

JORGE MANTILLA V.*

**CUANTIFICACIÓN DE LA
INCERTIDUMBRE
ASOCIADA EN LA
PREDICCIÓN DEL
COMPORTAMIENTO DE
PRODUCCIÓN DE UN
YACIMIENTO ALTAMENTE
HETEROGÉNEO
SOMETIDO A INYECCIÓN
DE AGUA**

* Ingeniero de Petróleos UIS,
Tesis de grado para optar al título de MSc. en Ingeniería de Hidrocarburos UIS
E-mail: jmantilla@ecopetrol.com.co



Jorge Mantilla V.

Resumen

El enfoque clásico de este tipo de yacimientos presenta un manejo determinístico de la heterogeneidad asociada. Esto se constituye en un riesgo, puesto que la estructura sedimentaria, las propiedades de las rocas y la distribución de las unidades de flujo en sistemas de deposición fluvial, tienen una influencia primordial en el caso del

recobro mediante inyección de agua y ese riesgo debe ser cuantificado de la manera más exacta posible para optimizar las inversiones pertinentes. La incertidumbre en este tipo de yacimientos, se presenta no solamente en la distribución espacial de las propiedades petrofísicas en las unidades de flujo, sino también en la distribución espacial de las unidades de flujo propiamente dichas.

La metodología propuesta, involucra la evaluación de la incertidumbre asociada mediante clasificación jerárquica y selección de los modelos generados geoestadísticamente, correspondientes a los cuantiles P_{10} , P_{50} y P_{90} , con base en una variable indicadora del comportamiento del parámetro a evaluar. En la evaluación de la incertidumbre asociada al marco de referencia estratigráfico, se utilizó como parámetro de jerarquización el porcentaje de yacimiento interconectado. La eficiencia volumétrica de barrido a un determinado tiempo, obtenida a partir del *tiempo de vuelo* de la simulación streamline, fue utilizada como la variable de clasificación jerárquica de los modelos petrofísicos.

Este trabajo presenta la aplicación de la metodología propuesta a un caso real. El ejemplo se desarrolla en un piloto del Campo La Cira, que incluye 3 pozos productores y 9 pozos inyectores, que conforman 3 patrones de inyección-producción. Los resultados obtenidos muestran el potencial de la técnica propuesta, en el caso de un yacimiento como éste en donde, debido al ambiente de deposición fluvial se ha conformado una distribución compleja de canales de flujo, la cual dificulta la supervisión y predicción del comportamiento del yacimiento.

Introducción

La estructura sedimentaria y las propiedades de las rocas clásticas en sistemas de deposición fluvial, tienen una influencia importante en el recobro mediante inyección de agua. Este tipo de yacimientos desarrollan una geometría compleja a diferentes escalas, cortándose y superponiéndose unos a otros, formando yacimientos altamente heterogéneos.

Para desarrollar un modelo de predicción confiable para ésta clase de yacimientos, es necesario una detallada descripción del mismo; que tenga en cuenta el efecto de las heterogeneidades y la influencia que éstas tienen en las eficiencias de barrido areal y vertical.

Los diferentes métodos existentes, para la predicción del desempeño de yacimientos sometidos a inyección de agua, difieren en el manejo que le dan a los parámetros involucrados en la determinación de: las heterogeneidades, el cálculo de la eficiencia de barrido areal, el comportamiento de la inyección de agua, la eficiencia de desplazamiento y otras variables que afectan el comportamiento de la inyección de agua. Estos métodos de predicción, generalmente trabajan con un modelo único (determinístico) de las propiedades del yacimiento; sin considerar la incertidumbre asociada al modelo. Craig, (1971) y Schoeppel (1968), presentan un resumen de los métodos de predicción de inyección de agua.

El incremento de recobro del aceite remanente en los yacimientos, requiere una buena práctica en el manejo de estos. Por consiguiente, la aplicación de tecnologías "robustas" de caracterización de yacimientos, tienen un efecto directo en la eficiencia de recuperación de aceite.

El uso de las técnicas geoestadísticas para generar múltiples realizaciones tridimensionales de porosidad y permeabilidad, están en constante aumento en la ingeniería de yacimientos. Los métodos geoestadísticos pueden generar imágenes de alta resolución de las propiedades del yacimiento, las cuales

mantienen las heterogeneidades presentes en el yacimiento. Al considerar la variación existente de realización a realización se logra caracterizar la incertidumbre asociada a una información incompleta y/o a la falta de datos.

Cuantificar los impactos de la incertidumbre sobre los pronósticos de comportamiento del yacimiento, haría necesario la simulación de flujo para un gran número de estas posibles descripciones del yacimiento. Sin embargo, las limitaciones computacionales evitan a menudo el uso de la totalidad de los modelos geoestadísticos en los "pronósticos" del yacimiento. Generalmente, se usan sólo algunas realizaciones seleccionadas para las simulaciones detalladas, esto para proporcionar una medida del rango de incertidumbre en el comportamiento del yacimiento.

Marco Teórico

Esta sección se ha distribuido en tres partes. La primera parte, presenta una descripción sobre el modelamiento geoestadístico que se utilizará para la definición del marco estratigráfico y petrofísico del yacimiento. La segunda parte, enfatiza en las generalidades y principios del modelo de simulación *streamline*, haciendo énfasis en el tiempo de vuelo y la eficiencia volumétrica de barrido. Finalmente, se hace una descripción de la técnica para ponderar modelos geoestadísticos.

Modelamiento Geoestadístico

La geoestadística suministra un marco de trabajo probabilístico y un conjunto de herramientas para análisis de datos, que cuenta con una anticipada integración de la información. Los algoritmos de modelamiento estocástico permiten la generación de múltiples modelos de yacimiento, equiprobables y heterogéneos que hacen honor a los datos disponibles.

Para generar realizaciones geoestadísticas, se emplea la técnica Simulación Gaussiana Secuencial. Este método, permite generar

simulaciones espaciales de las propiedades petrofísicas del yacimiento condicionadas a un marco estratigráfico de referencia.

Simulación Gaussiana Secuencial: Es un procedimiento estocástico y condicional debido a que los modelos generados hacen honor a los datos disponibles de los pozos. Detalles del método se pueden consultar en Deutsch y Journel (1998).

El primer paso de la Simulación Gaussiana Secuencial, es la transformación de los datos conocidos en una distribución Gaussiana normal, utilizando una transformación no lineal.

El siguiente paso antes de la Simulación Gaussiana es el modelamiento de los variogramas. Los variogramas son empleados para caracterizar los patrones de distribución espacial de la propiedad que se está modelando.

Variogramas: El variograma mide el grado de similitud entre dos muestras tomadas a diferentes distancias. Existen diferentes modelos de semivariogramas para encontrar la variación espacial. Los demás modelos se pueden consultar en Deutsch y Journel (1998).

Kriging: La fase final de la Simulación Gaussiana Secuencial consiste en realizar, en cada localización, un kriging simple en combinación con el modelo de semivariograma para determinar la distribución Gaussiana (Deutsch y Journel, 1998).

El kriging es una herramienta geoestadística para determinar una propiedad en una localización no muestreada, como una combinación lineal de las propiedades disponibles en las localizaciones vecinas.

Simulación Streamline

A diferencia de los modelos *streamtube* convencionales, los cuales son difíciles de aplicar a situaciones de campo que involucran múltiples pozos y condiciones de flujo en tres dimensiones (Thiele y Orr, 1996), la

aproximación *streamline* se basa en un único algoritmo de "tiempo de tránsito" el cual usa como base de cálculo el tiempo de vuelo de una partícula a lo largo de la *streamline*. Datta Gupta y King, (1995) hacen una descripción detallada del uso de *streamline* para el modelamiento de flujo en medios heterogéneos. El trabajo inicial para el trazado de las streamlines en tres dimensiones, fue presentado por Pollock (1988).

Tiempo de vuelo: La variable fundamental en la simulación *streamline*, es el *tiempo de vuelo* t_n que simplemente, es el tiempo de viaje de una partícula, a lo largo de la línea de flujo, hasta alcanzar un punto dado (Datta Gupta y King, 1995). El *tiempo de vuelo* matemáticamente puede definirse como:

$$\tau(x, y, z) = \int \frac{\phi}{v_T} ds \quad (1)$$

Para flujo incompresible en un medio permeable no deformable, la velocidad es manejada por un campo de presión. Está dado por la siguiente expresión:

$$\nabla \cdot (\lambda_i \nabla p) = q \delta_{ij} \quad (2)$$

Donde λ_i es la movilidad total, q es la fuente (pozo inyector) o el sumidero (pozo productor) es un operador gradiente de presión, ∇ es un operador de divergencia, δ_{ij} es el delta de Kronecker que determina la posición del pozo en el nodo. El campo de presión se genera con un esquema de diferencias finitas.

La ecuación 2, conduce a un sistema simétrico y bien definido de ecuaciones, el cual puede ser resuelto por métodos iterativos tales como, el gradiente conjugado o la descomposición de Cholesky.

Una vez se deriva la presión y por consiguiente el campo de velocidad, las trayectorias de las partículas y el tiempo de vuelo a lo largo de estas se pueden calcular integrando la siguiente expresión.

$$d\tau = \frac{dt}{\phi} = \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} \quad (3)$$

Donde v_x , v_y y v_z son las velocidades de las componentes en las direcciones x , y y z . Teniendo en cuenta que la línea de flujo debe salir a través de una de las caras del bloque, entonces puede demostrarse que el tiempo de vuelo actual es el mínimo de todos los tiempos calculados para las diferentes caras del bloque (Datta Gupta y King, 1995).

Eficiencia Volumétrica de Barrido: Desde otro punto de vista, el *tiempo de vuelo* refleja la propagación del frente de fluidos a varios tiempos, por lo tanto, existe una conexión directa entre el *tiempo de vuelo* y la eficiencia de barrido volumétrica. Idrobo *et al* (2000) presentan la metodología para estimar dicha eficiencia de barrido en función del *tiempo de vuelo*.

$$\vec{v}_T \cdot \nabla \tau = \phi \quad (4)$$

Escribiendo la Ecuación 1 en forma diferencial. Después de Bear (1973), la velocidad de campo para un medio 3D generalmente se puede expresar en términos de las *bi-streamfunctions* ψ y X como:

$$\vec{v}_T = \nabla \psi * \nabla \chi \quad (5)$$

Una *streamline* se define por la intersección de un valor constante para ψ con un valor constante para X . En las aplicaciones en dos dimensiones, se usan las formas funcionales simplificadas, $\psi = \psi(x, y)$, $\chi = z$, lo que conlleva a expresiones más familiares.

$v_x = \partial \psi / \partial y$, $v_y = -\partial \psi / \partial x$, donde ψ se considera que sea la *streamfunction*.

Las técnicas *streamline* son basadas en una transformación de la coordenada del espacio físico a la coordenada del tiempo de vuelo, donde todas las *streamlines* son tratadas como líneas rectas de longitudes variables.

Idrobo et al (2000) obtuvieron la siguiente expresión para calcular el volumen barrido:

$$V_{swept}(t) = \sum_i \int d\tau (\psi_i) \theta(t - \tau) q(\psi_i) \quad (6)$$

Donde, q es la función Heaviside y $q(y_i)$ es la tasa de flujo volumétrico asignada a la *streamline* y_i . Finalmente la eficiencia volumétrica de barrido se puede calcular dividiendo por el volumen poroso total.

Ponderación de Modelos Geoestadísticos

Antes de seleccionar sólo unas realizaciones, es necesario primero establecer una clasificación jerárquica de las múltiples realizaciones del yacimiento, lo cual se realiza por medio de la eficiencia volumétrica de barrido de acuerdo con la metodología establecida por Idrobo et al (2000). Esta metodología, permite obtener una distribución continua de la eficiencia volumétrica de barrido.

El método de Mishra y Kelley (2000) demuestra que una distribución continua, se puede reemplazar por una distribución discreta de tres (3) valores con sus pesos ajustados de acuerdo con los momentos estadísticos (media y varianza) de la distribución continua.

Metodología Propuesta

La etapa inicial de la metodología consiste en hacer una caracterización detallada del yacimiento. Inicialmente se define el modelo geológico, que involucra el modelo estructural y el modelo estratigráfico.

La siguiente etapa, consiste en definir el modelo petrofísico. Luego, se procede a generar múltiples modelos litológicos del yacimiento, utilizando geoestadística, para garantizar que se está asociando la incertidumbre al marco de referencia estratigráfico.

La siguiente fase de la metodología, es evaluar la incertidumbre asociada mediante la clasificación jerárquica de los modelos estratigráficos. Se utiliza como parámetro de jerarquización el

porcentaje de yacimiento interconectado (Deutsch, C.V.1998) y se establece el marco estratigráfico de mayor probabilidad.

Posteriormente, se genera un número determinado de realizaciones (distribución espacial) de permeabilidad, mediante el algoritmo geoestadístico: *Sequential Gaussian Simulation* tomando como base el marco estratigráfico definido en la etapa anterior. A continuación se procede a cuantificar la incertidumbre asociada mediante la jerarquización y selección de los modelos correspondientes a los cuantiles P_{10} , P_{50} y P_{90} , con base en una variable indicadora del comportamiento; para este caso se utiliza la eficiencia volumétrica de barrido a un determinado tiempo, obtenida a partir del *tiempo de vuelo* de la simulación *streamline* (Idrobo et al, 2000). Luego, se procede a ponderar las realizaciones geoestadísticas seleccionadas utilizando el algoritmo de ajuste de momentos estadísticos propuesto por Mishra et al (2000) para garantizar que las realizaciones seleccionadas conservan la varianza y la media de la distribución continua original.

Finalmente, se procede a realizar simulación a las realizaciones seleccionadas con el objetivo de predecir el comportamiento de inyección producción el cual tiene asociada la incertidumbre. En la Figura 1 se presenta un esquema general de la metodología.

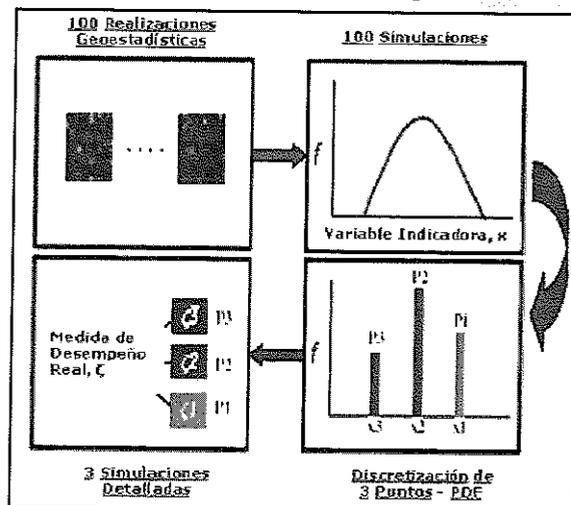


Figura 1. Metodología General

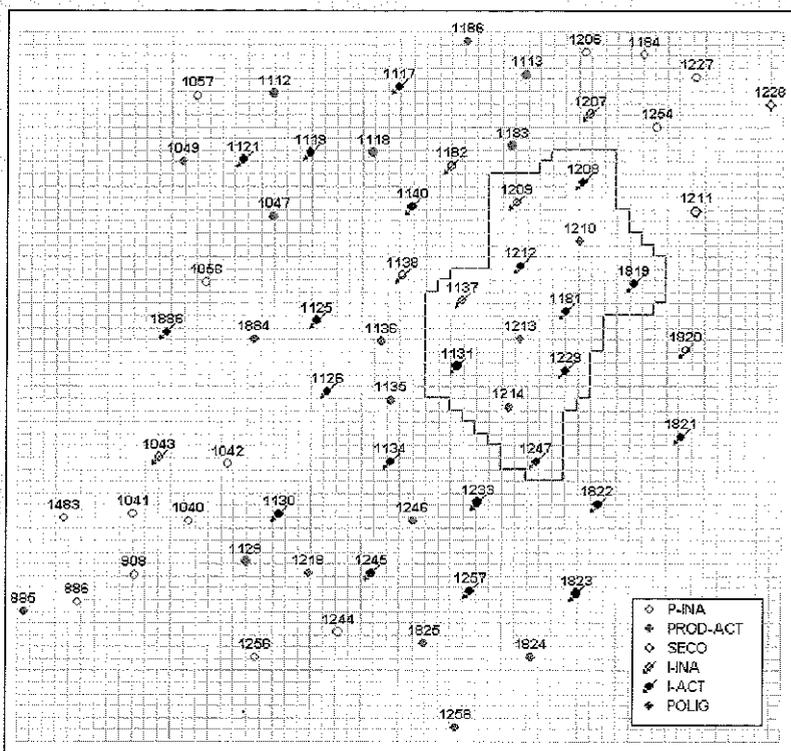


Figura 2.
Localización de los pozos seleccionados

Caso de Campo

AREA 07, ZONA C, CAMPO LA CIRA-INFANTAS, COLOMBIA

El Campo La Cira-Infantas, es un anticlinal alargado de 9 Km. de longitud por 6 Km. de ancho, el eje principal se encuentra en dirección Norte - Sur. El Campo La Cira produce tres zonas "A", "B" y "C". La zona "C", es un yacimiento de arenas fluviales de permeabilidad baja a moderada. (50 - 200 md).

Para realizar el modelo estratigráfico y el modelo petrofísico se seleccionaron 65 pozos, los cuales se pueden observar en la figura 2.

Modelo de Simulación

Un total de 12 pozos, 3 pozos productores y 9 pozos inyectores, se utilizan en el modelo. La figura 5 presenta una vista areal de la ubicación del modelo usado. Las dimensiones de la malla de simulación son: 15960 celdas (19 x 28 x 30), el tamaño de cada bloque es de 55m x 52m y con tamaño variable en z.

Resultados

Modelo Estratigráfico: Se generaron 51 modelos litológicos del yacimiento, utilizando geoestadística para garantizar, que se está asociando la incertidumbre al marco de referencia estratigráfico. Se utiliza como parámetro de jerarquización, el porcentaje de yacimiento interconectado (Deutsch, C.V.1998) y se selecciona la realización correspondiente a la ubicación del percentil 50, que corresponde a un escenario promedio, esto para no considerar los escenarios muy optimista ni muy pesimista (percentiles 10 y 90 respectivamente). Después de realizar un estudio de sensibilidad para diferentes cantidades de *geo-objetos* conectados, se deduce que la realización número 47 ocupa el percentil 50.

Modelo Petrofísico: Aplicando simulación gaussiana secuencial sobre el modelo estratigráfico previamente establecido, se generaron 51 realizaciones petrofísicas (distribución espacial de permeabilidad, porosidad y Vshale). Estas simulaciones se jerarquizan usando la eficiencia volumétrica de barrido.

Con los valores de la eficiencia volumétrica de barrido obtenidos para cada una de las simulaciones, se procede a construir la curva de función de distribución acumulada, *CDF* (*cumulative distribution function*), con el objetivo de clasificar las realizaciones geoestadísticas. La *CDF* obtenida se muestra en la figura 3 donde se puede observar el ranking de la variable de interés, para cada una de las simulaciones corridas.

Ponderación de las realizaciones geoestadísticas: Para el caso de estudio se toma la distribución continua, obtenida al ranquear las realizaciones geoestadísticas, y se seleccionan los cuantiles *P10*, *P50* y *P90* con el fin de capturar el rango completo de incertidumbre de acuerdo con lo que sugieren Mishra et al. (2000). Los cuantiles *P10*, *P50* y *P90* corresponden a las realizaciones 5, 19 y 46 respectivamente.

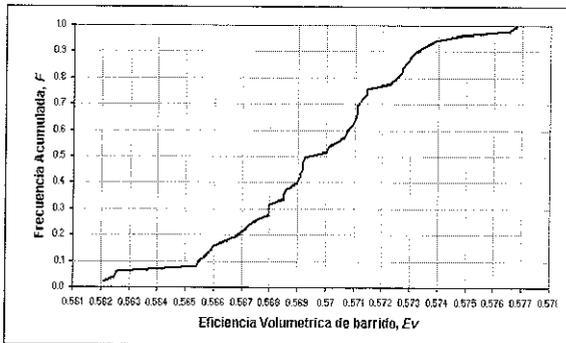


Figura 3.
Distribución acumulada de la Eficiencia Volumétrica calculada a 11905 días

Los resultados de los pesos obtenidos para cada una de las realizaciones seleccionadas se presentan en la Tabla 1. Se corrieron simulaciones para las 3 realizaciones seleccionadas, y sus resultados fueron combinados usando los pesos obtenidos anteriormente con el objetivo de determinar la media y la desviación estándar del corte de agua histórico.

Tabla 1.
Realizaciones seleccionadas y sus pesos

Percentile	Realización	Peso
10	46	0.31820
50	19	0.30936
90	17	0.37244

Validación del esquema propuesto: Con el fin de evaluar la exactitud del esquema de asignación de pesos propuesto, se llevaron a cabo simulaciones para todas las 51 realizaciones. Para cada etapa de tiempo, se calculó la media y la desviación estándar, tanto del corte de agua como de la tasa de producción de aceite, de las 51 simulaciones. La comparación entre los resultados del método propuesto y aquellos obtenidos de todas las simulaciones muestran una buena correspondencia.

Los resultados comparativos para uno de los pozos productores del modelo, se muestran en la figura 4. Donde $E(x)$ es la media del corte de agua y la tasa de producción históricos de todas las simulaciones. M , es la media calculada del corte de agua y la tasa de producción históricos, de las tres simulaciones que corresponden a los cuantiles *P10*, *P50* y *P90*. La desviación estándar $SD(x)$ (de todas las simulaciones) y SD (de las 3 simulaciones) se usan como una medida del error en los datos. La etapa final del análisis de incertidumbre, es hacer un pronóstico del corte de agua y de la tasa de producción para el área seleccionada.

Pronóstico de producción y corte de agua asociando la incertidumbre: Finalmente, probada la validez de la metodología de ponderación, se procede a realizar el pronóstico de corte de agua y tasa de producción para el área de estudio, utilizando las tres realizaciones seleccionadas (*P10*, *P50* y *P90*).

Para obtener los pronósticos de tasa de producción y corte de agua, se hizo simulación a cada uno de las realizaciones seleccionadas y luego sus resultados fueron combinados con los pesos calculados anteriormente. Los resultados obtenidos para un pozo se muestran en la figura 5. Al combinar los percentiles *P10*, *P50* y *P90*, se garantiza que la incertidumbre, asociada al marco estratigráfico y al marco petrofísico, se tiene en cuenta dentro de los pronósticos realizados. Al comparar los resultados obtenidos por el simulador con los datos históricos, se puede decir que el ajuste tanto en la tasa de producción como en el corte de agua, es bueno.

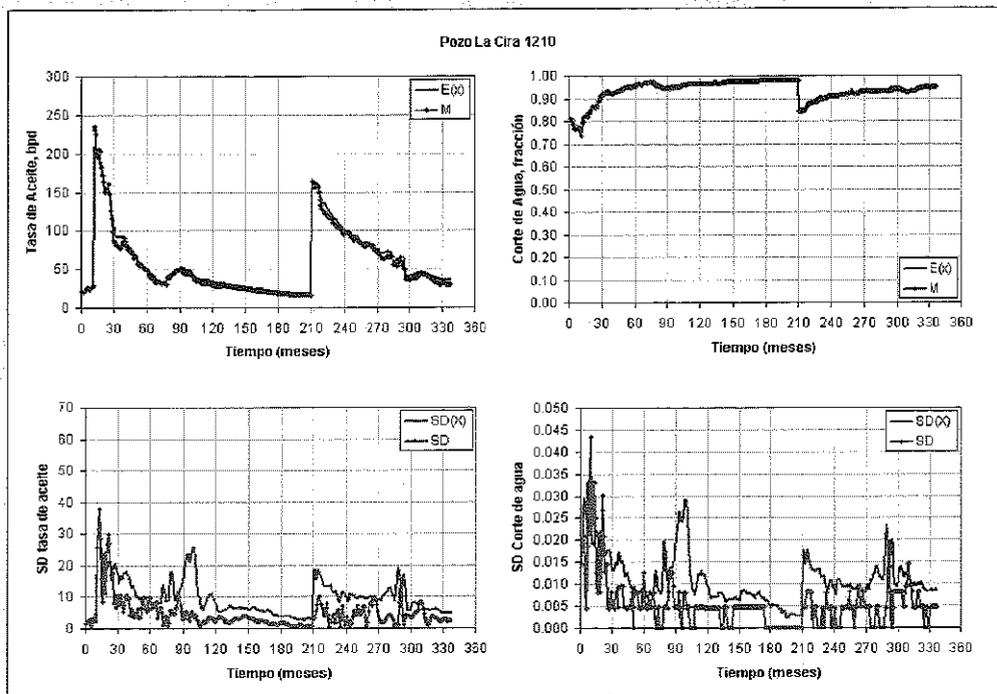


Figura 4.

Media y Desviación estándar de la producción de aceite y cortes de agua históricos, para el pozo LC 1210, usando los percentiles 10-50-90 comparados con los calculados usando las 51 realizaciones

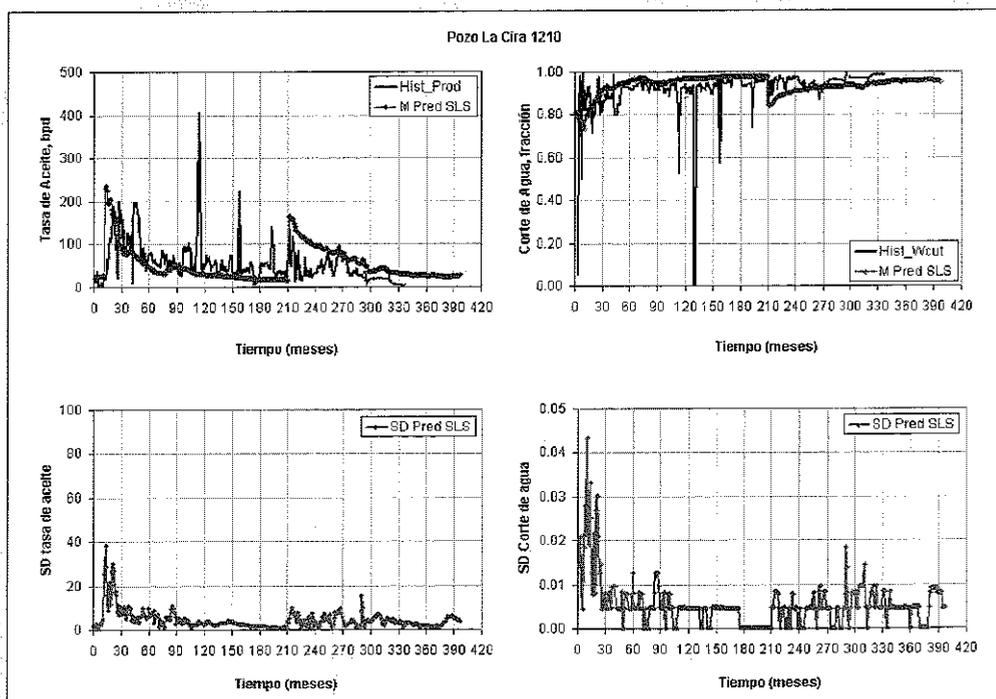


Figura 5. Media y Desviación estándar de la predicción de producción de aceite y cortes de agua históricos, para el pozo LC 1210, usando los percentiles 10-50-90.

Conclusiones

- La integración de diferentes metodologías y herramientas, ha permitido presentar un procedimiento robusto para cuantificar la incertidumbre asociada a la predicción de parámetros de producción, en un yacimiento heterogéneo sometido a inyección de agua, los cuales son la base para hacer un análisis económico de riesgo de un proyecto de inversión.
- En general, el desempeño de la metodología propuesta es satisfactorio en la predicción del corte de agua histórico promedio, con únicamente tres simulaciones. Si observa la predicción de la desviación estándar para el pozo del modelo presentado, se nota una diferencia entre las dos curvas. Pero esta tiene que ser vista bajo el contexto de la relativa baja magnitud de la escala de la desviación estándar comparada con la media.
- Es importante destacar que para este caso no se hizo ningún tipo de ajuste histórico

entre los datos arrojados por el simulador y los datos de campo, obteniéndose muy buena correspondencia entre los datos.

Nomenclatura

P	Probabilidad
t	Tiempo
ϕ	Porosidad
s	Longitud de arco
τ	Tiempo de vuelo
q	Tasa de flujo volumétrica
λ_i	Movilidad total
∇_P	Operador gradiente de presión
∇	Operador de divergencia
δ_{ij}	Función Delta de Kronecker
v_x, v_y, v_z	Velocidades de las componentes en las direcciones x, y, z
Δt	Tiempo de tránsito
S_w	Saturación de agua
v_r	Velocidad de Darcy
A_{sepnv}	Área barrida
V_{sepnv}	Volumen barrido
θ	Heaviside function
ψ, X	bi-streamfunctions

Referencias

- CRAIG, F. F., Jr. "The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding." SPE Monograph 3. Richardson, TX (1971).
- SCHOEPEL, R. J.; (1968): "Waterflood Prediction Methods", Oil and Gas J. 66, Jan. 22, 72-75; Feb. 19, 98-106; March 18, 91-93; April 8, 80-86; May 6, 111-114; June 17, 100-105; July 8, 71-79.
- MISHRA, S., CHOUDHARY, M. K. y DATTA-GUPTA, A. (October 1-4, 2000): "A Novel Approach for Reservoir Forecasting Under Uncertainty" SPE paper 62926 presented at the 2000 SPE Annual Technical Conference and Exhibition Held, Dallas, TX.
- MISHRA, S. y KELLEY, V. A. (December 5-8, 2000): "A Hybrid Probabilistic Approach for Health Risk Assessments", paper W18.01 presented at the 2000 Society for Risk Analysis Annual Meeting, Atlanta, Georgia.
- IDROBO, E. A., CHOUDHARY, M. K. y DATTA-GUPTA, A. (June 19-23, 2000): "Swept Volume Calculations and Ranking of Geostatistical Reservoir Models using Streamline Simulation" paper SPE 62557 presented at the 2000 SPE/AAPG Western Regional Meeting, Long Beach, California.
- BEAR, J.: "Dynamics of Fluid in Porous Media," Dover Publications, New York (1973).
- IDROBO, E. A. (1999): "Characterization and Ranking of Reservoir Models Using Geostatistics and Streamline Simulation," PhD Dissertation, Texas A&M University.
- DATTA-GUPTA, A. y KING, M. J. (1995): "A Semianalytical Approach to Tracer Flow Modeling in Heterogeneous Permeable Media", Advances in Water Resources 18(1), 9-24.
- DEUTSCH, C. V. y JOURNAL, A. G. (1998): "GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide", second edition, Oxford University Press, New York.
- DEUTSCH, C. V. (1998): "Fortran Programs for Calculating Connectivity of Three-Dimensional Numerical Models and for Ranking Multiple Realizations", Computers & Geosciences 24(1), 69.
- POLLOCK, D. W. "Semi analytical Computation of Path Lines for Finite-Difference Models". *Ground Water*, Nov-Dec 1988. P. 743-750.

Autor: JORGE MANTILLA V. - jmantill@ecopetrol.com.co

Ingeniero de Petróleos egresado de la Universidad Industrial de Santander UIS en 1999; Candidato al título de MSc. en Ingeniería de Hidrocarburos de la UIS. Ingeniero de la División de Yacimientos en la gerencia Centro-Oriente de ECOPETROL S.A.