, rápida y fácilmente calcula que tendrá que obtener dos peces al día: uno para comérselo ese mismo día y el otro para depositarlo en una laguna de agua salada que se encuentra en el interior de una cueva que ha encontrado en la parte norte de la isla, de tal forma que en la etapa posterior a los 65 años pueda servirle de alimento.*

**1ª pregunta-¿A qué sistema financiero-actuarial correspondería?**

- a) Reparto de capitales de cobertura atenuado.
- b) Reparto simple anual.
- c) **Capitalización actuarial.**
- d) Ninguna de las anteriores.

*Posteriormente, se da cuenta de que la actividad reproductora de los peces que deposita en la laguna le va a permitir disponer, por término medio, de un pez extra cada semana; con lo cual llega a la conclusión de que no hace falta que un día a la semana se dedique a pescar. A pesar de sus escasos conocimientos de zoología (no se imparte nada de esto en Actariales), supone que a partir de que él cumpla los 65 años se seguirá produciendo la misma actividad reproductora de los peces que él deposita en la laguna y que, aunque no*

podrá pescar, sí que podrá alimentarse de los peces “ofrecidos” por la laguna. De esta forma, no tiene que conservar, ahora, ningún pez para el séptimo día de la etapa posterior a los 65 años.

**2ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías el pasaje descrito?**

- a) Deducciones impositivas.
- b) Rendimientos.**
- c) Transferencias.
- d) Ninguna de las anteriores.

También se da cuenta de que, pese a sus esfuerzos (no puede contratar a personal de seguridad, porque la isla sigue desierta), los animales de la isla le roban un pez a la semana, por lo que se ve obligado a pescar dos peces más a la semana: uno para poder comérselo en esta época y otro para el de la etapa posterior a los 65 años.

**3ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías lo contado en el apartado anterior?**

- a) Impuestos.
- b) Salarios.
- c) Comisiones.**
- d) Ninguna de las anteriores.

Con todo lo apuntado, cree concluir que tiene que pescar durante todos los días dos peces hasta que cumpla los 65 años y, además, alimentarse en el futuro de los que le ofrece la laguna. Ahora se plantean dos alternativas mutuamente excluyentes (ya que sólo se puede morir una vez):

**A) Cuando cumple los 65 años tiene lugar un terremoto en la parte**

norte de la isla y, como él vive en la parte sur, no sufre ningún daño físico, pero al acercarse a la parte norte decide quitarse la vida.

**4ª pregunta- ¿Cuál es la razón que le ha llevado a realizar tal acto?**

**Respuesta abierta: Han desaparecido los peces, lo que se puede equiparar a que ha quebrado el Fondo.**

**B) El día que cumple 65 años recibe un mensaje en una botella y cuando lo abre ve una carta de un compañero del curso de “Técnicas de la Seguridad Social” (como no hay muchos alumnos matriculados se acuerdan mucho de él) que le cuenta lo interesante que ha sido, lo que les ha hecho trabajar el profesor y le envía, además, unas cuantas hojas de papel escritas. Al leerlo, decide suicidarse.**

**5ª pregunta- ¿Qué crees que había en la botella?**

**Respuesta abierta: Unas nuevas tablas de mortalidad, donde la esperanza de vida ha aumentado y, por lo tanto, lo que él ha previsto no es suficiente.”**

#### **4.-PROBLEMAS PROPUESTOS POR LOS ALUMNOS<sup>8</sup>**

Se han entresacado cuatro de los ejercicios propuestos por los alumnos. A cada uno se le ha añadido un comentario nuestro, sobre la reinterpretación, las diferencias y las similitudes con el trabajo propuesto originalmente.

<sup>8</sup>Queremos dar las gracias a los estudiantes de la asignatura “Técnicas de la Seguridad Social” del curso 2008-2009 de la Universidad de Valencia, por habernos permitido publicar sus ejercicios.



**Trabajo 1.- Comentario de los profesores:** El planteamiento de la historia es muy original. La primera parte de la historia tiene un esquema de preguntas similar al propuesto por el profesor. La última parte es muy diferente, si bien está poco relacionada con la materia. Además, tiene un final poco feliz, lo que le dota de un cierto atractivo. Buen trabajo.

**Autores Trabajo 1: Castillo, Casquete, Ramos**

*“Dos estudiantes de actuariales, Jose y Luis, le proponen a uno de sus profesores llamado Enrique escalar el Everest los tres juntos si consiguen sacar ambos un 10 en el examen de su asignatura. El profesor, escéptico, decide aceptar la apuesta tras ver el pésimo expediente académico de los dos jóvenes. Al llegar el periodo de exámenes, Enrique no tiene otro remedio que ponerles matrícula de honor a los dos ya que el examen lo han realizado perfecto y (dado que es un hombre de palabra) decide llevar a cabo lo que prometió.*

*Mientras realizan los preparatorios previos a la escalada, Enrique propone que la comida se compre entre todos y se vaya repartiendo a lo largo del viaje en función de una previsión del gasto que realizarán. Sin embargo, el profesor exige pagar sólo el 20% del gasto en comida puesto que dada su longeva edad y su poca preparación física es muy probable que no pueda alcanzar la cima y deba retirarse antes de tiempo. Jose y Luis sabedores de que esto es cierto deciden aceptar y pagar*

*cada uno más cantidad de comida de la que les correspondería, y en la misma proporción entre ellos, dado que tienen la misma edad.*

**1ª pregunta-¿A qué sistema financiero-actuarial correspondería?**

*a) Reparto de capitales de cobertura.*

*Llegado el momento de la verdad resulta que el profesor se encuentra en mejores condiciones de lo que esperaban los estudiantes y consigue alcanzar el primero los 8844 metros. Tanto Jose como Luis también lo consiguen media hora más tarde. Al llegar se encuentran a Enrique clavando la bandera y, con tanta emoción, les propone pagar la parte del dinero de la comida que no había pagado.*

**2ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías el pasaje descrito?**

*c) Transferencias.*

*Cuando están bajando la montaña se les empieza a acabar la comida, y se dan cuenta de que las previsiones que habían realizado eran erróneas. Afortunadamente encuentran un campamento base donde pueden comprar los suministros suficientes para llegar abajo.*

**3ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías lo contado en el apartado anterior?**

*a) Impuestos.*

*Los tres consiguen volver a sus hogares sanos y salvos aunque con alguna secuela de la aventura vivida. Tras*

unos días de descanso deciden quedar para aclarar algunos aspectos del viaje, intercambiar fotos, beber unas cervezas y fanfarronear juntos. Tras la reunión, pueden ocurrir dos posibilidades:

A) El profesor está muy malhumorado y decide suspenderles a los dos al darse cuenta de que habían hecho mal una multiplicación y por ese motivo se habían quedado sin comida.

B) Tras varias cervezas los tres amigos empiezan a contarse secretos, y entre sonrisa y sonrisa los estudiantes le confiesan al profesor haber copiado en el examen. Enrique muy malhumorado decide suspender a los dos”.

**Trabajo 2.- Comentario de los profesores:** Se ha hecho un esfuerzo para conseguir una historia original, si bien se ha seguido un esquema de preguntas bastante similar al propuesto por el profesor. Ha faltado contestar a las preguntas.

**Autores Trabajo 2: Arteaga, Manzano, Valera**

“Roberto Cruz tiene una preciosa motocicleta clásica roja a la que le dedica todo el tiempo que puede. En estos momentos se encuentra preocupado tras leer una noticia que decía que la gasolina se acaba y los vehículos van a ser eléctricos en un futuro no muy lejano.

Roberto, que actualmente tiene 50 años, piensa que dejarán de vender gasolina cuando cumpla los 65 años, coincidiendo con la edad en que se jubila. Así

que corre a ver a su vecino, que está cursando la asignatura de “Técnicas de la Seguridad Social” en ese momento, que le comenta, mirando sus tablas de mortalidad, que la esperanza de vida a los 65 años es de 15 para alguien de su generación.

A la vista de estos datos decide trazar un plan que le permita continuar disfrutando de su motocicleta cuando se jubile. Este plan consiste en almacenar bidones de 60 litros de gasolina en unos terrenos que tiene a las afueras. Una vez que le han concedido todos los permisos que necesita para almacenar la gasolina, calcula que tiene que depositar 10 litros cada día en uno de sus bidones para poder disponer de suficiente gasolina una vez cumplidos los 65.

**1ª pregunta-¿A qué sistema financiero-actuarial correspondería?**

¿?

Al poco tiempo de comenzar con su plan va a verle Juan Pérez, íntimo amigo de Roberto desde la infancia y dueño de la gasolinera local y también amante de las dos ruedas, quien le propone con el fin de animar a su amigo que deje los bidones con 60 litros y el pasará a llenar los 10 que faltan en cada bidón a final de mes y los cerrará, siempre que le compre a él la gasolina, a lo que Roberto con gran entusiasmo responde que sí, con lo que no tiene que aportar gasolina el séptimo día de la semana.

**2ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías el pasaje descrito?**

¿?

*Roberto, se da cuenta que por muy bien que cierre los bidones siempre se le evapora un litro de gasolina a la semana, piensa en llevarse los bidones a otro sitio donde no les dé tanto el sol, pero no puede ya que está prohibido almacenar gasolina en un lugar sin permisos para este fin, por lo que se ve obligado a aportar un litro más a la semana.*

**3ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías lo contado en el apartado anterior?**

*¿?*

*Con todo lo apuntado, cree concluir que tiene que aportar 51 litros de gasolina a la semana para poder pasear con su moto durante toda su vida.*

*Ahora se plantean dos alternativas mutuamente excluyentes (ya que solo se puede morir una vez).*

*A.- El año que cumple 65 se declara un incendio forestal cerca de su pueblo, las llamas no afectan a su casa ni él sufre ningún daño, pero al ir a su almacén mira su preciosa moto roja y decide quitarse la vida.*

**¿Cuál es la razón que le ha llevado a realizar tal acto?**

*B.- El día que cumple 65 años recibe una carta de su vecino, que ya es hace tiempo licenciado en Ciencias Actuariales. Tras leer la carta y ojear unas cuantas hojas de papel, mira su preciosa moto roja y decide suicidarse.*

**¿Qué crees que había en el sobre?"**

**Trabajo 3.- Comentario de los profesores:** Han conseguido una historia muy original, con muchos giros humorísticos. La parte de las preguntas libres, que probablemente es la más difícil, también es muy diferente a la proporcionada por el profesor. Una gran historia y un gran trabajo.

**Autores Trabajo 3: Albert, Gil, Martí, Martín**

*“Jesús Tomas Dao, es un estudiante de CC Actuariales a quien le toca el segundo premio del euromillón. Para celebrarlo, se lleva a su familia en un viaje espacial a la Luna. Una vez deciden volver son absorbidos por un agujero negro que les lleva a un nuevo planeta que casualmente es habitable y de clima y condiciones similares a las de la Tierra.*

*Tras desembarcar deciden inspeccionar la tierra y descubren una gran variedad de flora y fauna, no obstante lo único que les da la suficiente confianza para alimentarse es un animal parecido a los conejos que conocían de la tierra.*

*Como sus padres ya están haciéndose mayores y saben que pronto ya no podrán cazar deciden construir una pequeña granja donde poner a los animales que vayan cazando. Jesús recuerda que en su mochila tiene los apuntes de “Técnicas de la Seguridad Social” (ya que tras suspender la asignatura había decidido estudiar durante el camino), con estos apuntes intenta planificar su futuro y el de su familia. Cuando por fin entiende de qué lado ha de mirar la Tabla de Mortalidad que les había dado*

el profesor les explica a sus padres y a su hermano que a partir de que los padres cumplan los 65 años, ya no estarán en condiciones de cazar más conejos, para eso quedan unos escasos 5 años, tras esos 5 años la esperanza de vida para ellos era de aproximadamente 15 años más en condiciones óptimas de salud. En su caso y el de su hermano, aun les faltaban 40 y 35 años respectivamente para llegar a los 65.

Tras horas de estudio y cálculos manuales, llega a la conclusión de que han de cazar 2 conejos diarios cada uno, que hacen un total de 8 conejos al día. De ese modo podrían comerse tres conejos y guardar otros cinco en la granja. Dentro de 5 años cuando los padres lleguen a los 65 años seguirán cazando 4 conejos al día y comiendo 3, de modo que les resta uno para reservar en la granja.

**1ª pregunta-¿A qué sistema financiero-actuarial correspondería?**

**b) Capitalización actuarial**

A las pocas semanas de empezar con el plan propuesto, se dan cuenta de que los animales que depositan en la granja se reproducen “como conejos”. Casualmente, el hermano de Jesús es biólogo y calcula que las hembras tendrán por término medio unos 8 conejos a la semana (entre todas!!!), de este modo no será necesario cazar uno de los siete días de la semana, así que podrán utilizar ese séptimo día para descansar.

**2ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías el pasaje descrito?**

**c) Rendimientos**

Pasados unos meses y con las predicciones que han hecho se dan cuenta de que les faltan conejos en la granja así que dedican su día libre para vigilarlos y ver qué es lo que ocurre. Tras unas horas mirándolos se dan cuenta de que algunos conejos cavan en la tierra y pasan por debajo de la verja. Deciden, en ese caso, dejar un vigilante para controlarlos mejor y que no se escapen, se hacen turnos y ven que han de dedicar su día libre a la vigilancia, además han de cazar 1 conejo más al día para cubrir los que no cazan por la guardia.

**3ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías lo contado en el apartado anterior?**

a) Impuestos.

b) Salarios.

c) Comisiones.

d) Todas las anteriores.

La conclusión a la que llegan es que cada día de la semana uno de ellos se ha de quedar a vigilar, mientras tanto los otros tres han de cazar 3 conejos cada uno. De ese modo cuando los padres se hagan mayores seguirán alimentándose de lo que cazan los jóvenes y estos seguirán guardando un poco para su propia vejez.

Ahora se plantean dos alternativas mutuamente excluyentes:

**Alternativa A:** *El día en que su madre cumple los 65 años (su padre los cumplió hace unos meses), deciden hacer una gran fiesta y los jóvenes se van a cazar un conejo adicional para la fiesta y algunas plantas comestibles. Los padres, que se quedan en la granja, oyen un gran grito, van corriendo a ver qué es lo que ha pasado y ven a su hijo mayor ante un acantilado que se tira por él y se suicida.*

**Respuesta...***El hermano menor ha sufrido un accidente y ha caído por el acantilado, el hermano mayor, al darse cuenta de que no puede soportar la carga de su propia alimentación y la de sus padres él solo, decide suicidarse.*

*Esto sería equivalente al envejecimiento de la población y de su correspondiente disminución de cotizantes.*

**Alternativa B:** *Pasan felizmente los años y cuando el hijo menor llega a los 65 años (sus padres ya hace tiempo fallecieron), están realizando una inspección a los conejos y el hermano biólogo decide suicidarse.*

**Respuesta...***El hermano mayor se da cuenta de que todos los conejos que quedan son machos y como no se pueden reproducir, dentro de unos años no van a tener suficiente alimento para los dos. Esto sería equivalente a una crisis financiera, el capital constituido no genera suficiente rendimiento.”*

**Trabajo 4.- Comentario de los profesores:** Introdúcen de una manera especial la relación con la asignatura objeto de estudio. Mezclan dos grupos de individuos dotándole de un mayor interés al argumento. La parte de las preguntas libres también es muy diferente a la del profesor. Una historia muy original y, además, un buen trabajo.

**Autores Trabajo 4: Montero, Palanca, Gómez y Sánchez-Manzanero.**

*“Había una comunidad de hormiguitas cerca de la cafetería de la Universidad de Valencia. Una de ellas, la más espabilada del grupo, se acercaba para escuchar las conversaciones de los estudiantes. Un día se sintió interesada por la conversación que seguían unos estudiantes acerca de los diferentes sistemas de pensiones que existían. Creyendo que podría ser aplicado a su especie, decidió seguirles hasta la clase de “Técnicas de la Seguridad Social”.*

*La hormiguita emocionada por lo que había aprendido, volvió a su comunidad y les contó al resto cómo podrían aplicarlo para no tener que preocuparse en un futuro.*

*Se organizarían de la siguiente forma:*

*1) las más jóvenes*

*-las obreras: recorrerían la cafetería todos los días recogiendo todo aquello que les pudiese servir de alimento.*

*-las guerreras: defenderían su territorio.*

- 2) los zánganos: que son los más ociosos de la comunidad, que únicamente se dedican a fecundar a la reina, sobrevivirán junto con
- 3) las hormigas que ya no estén en condiciones de trabajar, con lo aportado por los más jóvenes.

**1ª pregunta-¿A qué sistema financiero-actuarial correspondería?**

- b) Reparto simple anual.

Cerca del hormiguero las abejas habían construido un panal, donde caía el excedente de miel a las hormigas, comiéndose éstas parte de la miel sin trabajarla.

**2ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías el pasaje descrito?**

- c) Transferencias.

Las abejas, un día, creyeron que andaría mejor el gobierno de la colmena si estableciesen impuestos para costear el servicio que estaban aprovechando las hormigas por la miel que les caía del panal.

**3ª pregunta- ¿Con qué aspecto financiero-actuarial relacionarías lo contado en el apartado anterior?**

- c) Comisiones

Viendo que los zánganos de la colmena andaban ociosos, les ofrecieron encargarles el cobro a las hormigas, lo que éstos aceptaron gustosos, ya que era trabajo liviano y bien remunerado. Pero, poco a poco, indujeron éstos a

las abejas a aumentar el número de los cobradores, consiguiendo así colocar a una cantidad tan considerable de sus amigos, que hubo que aumentar los mismos impuestos para pagarles. Las abejas se dieron cuenta del peligro y decretaron la inmediata expulsión de los zánganos.

**4ª pregunta**

**¿Cuál es la razón que le ha llevado a realizar tal acto?**

Que habría que aumentar los impuestos para pagarles, y que toda la miel de la colmena amenazaba ser poca para tanta gente.

Las abejas viendo que las hormigas no pueden pagar el coste de impuestos, deciden trasladarse a otro lugar. Mientras tanto las reservas han empezado a escasear debido a que los estudiantes ya no consumen tanto en la cafetería a causa de la crisis. Por ello el colectivo de las hormigas adultas que ya no pueden valerse por si mismas deciden suicidarse.

¿A qué es debida tal actitud por parte de las hormigas adultas?

Se han dado cuenta de que el sistema no se puede sustentar por la falta de reservas acumuladas.

Conclusión

Las hormigas jóvenes deciden pasarse a un sistema de capitalización donde cada una se administrará su fondo de reserva para su futuro.”

## 5.- OTRA EXPERIENCIA.

Por otro lado, se repitió la experiencia con los mismos alumnos, aunque en la asignatura de Matemática Actuarial 1, también de la licenciatura de Ciencias Actuariales y Financieras. Las condiciones eran las mismas: trabajo en grupo y voluntario. El enunciado propuesto fue el siguiente:

“Una persona de 20 años contrata un seguro por el cual, si fallece en los próximos 30 años, sus herederos percibirán 100.000 euros en el momento en que acontezca el suceso.

- a) Calcule el valor de la prima, única.
- b) Calcule el valor de la prima constante, anual, temporal de 10 años.
- c) Calcule el valor de la prima constante, mensual, de duración igual a la del seguro.
- d) En el caso de que elija la alternativa b) para el pago de primas y suponiendo que al cabo de 2 años de comenzada la operación decide reducir el capital asegurado a 80.000 euros; calcule: el valor de la reserva a los 2 años y el importe de las nuevas primas, si se mantienen las demás condiciones del seguro”.

Los enunciados de los problemas que entregaron fueron un “calco” del que se les proponía, y muchos grupos no lo hicieron. Se puede afirmar que el enunciado del ejercicio no les motivó a realizarlo. Esto se puede explicar porque esta actividad no es una experiencia innovadora y la repetición de ejercicios

poco originales hace que se pierda la motivación.

Por otro lado, también hemos pasado una encuesta a los alumnos de la asignatura de Técnicas de la Seguridad Social, unos 8 meses después de la experiencia docente. Han contestado 21 de 41 posibles, lo que supone un 51,22%. Había dos tipos de preguntas: unas donde tenían que indicar un valor numérico y otras con texto libre.

Como conclusiones principales<sup>9</sup>, se puede observar que el método les ha parecido muy interesante, que creen haber aprendido más que con un método tradicional y que ha conseguido estimular su creatividad. Los resultados son menos concluyentes respecto a la confianza en el trabajo en equipo. Recuerdan en gran parte tanto el enunciado propuesto como el que tuvieron que realizar ellos (8 meses después). Por otro lado, un 75% no recordaba haber hecho un ejercicio similar en otra asignatura (cuando realmente hicieron uno muy parecido con el mismo profesor). En general, no les disgustó casi nada: A algunos el tiempo que emplearon en hacer la actividad y, a otros, algún problema con el trabajo en grupo. Lo que más les gustó fue que era una actividad divertida, creativa y que les permitió abordar el estudio de los temas correspondientes con mejor predisposición. En general, les pareció una actividad acertada, original, amena, diferente (alguno la denomina genial) y útil.

---

<sup>9</sup>Las preguntas de la Encuesta y los resultados se pueden ver en el Anexo.

## 6.- CONCLUSIONES.

El método que proponemos, podría considerarse como un método de aprendizaje basado en el diseño y resolución de problemas y no sólo en esto último, como se venía haciendo hasta ahora. Podemos afirmar, sin temor a equivocarnos, que el método descrito puede ser útil y motivador pero tiene que hacerse a partir de un enunciado llamativo y que por sí solo atraiga al estudiante.

Es evidente que hay una relación directa entre el nivel propuesto y el nivel de respuesta de los alumnos. Esto se ha podido comprobar en la calidad y variedad de los trabajos. A través del trabajo cooperativo se logra una mayor originalidad en los trabajos, ya que normalmente se acepta por el grupo aquella idea más alejada de la "norma general". Se consigue un mayor estímulo y esfuerzo por parte de los alumnos debido a que "compiten" no sólo con otros grupos, sino también con el profesor. Eso hace que se intente dar unos toques de humor, siguiendo el modelo propuesto.

Además, el autoaprendizaje del estudiante se estimula ya que se fomenta una actitud positiva hacia su propio aprendizaje, por lo que aumenta su autonomía. El estudiante aprende de su propia experiencia obtenida por la dinámica de trabajo. Asimismo, se aviva su compromiso, su responsabilidad y su confianza.

Se produce un aumento en el nivel de recuerdo del conocimiento adquirido mediante la técnica aplicada. Como se ha podido ver en los resultados de la encuesta, se consigue captar mejor la atención de los alumnos. Es para ellos una actividad divertida, original, creativa, diferente, predispone hacia el estudio de los temas correspondientes. Además, para los profesores implicados en la experiencia, tenemos que decir que este tipo de actividad es un estímulo para seguir mejorando en el desempeño de nuestra actividad docente. Supone un acercamiento y una mayor "complicidad" entre profesor-alumno y, además, resulta ser divertida para nosotros. Por otro lado, nos parece interesante comentar, también, algunos inconvenientes que hemos percibido en este proceso. Al principio, no todos los estudiantes cumplen ciertas condiciones mínimas para este tipo de metodología, como son: disposición a trabajar en equipo, creatividad, soltura en la interacción personal, capacidad de tomar decisiones, perspectiva crítica, suficiencia para sintetizar y analizar información. Por lo que, además, el profesor debe estimular estas características en tales alumnos.

El planteamiento del ejercicio por parte de los alumnos no ha sido una mera copia del propuesto por el profesor, sino que ha habido variaciones incluso en las respuestas a las preguntas. Esto supone que el alumno se ha involucrado en su aprendizaje en mayor medida y se ha sentido motivado a investigar otras opciones. Tampoco parece servir



cualquier tipo de enunciado, como hemos comprobado con el segundo ejercicio propuesto, ya que muchos de ellos ni siquiera recordaban haber tenido que hacerlo; si bien se puede explicar, en parte, por ser un tipo de problema muchas veces repetido, con lo que pierden la motivación. Tiene que ser un tipo de problema que sea atractivo de inicio para el alumno. Aquí es donde el profesor tendrá que esforzarse en alcanzar un nivel adecuado para que los alumnos respondan a ese reto.

Como comentario global de los trabajos seleccionados, podemos decir que hemos quedado gratamente sorprendidos por la imaginación y el espíritu creativo que han desarrollado para adecuarlos a una realidad totalmente diferente, como es la Seguridad Social. Y no sólo los seleccionados, sino también los que no se ha podido incluir en el artículo por problemas de espacio. Nos han demostrado que cuando se les motiva y se les da la oportunidad de ser originales superan a los mismos profesores.

Uno de los temas que quedaría pendiente por aplicar es el de intentar medir cuantitativamente la mejora en el aprendizaje que realmente se consigue con este método. A pesar de la dificultad de obtener un buen indicador, esto permitiría asegurarnos de la bondad del método.

Como conclusión general, se puede afirmar que una técnica que permite mejorar el proceso de aprendizaje es la de elaborar unos enunciados de los problemas que “obligue” a los alumnos a realizar un doble esfuerzo: el de intentar estar a la altura del nivel ofrecido por el profesor y el de tener que profundizar en el estudio del tema correspondiente para poder no sólo responder a las cuestiones planteadas (lo que es habitual en otro tipo de ejercicios) sino también para preparar las preguntas oportunas. Tal vez, estas últimas características son las que marcan la diferencia entre el método que proponemos y el de los que siguen estrictamente el Método Basado en Problemas, entendido en sentido puro.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Acciones conjuntas del sistema universitario público valenciano (2006): *Ficha metodológica sobre aprendizaje basado en problemas*. Disponible en: <http://www.uv.es/~sfp/pdi/ABP.pdf>
- Atencia, M. y De las Peñas, I. (2008): “Matemáticas y computación: aprendizaje basado en problemas”. *I Jornadas de trabajo sobre experiencias piloto de implantación del crédito europeo en las Universidades Andaluzas: Libro de actas*, paginas 177-182.
- CRUE (2003): *Declaración de la CRUE sobre el EEES del 12 de septiembre de 2003*. Disponible en: [http://www.eees.es/pdf/EspacioEU\\_Santander.pdf](http://www.eees.es/pdf/EspacioEU_Santander.pdf).

- Devesa, J.E. y Vidal, C. (2008): *Apuntes de Técnicas de la Seguridad Social* Mimeo. Universidad de Valencia.
- Egido, I. (dir.); Aranda, R.; Cerrillo, R.; De la Herrán, A.; De Miguel, S.; Gómez, M.; Hernández, R.; Izuzquiza, D.; Murillo, F.; Pérez, M. y Rodríguez, R. (2007): “El aprendizaje basado en problemas como innovación docente en la Universidad: posibilidades y limitaciones”. *Educación y Futuro*, 16, p.p.85-100.
- Fernández M.; García, J.; De Caso, A.; Fidalgo, R. y Arias O. (2006): “El aprendizaje basado en problemas: revisión de estudios empíricos internacionales” *Revista de Educación*, 341, septiembre-diciembre, p.p. 397-418.
- Hernández A. y Lacuesta, R. (2007): “Aplicación del aprendizaje basado en problemas (PBL) bajo un enfoque multidisciplinar: una experiencia práctica” *Conocimiento, Innovación y Emprendedores: Camino al futuro*, p.p. 30-43.
- Méndez, R. y Porto, M. (2008): “Una experiencia didáctica desde el ABP: la satisfacción de docentes y estudiantes” *Revista Iberoamericana de Educación*. Nº 46/5, p.p. 1-13.
- Nieto, U. y Vegas, J. (1993): *Matemática Actuarial*. Madrid: Mapfre
- Pérez, A.; López, M. y Poveda, P. (2009): “Aprendizaje cooperativo y formación del profesor. Un estudio bibliométrico (1997-2008)”. *Anales de Documentación*, Nº 12, p.p.209-220.
- Pons, R. , Gonzalez-Herrero, E. y Serrano, J. (2008): “Aprendizaje cooperativo en matemáticas: Un estudio intracontenido”. *Anales de psicología*, vol. 24, nº 2 (diciembre), p.p. 253-261.
- Rayego, P.; Sanz, B. y García, C. (2007): “*Un ensayo de la ABP en la enseñanza de las Matemáticas*”. XV Jornadas de ASEPUMA y III Encuentro Internacional.
- Thullen, P. (1995): *Técnicas Actuariales de la Seguridad Social. Regímenes de las pensiones de invalidez, de vejez y de sobrevivientes*. Informes O.IT. Ministerio de Trabajo y Seguridad Social. Madrid.
- Valdés, S. (2002): *Políticas y mercados de Pensiones*. Santiago de Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Valero, M. y Navarro, J. (2009): *Adaptación de asignaturas al Espacio Europeo de Enseñanza Superior*. Mimeo. Universitat Politècnica de Catalunya.

## ANEXO

Encuesta sobre la actividad de “Roberto Cruz”.

<b>Marca en la columna de la derecha un número entre 1 y 5.</b>		<b>VALORACIÓN</b>
<b>El 1 indica en total desacuerdo y el 5 en total acuerdo con la afirmación.</b>		
<b>1</b>	El método de elaborar la historia me ha parecido, en líneas generales, muy interesante.	4,62
<b>2</b>	Aprendí más que con un método tradicional.	4,10
<b>3</b>	Estimuló mi creatividad.	4,12
<b>4</b>	Potenció la confianza que tenía respecto al trabajo en equipo.	3,14
<b>5</b>	Potenció mi responsabilidad individual.	3,38
<b>6</b>	Supuso una motivación extra.	3,81
<b>7</b>	Tuve que dedicarle mucho tiempo a desarrollar la actividad.	2,95
<b>8</b>	Me acuerdo de toda la historia de “Roberto Cruz”.	3,52
<b>9</b>	Me acuerdo de toda la historia que tuve que inventarme junto con mi grupo.	3,90

<b>Haz un breve comentario sobre cada apartado.</b>		<b>COMENTARIO</b>
<b>1</b>	¿Recuerdas si en alguna otra asignatura de Actuariales tuviste que “inventarte” algún enunciado de problema?	
<b>2</b>	Si la respuesta a la pregunta 1 es afirmativa ¿En qué asignatura fue?	
<b>3</b>	Si la respuesta a la pregunta 1 es afirmativa ¿Te acuerdas de qué era el problema?	
<b>4</b>	Lo que menos me gustó de la actividad.	
<b>5</b>	Lo que más me gustó de la actividad.	
<b>6</b>	Comentario global de la actividad	