Vol. 23, n.° 1, enero-junio de 2025
ISSN impreso: 1657-6527 • ISSN en línea: 2145-8502

FUENTES
EL REVENTÓN ENERGÉTICO

Modelación del intercambio de energía radiante a través de una mezcla gaseosa de H_2O, CO_2 y CO

Radiative heat transfer modelling through a gaseous mixture of H_2O, CO_2 y CO

Yanan Camaraza-Medina[1]
[1]Department of Mechanical Engineering, University of Guanajuato, Mexico
e-mail: ycamaraza1980@yahoo.com

Recibido: 27 de marzo de 2024. Aceptado: 30 mayo, 2025.

Resumen

En este trabajo se brinda una solución analítica para calcular las emisividades y absortividades de gases para mezclas H_2O - CO_2 - CO, válida para temperaturas de 300 a 2700 K y recorridos de presión de 0,06 a 40 atm·m. En el cálculo de la solución analítica (SA) se implementaron los procedimientos no lineales de los métodos de Ritz y Galerkin. Para cada combinación $P_x L; T$ fueron calculados mediante la SA la absortividad espectral α_λ y la emisividad ε_λ, mientras que la emisividad media ε_m y la absortividad α_m de la mezcla de gases se calcularon utilizando el método de Hottel (MH) y el método propuesto. En los cálculos de emisividad, el MH muestra un menor ajuste, con valores de ±15% y ±20% para el 55,5% y 76,9% de los puntos $PL; T$ evaluados, mientras que; el modelo propuesto se correlaciona adecuadamente con los datos disponibles, mostrando una desviación promedio de ±10% y ±15% para el 77,3% y 91,9% de los puntos $PL; T$ evaluados. En las estimaciones de absortividad, el MH muestra un ajuste más débil, con valores de ±15% y ±20% para el 50,1% y 76,1% de los puntos $PL; T$ evaluados, respectivamente, mientras que el modelo propuesto muestra una buena concordancia con los datos disponibles, con una desviación media de ±10% y ±15% para el 75,3% y 90,7% de los puntos $PL; T$ evaluados. En todos los casos, la concordancia del modelo propuesto con los datos experimentales disponibles es lo suficientemente buena como para ser considerada satisfactoria para el diseño práctico.

Palabras clave: mezcla de gases, emisividad, absortividad, radiación térmica.

Abstract

In this work, an analytical solution is given to compute the gas emissivity and absorptivity for H_2O-CO_2-CO mixtures, which is valid for temperatures from 300 to 2700 K and pressure path-length from 0.06 to 40 atm·m. In the calculation of the analytical solution (AS), the nonlinear procedures of Ritz and Galerkin methods were used. For each test $P_x L; T$, by mean of the AS, the spectral absorptivity α_λ and emissivity ε_λ were determined, while the average emissivity ε_m and absorptivity α_m were computed using the Hottel's Method (HM) and the proposed method. In the emissivity calculations, the HM shows a less adjustment, with values of ±15% and ±20% for 55.5% and 76.9% of the $PL; T$ points evaluated, while; the proposed model correlates adequately with the available data, showing an average deviation of ±10% and ±15% for 77.3% and 91.9% of the $PL; T$ points evaluated. In the absorptivity estimations, the HM shows a weaker fit, with values of ±15% and ±20% for 50.1% and 76.1% of the $PL; T$ points evaluated, respectively, while; the proposed model shows good agreement with the available data, with a mean deviation of ±10% and ±15% for 75.3% and 90.7% of the $PL; T$ points evaluated. In all cases, the agreement of the proposed model with the available experimental data is good enough to be considered satisfactory for practical design.

Key Words: gas mixture, emissivity, absorptivity, thermal radiation.

Forma de citar: Camaraza-Medina, Y. (2025). Modelación del intercambio de energía radiante a través de una mezcla gaseosa de H2O, CO2 y CO. Revista Fuentes, *el Reventón Energético*, *23*(1), 47-57. doi: https://doi.org/10.18273/revfue.v23n1-2025003.

1. Introducción

En la ingeniería práctica con frecuencia se requiere computar los volúmenes de energía radiante intercambiada en instalaciones como hornos o cámaras de combustión, en las cuales los gases de combustión están compuestos por mezclas de H_2O, CO y CO_2. Estas moléculas asimétricas a temperaturas moderadas y altas pueden participar en el intercambio térmico, absorbiendo y emitiendo energía, lo cual complejiza el análisis térmico (Bordbar, Węcel & Hyppänen, 2014; Avalos-Patiño, et al., 2021).

Un medio participante emite y absorbe energía a través de todo su volumen, por lo tanto, la radiación térmica en este caso es un fenómeno volumétrico, y aun cuando la temperatura sea constante y uniforme, el intercambio térmico será dependiente del tipo de medio participante y de su tamaño. Los gases absorben y emiten radiación en varias bandas estrechas de longitudes de onda, a diferencia de los sólidos que lo hacen sobre todo el espectro. Por tanto, aun cuando el medio cercano al gas se comporte como un cuerpo gris, el hecho de asumir que el gas es un cuerpo gris no siempre será una suposición correcta (Chandrakar, Mukherjee & Senapati, 2022).

La absorción y emisión de energía de una mezcla de gases es dependiente de la temperatura media de la mezcla de gases y de la temperatura de lapared, también influye apreciablemente la composición de la mezcla, así como su presión parcial de cada gas que integra la mezcla evaluada (Cui, Gao & Chen, 2011).

En una mezcla de gases, debido a la superposición de las bandas de absorción y emisión de cada gas que compone la mezcla, el efecto participante individual de cada gas se ve afectado por las características participantes del resto de los componentes de la mezcla, (Gümüşsu & Tarman, 2023).

En los gases la distancia entre las moléculas es mayor que en los sólidos, permitiendo una mayor movilidad de las mismas, lo que trae como consecuencia que una parte elevada de la radiación emitida desde el seno de la mezcla de gases llegue la zona de interface de la masa gaseosa. Con la absorción sucede algo similar, pues una alta fracción de la energía absorbida en la zona de interface de la mezcla gaseosa penetra hasta el seno de la mezcla gaseosa. Este inconveniente requiere que sea definida la distancia media que debe recorrer el haz de radiación a través de la masa gaseosa, la cual es conocida como longitud característica del haz L.

A partir de lo anteriormente explicado, en una mezcla de gases participantes la absortividad a y la emisividad ε van a ser una dependencia de la presión parcial del gas P_x y de la longitud característica L (Khivsara, et al., 2019; Camaraza-Medina, Hernandez-Guerrero & Luviano-Ortiz, 2024a; Li, et al., 2023).

Algunos elementos como partículas de hollín (inquemados), aerosoles, el polvo y gotas de líquido en suspensión pueden complejizar la radiación a través de un medio participante, debido a que estos producen dispersión de la radiación, fundamentalmente por reflexión, refracción y difracción.

Las moléculas de los gases participantes también producen dispersión de la radiación (dispersión de Rayleigh), sin embargo, esta ejerce una influencia minoritaria sobre el intercambio de energía, por tal motivo generalmente se desprecia en los estudios de medios participantes (Modest & Riazzi, 2005; Li, et al., 2022; Camaraza-Medina, 2024b).

En la actualidad, son conocidos diversos métodos para computar la transferencia de calor por radiación en mezclas de gases participantes. El método de Hottel (MH) se basa en la interpretación de nomogramas, por lo cual resulta muy simple su implementación, proporcionando además un ajuste medio de $\pm 25\%$ ensus resultados, por esta razón se ha generalizado su uso en la ingeniería práctica.

Sin embargo, la lectura e interpretación de gráficos en el MH introduce un margen de error adicional, debido a la interpolación visual entre familias de curvas experimentales, por tanto, en muchos casos la desviación obtenida puede llegar a alcanzar valores de $\pm 35\%$,lo cual se convierte en una limitante importante para la aplicación del MH (Alberti, Weber & Mancini, 2016; Cassol, et al., 2014).

El tratamiento matemático del intercambio de energía radiante a través de una mezcla gaseosa participante es muy complejo, pues es requerido considerar el factor de visión entre la mezcla gaseosa y las paredes circundantes, así como la integración volumétrica sobre la masa gaseosa, lo cual involucra el manejo de cientos de funciones primitivas, siendo obtenidas en muchas ocasiones sumas de funciones especiales (Bessel, Henkel y Spence), lo cual agrega el uso de métodos numéricos para la integración de estas funciones especiales derivadas de contornos complejos de la masa gaseosa (Camaraza-Medina, Hernandez-Guerrero & Luviano-Ortiz, 2024b; Dorigon, et al., 2013).

Los medios participantes no siempre son gases, pues algunos líquidos y sólidos semitransparentes pueden participar en el intercambio de energía radiante. Sin embargo, en la ingeniería térmica los medios participantes con mayor presencia son las mezclas gaseosas de H_2O, CO y CO_2, las cuales se encuentran en elevadas concentraciones en los productos de combustión de hornos (Farmer & Roy, 2020; Gao, et al., 2020; Gao, et al., 2022). Por lo tanto, este trabajo se centra en el cómputo de la emisividad y absortividad de las mezclas gaseosas de H_2O, CO y CO_2.

A partir de lo expuesto con anterioridad, el objetivo de este trabajo es desarrollar un método analítico que permita estimar las emisividades y absortividades de mezclas gaseosas compuestas por H_2O, CO_2 y CO, que garantice una desviación inferior con respecto a la SA a la computada con el MH, y que su manejo no resulte ser complejo desde la óptica matemática.

Fue establecida una comparación entre los resultados obtenidos con el uso del MH y el método analítico, calculando para este propósito las emisividades y absortividades de 506 y 360 combinaciones $P_xL;T$, respectivamente, usando valores aleatorios de T y P_xL en los intervalos $300\,K \leq T \leq 2700\,K$ y $0.06\,atm \bullet m \leq P_xL \leq 40\,atm \bullet m$, respectivamente.

Para cada juego de valores $P_xL\,;T$, fueron computadas la emisividades y absortividades exactas ε_λ y a_λ mediante la SA, mientras que las emisividades y absortividades de la mezcla ε_m y a_m, fueron estimadas mediante el MH y la solución propuesta. Los ajustes obtenidos se consideran como razonables, lo cual unido al carácter práctico de la contribución, convierten a la propuesta en una herramienta útil para el computo del intercambio de energía radiante en mezclas gaseosas participantes.

2. Materiales y Métodos

2.1 Longitud equivalente del haz

La emisividad y absortividad de un gas es fuertemente influenciada por el tamaño y forma de la masa gaseosa analizada. Si se considera inicialmente que el haz de radiación se traslada de manera estable y uniforme desde el centro geométrico de la masa gaseosa hacia la interface o superficie, entonces esa longitud va a ser igual a la distancia que debe recorrer el haz de radiación en el seno de masa gaseosa (Zhang, et al., 2023). La emisividad espectral de una masa gaseosa viene dada por la siguiente relación (Wang, et al., 2020):

$$\varepsilon_\lambda = F_{12}\frac{V_{gas}}{\pi A}\int_0^\infty PdP\int_0^\infty(1-e^{-k_\lambda L})d\lambda\,dT \qquad (1)$$

Donde: θ_2, θ_1 son los ángulos entre las normales a las áreas dA_2, dA_1 y la línea r que interconecta los centros de las superficies emisora A_1 y receptora A_2, respectivamente. A, V_{gas} son el área de la superficie calefactora y el volumen de la mezcla gaseosa, respectivamente. r es la distancia entre los centros de las superficies A_1 y A_2, respectivamente.

Como se expuso con anterioridad, la emisividad es una función compleja que involucra el volumen de la mezcla gaseosa, las presiones parciales de cada componente de la mezcla P_x, la temperatura termodinámica media de la mezcla, el producto del coeficiente de absorción espectral del medio k_λ y la longitud L y el factor de visión F_{12} (Camaraza-Medina, Hernandez-Guerrero & Luviano-Ortiz, 2023).

El uso de la Ecuación (1) en la práctica ingenieril es nulo, debido a su elevada complejidad. Generalmente para cálculos prácticos se prefiere la generalización de valores experimentales aproximados de L. Sin embargo, en múltiples ocasiones estas aproximaciones introducen errores en las estimaciones del orden de $\pm\,30\%$. En la literatura se dispone de soluciones exactas para la determinación de L en algunas geometrías simples, generalmente de contornos rectangulares o poligonales (Moore & Jones, 2014; Liu, et al., 2022).

2.2 Emisividades de gases y mezclas

Los valores de P_x del gas son muy importantes en el cómputo de la emisividad base de cualquier gas componente de mezclas, siendo determinada mediante la siguiente relación (Sun, 2021):

$$P_x = P\cdot(\%_x) \qquad (2)$$

Donde: p es la presión total de la mezcla gaseosa. $\%_x$ es la fracción porcentual individual de cada gas en la mezcla.

En este trabajo, en lo adelante serán utilizados los subíndices w, c y co para referirse al H_2O, CO_2 y CO, respectivamente. La presión parcial reducida para cada gas viene dada por (Sadeghi & Safavinejad, 2017; Mukherjee, Chandrakar & Senapati, 2023):

$$P_{WL} = \frac{P_W \cdot L}{0.3048} \quad (3)$$

$$P_{CL} = \frac{P_C \cdot L}{0.3048} \quad (4)$$

$$P_{COL} = \frac{P_{CO} \cdot L}{0.3048} \quad (5)$$

donde: P_{CO}, P_W, P_C son las presiones parciales del CO, H_2O, CO_2, en atm.

Cuando se cumple que $P = 1\,atm$, mediante el uso del MEF es posible discretizar la Ecuación (1), obteniendo así una solución aproximada para computar la emisividad básica del H_2O, CO_2 y CO, las cuales vienen dadas por las siguientes expresiones (Wang, et al., 2020):

$$e_{W1} = \sqrt{P_{WL}}\{\sqrt[4]{T}(0.078 - 0.003\sqrt[4]{T}) - 0.41\} + \sqrt[4]{P_{WL}}\{\sqrt[4]{T} \cdot (0.032 - 0.018\sqrt[4]{T}) + 0.88\} + \sqrt[4]{T}(0.007\sqrt[4]{T} - 0.03) - 0.24 \quad (6)$$

$$e_{C1} = \{\sqrt{P_{CL}}\{\sqrt[4]{T}(0.024\sqrt[4]{T} - 0.264) + 0.5\} + \sqrt[4]{P_{CL}}\{\sqrt[4]{T} \cdot (0.484 - 0.042\sqrt[4]{T}) - 0.774\} + \sqrt[4]{T}(0.158 - 0.019\sqrt[4]{T}) - 0.051\}^4 \quad (7)$$

$$e_{CO1} = \{\sqrt{P_{COL}}\{\sqrt[4]{T}(0.053\sqrt[4]{T} - 0.544) + 1.175\} + \sqrt[4]{P_{COL}}\{\sqrt[4]{T} \cdot (1.818 - 0.168\sqrt[4]{T}) - 4.2\} + \sqrt[4]{T}(0.0123\sqrt[4]{T} - 0.131) + 0.33\}^4 \quad (8)$$

En las Ecuaciones (6) a la (8), la temperatura T es proporcionada en K.

En las Figuras 1 a la 3 es dada una representación gráfica de las Ecuaciones (6) a la (8), respectivamente.

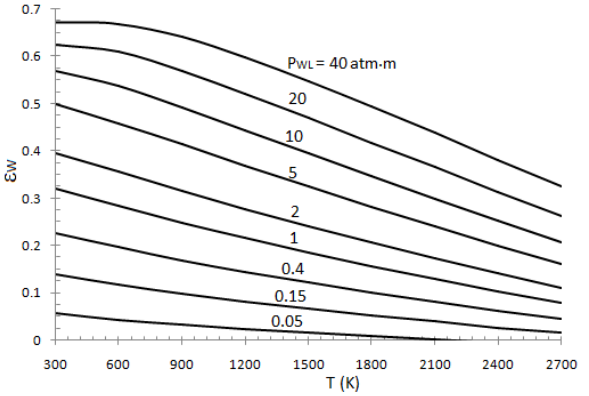

Figura 1. Emisividad del H_2O para $P = 1\,atm$

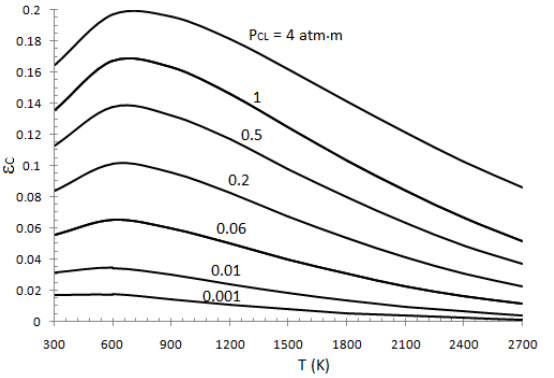

Figura 2. Emisividad del CO_2 para $P = 1\,atm$

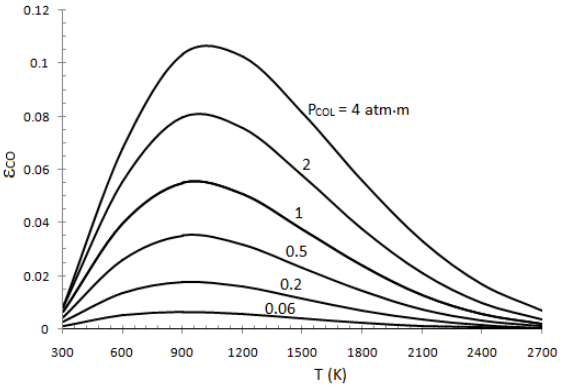

Figura 3. Emisividad del CO para $P = 1\,atm$

Si la presión de la mezcla cumple la condición $P \neq 1\,atm$, entonces deben ser corregidas las emisividades básicas computadas mediante las Ecuaciones (6) a la (8). Para este propósito es integrada nuevamente la Ecuación (1), considerando que $P = 1$ es un punto dediscontinuidad en la integración volumétrica, por tanto, las raíces de Spence convergen a una aproximación mediante polinomios, que vienen dados por las siguientes expresiones (Camaraza-Medina, 2024a):

$$C_W = 0.168 + \{0.137\sqrt{P_{WL}} - 0.047\sqrt[4]{(P_{WL})^3} - 0.003\sqrt[4]{P_{WL}} - 0.597\} \cdot \left(\frac{P_W + P}{2}\right)^2 + \{0.685\sqrt[4]{(P_{WL})^3} + 0.945\sqrt[4]{P_{WL}} + 1.963 - 2.033\sqrt{P_{WL}}\} \cdot \left(\frac{P_W + P}{2}\right) + 0.982\sqrt{P_{WL}} - 0.33\sqrt[4]{(P_{WL})^3} - 0.472\sqrt[4]{P_{WL}} \quad (9)$$

$$C_C = 1.594\sqrt[4]{P_{CL}} + \sqrt{P}\{\,0.332\sqrt[4]{P_{CL}} - 0.042\sqrt{P_{CL}} - 0.61\} + \sqrt[4]{P}\{\,0.44\sqrt{P_{CL}} - 1.993\sqrt[4]{P_{CL}} + 2.862\} - 0.362\sqrt{P_{CL}} - 1.171 \quad (10)$$

$$C_{CO} = 1.826\sqrt[4]{P_{COL}} + \sqrt{P}\{0.409\sqrt[4]{P_{COL}} - 0.066\sqrt{P_{COL}} - 0.641\} + \sqrt[4]{P}\{\,0.49\sqrt{P_{COL}} - 2.228\sqrt[4]{P_{COL}} + 2.962\} - 0.427\sqrt{P_{COL}} - 1.282 \quad (11)$$

Una representación gráfica de las Ecuaciones (9) a (11) es dada en las Figuras 4 a la 6, respectivamente. Combinando en forma de producto las Ecuaciones (6) a la (8), con las Ecuaciones (9) a la (11), las emisividades del H_2O, CO_2 y CO para $P \neq 1\,atm$ vienen dadas por (Camaraza-Medina, 2024b):

$$e_W = C_W \cdot e_{W1} \quad (12)$$

$$e_C = C_C \cdot e_{C1} \quad (13)$$

$$e_{CO} = C_{CO} \cdot e_{CO1} \quad (14)$$

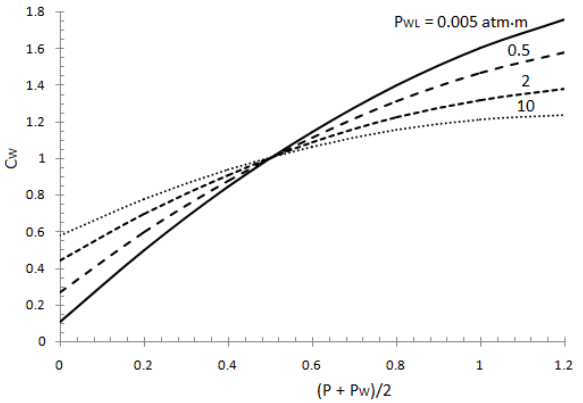

Figura 4. Corrección C_W del H_2O para $P \neq 1\,atm$

Aunque las emisividades calculadas con las Ecuaciones (12) a la (14) corresponden de forma individual al H_2O, CO_2 y CO, en ese orden, la emisividad real de la mezcla no puede ser obtenida mediante la suma de las emisividades de H_2O, CO_2 y CO, pues que el efecto del traslape de las bandas individuales ejerce una influencia importante sobre el valor sumario de la emisividad de la mezcla.

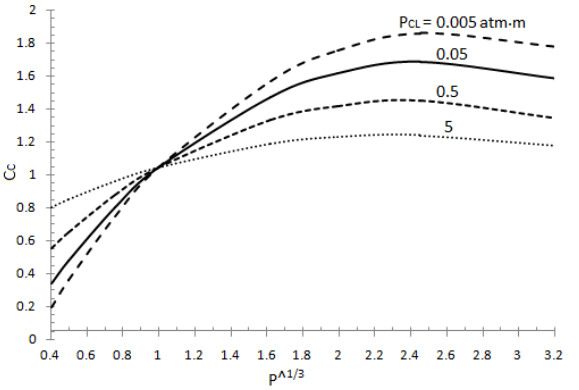

Figura 5. Corrección C_C del CO_2 para $P \neq 1\,atm$

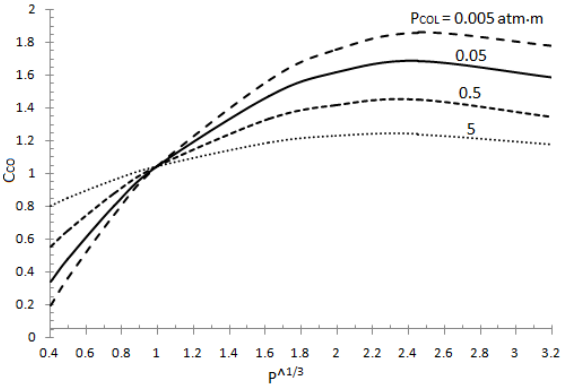

Figura 6. Corrección C_{CO} del CO para $P \neq 1\,atm$

Para incluir el efecto del traslape de bandas, es requerido incluir un factor de corrección $\Delta\varepsilon$ para cada combinación de gases participantes. Para definir el factor de corrección, son establecidas las siguientes definiciones:

$$(P_1)^4 = P \cdot (P_{WL} + P_{CL}) \quad (15)$$

$$1/P_2 = (P_W + P_C)/P_W \quad (16)$$

$$(P_3)^4 = P \cdot (P_{WL} + P_{COL}) \quad (17)$$

$$1/P_4 = (P_W + P_{CO})/P_W \quad (18)$$

$$(P_5)^4 = P \cdot (P_{CL} + P_{COL}) \quad (19)$$

$$1/P_6 = (P_C + P_{CO})/P_C \quad (20)$$

$$R_1 = (-0.01 \cdot \{63.8 - 0.539 \cdot T^{0.75} + 11.39 \cdot T^{0.5} - 76.47 \cdot T^{0.25}\})^4 \quad (21)$$

$$\Delta\varepsilon = \max\{\Delta\varepsilon_{(W-C)} + e_{CO} + \Delta\varepsilon_{(C-CO)}\ ;\ e_C \cdot e_W \cdot e_{CO}\} \quad (22)$$

El factor de corrección R_1considera el efecto de la temperatura sobre la no uniformidad del solape de bandas en las correcciones de superposición binaria para mezclas gaseosas. Una representación gráfica de la Ecuación (21) es dada en la Figura 7. Las correcciones de superposición binaria para mezclas gaseosas vienen dadas por:

$$\Delta\varepsilon_{(W-C)} \rightarrow (H_2O - CO_2)\ ;\ \Delta\varepsilon_{(W-CO)} \rightarrow (H_2O - CO)\ ;\ \Delta\varepsilon_{(C-CO)} \rightarrow (CO_2 - CO) \quad (23)$$

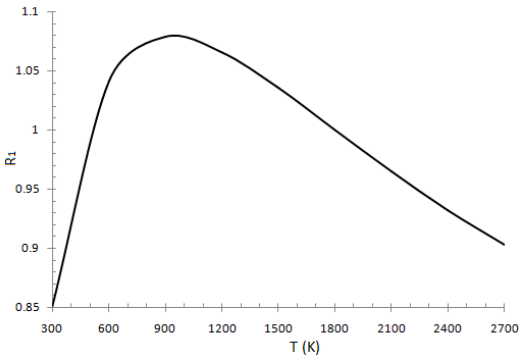

Figura 7. Factor de corrección R_1

Para computar la corrección de superposición binaria $\Delta\varepsilon_{(W-C)}$es requerido considerar el factor de corrección de temperatura termodinámica R_1 y las fracciones de presiones parciales P_1y P_2, respectivamente. Las Ecuaciones (15), (16) y (21) son sustituidas en la Ecuación (1), posteriormente se considera un valor unitario para el volumen y una longitud *L*. Esta simplificación elimina el manejo de las raíces binarias de Spence en la solución de la integral cuádruple, lo cual permite entonces implementar una discretización lineal mediante el MEF. La solución obtenida es expresada como suma de polinomios orden dos, la cual queda dada por:

$$\Delta\varepsilon_{(W-C)} = \{-\{6.16 + 8.864P_1 - 0.454(P_1)^2\}\cdot\left(\frac{P_2}{10}\right)^2 - \{0.588(P_1)^2 - 11.47 - 9.539P_1\}\cdot\frac{P_2}{100} - 0.01\cdot(1.327 - 0.16(P_1)^2 - 1.335P_1)\}\cdot R_1 \quad (24)$$

Siguiendo un procedimiento análogo al realizado para $\Delta\varepsilon_{(W-C)}$, son obtenidas correcciones de superposición binarias $\Delta\varepsilon_{(W-CO)}$ y $\Delta\varepsilon_{(C-CO)}$, utilizando en este caso las fracciones de presiones parciales dadas por las Ecuaciones (17) y (18) para $\Delta\varepsilon_{(W-CO)}$y las Ecuaciones (19) y (20) para $\Delta\varepsilon_{(C-CO)}$. Las soluciones obtenidas son:

$$\Delta\varepsilon_{(W-CO)} = \frac{R_1}{10}\cdot\{\{1.837(P_3)^2 - 26.42P_3 + 8.011\}\cdot\left(\frac{P_4}{100}\right)^2 + \{37.21P_3 - 3.054(P_3)^2 - 10.37\}\cdot\frac{P_4}{100} + 0.01\cdot(0.231(P_3)^2 + 4.446P_3 - 3.403)\} \quad (25)$$

$$\Delta\varepsilon_{(C-CO)} = \frac{R_1}{10}\cdot\{\{0.896P_5 - 0.416(P_5)^2 - 24.54\}\cdot\left(\frac{P_6}{100}\right)^2 + \{0.06P_5 + 5.027(P_5)^2 + 25.01\}\cdot\frac{P_6}{100} + 0.01\cdot(0.326(P_5)^2 - 0.593P_5 + 10.75)\} \quad (26)$$

En las Figuras 8 a la 10 es dada de forma gráfica la solución de las Ecuaciones (24) a la (26), respectivamente.

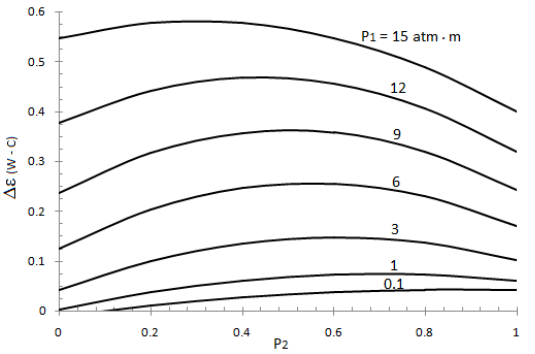

Figura 8. Factor de corrección $\Delta\varepsilon_{(W-C)}$

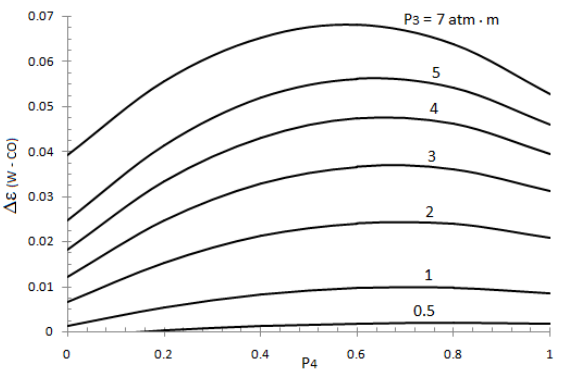

Figura 9. Factor de corrección $\Delta\varepsilon_{(W-CO)}$

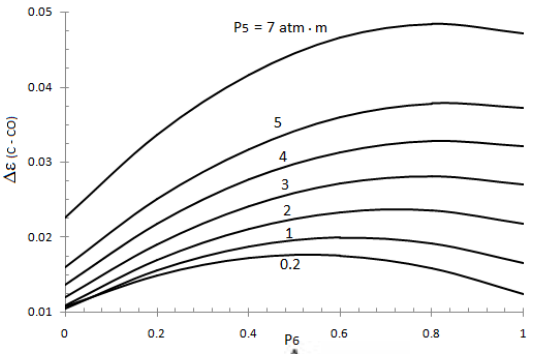

Figura 10. Factor de corrección $\Delta\varepsilon_{(C-CO)}$

La emisividad efectiva de la mezcla e_m viene dada por:

$$e_m = e_W - \Delta\varepsilon_{(W-C)} + e_C - \Delta\varepsilon_{(W-CO)} + e_{CO} - \Delta\varepsilon_{(C-CO)} + \Delta\varepsilon \quad (27)$$

2.3 Absortividades de gases y mezclas

Para computar la absortividad de la mezcla gaseosa se procede de manera análoga a la emisividad, usando la temperatura de la superficie emisora T_S en lugar de la temperatura de mezcla gaseosa T. Con esta modificación, para el caso de la absortividad, las presiones parciales reducidas que fueron dadas con anterioridad en las Ecuaciones (3) a la (5) deben ser afectadas por el factor de corrección termodinámico $\frac{T}{T_s}$, quedando ahora de la siguiente manera:

$$P_{WLL} = \frac{P_W \cdot L \cdot T}{0.3048 \cdot T_s} \quad (28)$$

$$P_{CLL} = \frac{P_C \cdot L \cdot T}{0.3048 \cdot T_s} \quad (29)$$

$$P_{COLL} = \frac{P_{CO} \cdot L \cdot T}{0.3048 \cdot T_s} \quad (30)$$

Cuando se cumple que $P = 1\,atm$, la absortividad básica del H_2O, CO_2 y CO es determinada mediante las Ecuaciones (6) a la (8), utilizando la temperatura T_S en lugar de T, quedando de la forma siguiente (Camaraza-Medina, 2024a):

$$a_{W1} = 0.007\sqrt{T_s} + \sqrt{P_{WLL}}\{0.078\sqrt[4]{T_s} - 0.003\sqrt{T_s} - 0.41\} + \sqrt[4]{P_{WLL}}\{0.032\sqrt[4]{T_s} - 0.018\sqrt{T_s} + 0.88\} - 0.03\sqrt[4]{T_s} - 0.24 \quad (31)$$

$$a_{C1} = \{0.158\sqrt[4]{T_s} + \sqrt{P_{CLL}}\{0.024\sqrt{T_s} - 0.264\sqrt[4]{T_s} + 0.5\} + \sqrt[4]{P_{CLL}}\{0.484\sqrt[4]{T_s} - 0.042\sqrt{T_s} - 0.774\} - 0.019\sqrt{T_s} - 0.051\}^4 \quad (32)$$

$$a_{CO1} = \{0.0123\sqrt{T_s} + \sqrt{P_{COLL}}\{0.053\sqrt{T_s} - 0.544\sqrt[4]{T_s} + 1.175\} + \sqrt[4]{P_{COLL}}\{1.818\sqrt[4]{T_s} - 0.168\sqrt{T_s} - 4.2\} - 0.131\sqrt[4]{T_s} + 0.33\}^4 \quad (33)$$

Si la presión de la mezcla cumple la condición $P \neq 1\,atm$, entonces deben ser afectados los factores de corrección calculados mediante las Ecuaciones (9) a la (11), considerando la no uniformidad de la distribución de las temperaturas sobre el volumen de la masa gaseosa y la superficie emisora. Matemáticamente esto queda dado por las siguientes relaciones:

$$C_{Wa} = C_W \cdot \left(\frac{T}{T_s}\right)^{0.45} \quad (34)$$

$$C_{Ca} = C_C \cdot \left(\frac{T}{T_s}\right)^{0.65} \quad (35)$$

$$C_{COa} = C_{CO} \cdot \left(\frac{T}{T_s}\right)^{0.6} \quad (36)$$

Las absortividades del H_2O, CO_2 y CO para $P \neq 1\,atm$son:

$$a_W = C_{Wa} \cdot a_{W1} \quad (37)$$

$$a_C = C_{Ca} \cdot a_{C1} \quad (38)$$

$$a_{CO} = C_{COa} \cdot a_{CO1} \quad (39)$$

Las correcciones por superposición binarias $\Delta a_{(W-C)}$; $\Delta a_{(W-CO)}$; $\Delta a_{(C-CO)}$para las mezclas $H_2O - CO_2$; $H_2O - CO$; $CO_2 - CO$ son calculados mediante las Ecuaciones (24) a la (26), usando P_{WLL}, T, P_{COLL}, P_{CLL}enlugar deP_{WL}, T, P_{COL}, P_{CL}. En definitiva, la absortividad de la mezcla a_m es computada por medio de la siguiente correlación:

$$a_m = a_W + a_C + a_{CO} - \Delta a_{(W-C)} - \Delta a_{(W-CO)} - \Delta a_{(C-CO)} + \Delta a \quad (40)$$

En la relacion (40) el factor de corrección Δaes obtenido de la siguiente manera:

$$\Delta a = \max\{\Delta a_{(W-C)} + \Delta a_{(C-CO)} + a_{CO1} \;;\; a_W \cdot a_C \cdot a_{CO}\} \quad (41)$$

3. Analisis de resultados

3.1 Verificación del modelo propuesto

En la mayoría de los casos de intercambio de energía radiante a través de medios participantes que s

encuentran en las aplicaciones industriales de la ingeniería térmica, el H_2O, CO_2 y CO están presentes en forma de mixtura. Por este motivo, la validación de los modelos propuestos se realizará a través de las Ecuaciones (27) y (41).

Para la verificación de la emisividad, fueron usados valores de temperaturas en el rango $300\,K \leq T \leq 2700\,K$ y para la relación PL de forma aleatoria fueron escogidos siete valores prefijados $(40,\ 20,\ 10,\ 5.3,\ 0.6,\ 0.06)atm \cdot m$, con 58, 105, 61, 75, 65, 72 y 70 datos para cada relación PL, respectivamente.

Para cada combinación $PL\,;T$ fue obtenida la emisividad espectral ε_{λ}, resolviendo la Ecuación (1) mediante una discretización no lineal basada en el método de Ritz, mientras que los valores de emisividad de la mezcla e_m fueron calculados mediante la Ecuación (27) y el MH.

En la Figura 11 es representada gráficamente la correlación entre el $\frac{\varepsilon_\lambda}{e_m}$ y la temperatura T para el MH, siendo ajustados los valores en bandas de error de ± 15% y ± 20%. En la Figura 12 es dada la correlación entre el $\frac{\varepsilon_\lambda}{e_m}$ y la temperatura T, usando la Ecuación (27) para el cálculo de e_m, siendo ajustados los valores en bandas de error de ± 10% y ± 15%.

La desviación (porcentaje de error) es calculado con respecto a la SA, mediante la siguiente expresión (Camaraza-Medina, 2021):

$$D_{\%} = 100 \cdot \left(\frac{\varepsilon_\lambda - e_m}{\varepsilon_\lambda}\right) \qquad (42)$$

En la Figura 11 se aprecia que el MH brinda el ajusta más débil con respecto a la SA, proporcionando una desviación media del ± 15% y ± 20%en el 55.5% y 76.9% de los test $PL\,;T$examinados, respectivamente. El mejor ajuste encontrado para el MH se corresponde a $PL = 3$, siendo encontrados errores medios de ± 15% y ± 20%en el 67.1% y 86.6% de los test correlacionados, respectivamente. El peor ajuste encontrado para el MH se corresponde a $PL = 40$, siendo encontrados errores medios de ± 15% y ± 20% en el 39.7% y 55.5% de los test correlacionados, respectivamente. Los resultados obtenidos concuerdan con reportes previos de otros autores (Gümüşsu & Tarman, 2023).

En la Figura 12 se aprecia que la Ecuación (27) proporciona un mejor ajuste respecto a la SA, proporcionando una desviación media del ± 10%y ± 15% en el77.3% y 91.9% de los test $PL\,;T$ examinados, respectivamente. El mejor ajuste encontrado para la Ecuación (27) se corresponde a $PL = 0.6$, siendo detectados errores medios de ± 10% y ± 15% en el 81.4% y 99.2% de los test correlacionados, respectivamente. El peor ajuste encontrado para la Ecuación (27) se corresponde a $PL = 10$, siendo encontrados errores medios de ± 10% y ± 15% en el 72.1% y 90.3% de los test correlacionados, respectivamente. Los resultados obtenidos concuerdan con reportes previos a este trabajo (Camaraza-Medina, 2024a).

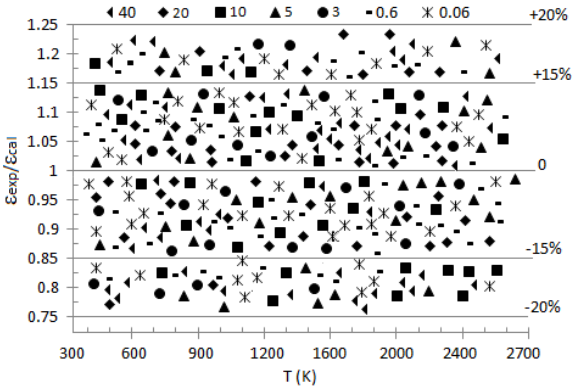

Figura 11. Correlación entre $\frac{\varepsilon_\lambda}{e_m}$ y T usando el MH

$PL = 0.6$, con un error medio de ± 10% y ± 15% para el 81.4% y 99.2%

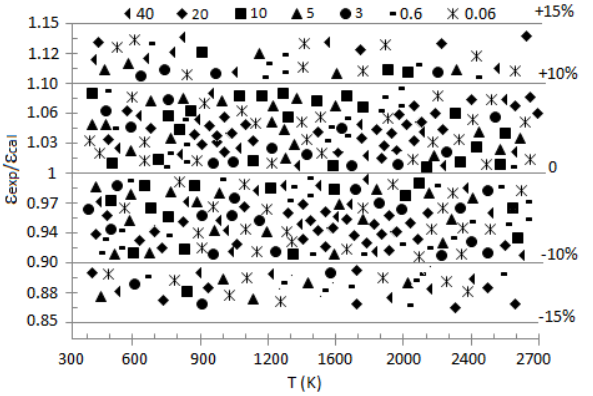

Figura 12. Correlación entre $\frac{\varepsilon_\lambda}{e_m}$ y T usando la Ecuación (27)

Para la verificación de la absortividad, fueron empleados valores de temperaturas en el rango $300\,K \leq T \leq 2700\,K$, y para la relación PL son utilizados de forma aleatoria siete valores $(40,\ 20,\ 10,\ 5.3,\ 0.6,\ 0.06)atm \cdot m$, con 45, 74, 39, 47, 38, 55 y 62 datos, respectivamente. Para cada combinación $PL\,;T$ fue calculada la absortividad espectral a_λ resolviendo la Ecuación (1) mediante

una discretización no lineal basada en el método de Galerkin, mientras que los valores de absortividad de la mezcla a_m fueron calculados mediante la Ecuación (41) y el MH.

En la Figura 13 es representada gráficamente la correlación entre el $\frac{a_\lambda}{a_m}$ y la temperatura T para el MH, siendo ajustados los valoresen bandas de error de ± 15% y ± 20%. En la Figura 14 es dada la correlación entre el $\frac{a_\lambda}{a_m}$ y la temperatura T, usando la Ecuación (41) para el cálculo de a_m, siendo ajustados los valores en bandas de error de ± 10% y ± 15%.

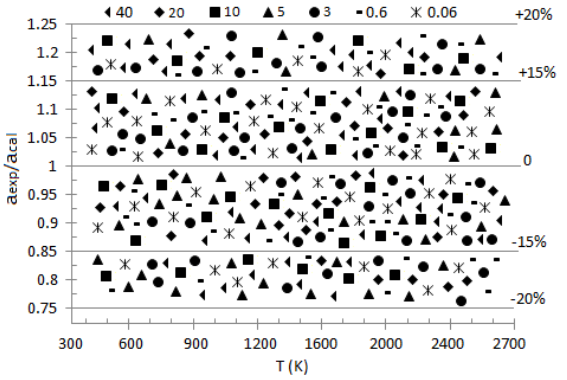

Figura 13. Correlación entre $\frac{a_\lambda}{a_m}$ y T usando el MH

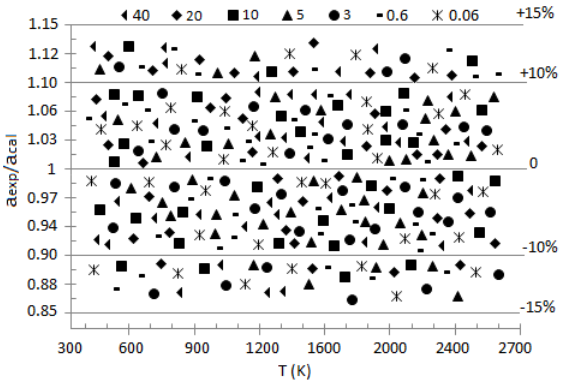

Figura 14. Correlación entre $\frac{a_\lambda}{a_m}$ y T usando la Ecuación (41)

En la Figura 13 se aprecia que el MH brinda el ajusta más débil con respecto a la SA, proporcionando una desviación media del ± 15% y ± 20%en el 50.1% y 76.1% de los test $PL\,;T$ examinados, respectivamente. El mejor ajuste encontrado para el MH se corresponde a $PL = 0.6$, siendo encontrados errores medios de ± 15% y ± 20% en el 63.6% y 81.9% de los test correlacionados, respectivamente. El peor ajuste encontrado para el MH se corresponde a $PL = 10$, siendo encontrados errores medios de ± 15% y ± 20% en el 39.2% y 57.2% de los test correlacionados, respectivamente. Los resultados obtenidos concuerdan con reportes previos de otros autores (Chandrakar, Mukherjee & Senapati, 2022).

En la Figura 14 se aprecia que la Ecuación (41) proporciona un mejor ajuste respecto a la SA, proporcionando una desviación media del ± 10%y ± 15% en el 75.3% y 90.7% de los test $PL\,;T$ examinados, respectivamente. El mejor ajuste encontrado para la Ecuación (41) se corresponde a $PL = 3$, siendo detectados errores medios de ± 10% y ± 15% en el 83.9% y 98.3% de los test correlacionados, respectivamente. El peor ajuste encontrado para la Ecuación (41) se corresponde a $PL = 40$, siendo encontrados errores medios de ± 10% y ± 15% en el 68.6% y 89.1% de los test correlacionados, respectivamente. Los resultados obtenidos concuerdan con reportes previos a este trabajo (Li, et al., 2023).

4. Conclusiones

Fue presentado un método analítico para computar el intercambio de energía radiante a través de gases compuestos por mezclas de H_2O, CO_2 y CO. A partir de la comparación con soluciones exactas, fueron verificados los resultados obtenidos mediante el uso del método propuesto y del MH.

En la predicción de la emisividad, el modelo propuesto correlaciona adecuadamente con los datos disponibles, mostrando una desviación media de ± 10% y ± 15% en el 77.3% y 91.9% de los test$PL\,;T$ examinados, mientras que el MH muestra un menor ajuste, con una desviación media del ± 15% y ± 20% en el 55.5% y 76.9% de los juegos $PL\,;T$ evaluados. Adicionalmente, el ajuste más adecuado fue conseguido con la implementación del modelo propuesto para $PL = 0.6$, con un error medio de ± 10% y ± 15% en el 81.4% y 99.2% de los datos correlacionados, mientras que el peor ajuste fue logrado con el MH para $PL = 40$, con un error medio de ± 15%y ± 20% en el 39.7% y 55.5% de los test examinados, respectivamente.

En la predicción de la absortividad, el modelo propuesto muestra un buen acuerdo con los datos disponibles, con una error medio del ± 10% y ± 15% en el 75.3% y 90.7% de los test $PL\,;T$ examinados, mientras que el MH brinda una correlación más débil, con una dispersión media de ± 15% y ± 20% en el 50.1% y 76.1% de los test $PL\,;T$ correlacionados, respectivamente.

Adicionalmente el mejor acuerdo fue obtenido con el uso de la nueva propuesta para $PL = 3$, con una desviación media de ± 10% y ± 15% en el 83.9% y 98.3% de los test examinados, mientras que el ajuste más débil fue encontrado usando el MH para $PL = 10$, con una dispersión media de ± 15% y ± 15% en el 39.2% y 57.2% de los juegos de datos evaluados, respectivamente.

Los ajustes obtenidos se consideran como razonables, lo cual unido al carácter práctico de la contribución, convierten a la propuesta en una herramienta útil para el computo del intercambio de energía radiante en mezclas gaseosas participantes.

Referencias

Alberti, M., Weber, R., & Mancini, M. (2016). Re-creating Hottel's emissivity charts for water vapor and extending them to 40 bar pressure using HITEMP-2010 data base. *Combustion and flame,* 169, 141-153. http://doi.org/10.1016/j.combustflame.2016.04.013

Avalos-Patiño, J. E., Dargaville, S., Neethling, S. J., & Piggott, M. D. (2021). Impact of inhomogeneous unsteady participating media in a coupled convection–radiation system using finite element based methods. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 176, 121452. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121452

Bordbar, M. H., Węcel, G., &Hyppänen, T. (2014). A line by line based weighted sum of gray gases model for inhomogeneous CO2–H2O mixture in oxy-fired combustion. *Combustion and flame*, 161(9), 2435-2445. https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2014.03.013

Camaraza-Medina, Y. (2024a). Gas emissivities and absorptivities for H2O–CO2–CO mixtures. *Heat Transfer*, 53(6), 3179-3194.https://doi.org/10.1002/htj.23081

Camaraza-Medina, Y. (2024b). Radiative heat transfer in H2O and CO2 mixtures. *Ingenius, Revista de Ciencia y Tecnología*, 32, 36-47. https://doi.org/10.17163/ings.n32.2024.04

Camaraza-Medina, Y., Hernandez-Guerrero, A., & Luviano-Ortiz, J.L. (2024a).Radiant energy exchange through participating media composed of arbitrary concentrations of H_2O, CO_2 and CO. *Heat Transfer*, 53(4), 2073-2094.https://doi.org/10.1002/htj.23026

Camaraza-Medina, Y., Hernandez-Guerrero, A., & Luviano-Ortiz, J.L. (2024b). Contour integration for the view factor calculation between two rectangular surfaces. *Heat Transfer*, 53(1), 225-243. https://doi.org/10.1002/htj.22950

Camaraza-Medina, Y. (2021) Methods for the determination of the heat transfer coefficient in air cooled condenser used at biomass power plants, *International Journal of Heat and Technology*, 39(5), 1443-1450. https://doi.org/10.18280/ijht.390505

Camaraza-Medina, Y., Hernandez-Guerrero, A., & Luviano-Ortiz, J. L. (2023). View factor for radiative heat transfer calculations between triangular geometries with common edge. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 148(10), 4523-4539. https://doi.org/10.1007/s10973-023-11975-y

Cassol, F., Brittes, R., França, F. H., &Ezekoye, O. A. (2014). Application of the weighted-sum-of-gray-gases model for media composed of arbitrary concentrations of H_2O, CO_2 and soot. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 79, 796-806. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.08.032

Chandrakar, V., Mukherjee, A., & Senapati, J. R. (2022). Free convection heat transfer with surface radiation from infrared suppression system and estimation of cooling time. *Thermal Science and Engineering Progress*, 33, 101369. https://doi.org/10.1016/j.tsep.2022.101369

Cui, M., Gao, X., & Chen, H. (2011). Inverse radiation analysis in an absorbing, emitting and non-gray participating medium. *International Journal of Thermal Sciences*, 50(6), 898-905. https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.01.018

Dorigon, L. J., Duciak, G., Brittes, R., Cassol, F., Galarça, M., & França, F. H. (2013). WSGG correlations based on HITEMP2010 for computation of thermal radiation in non-isothermal, non-homogeneous H_2O/CO_2 mixtures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 64, 863-873. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.05.010

Farmer, J., & Roy, S. (2020). A quasi-Monte Carlo solver for thermal radiation in participating media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 242, 106753. https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2019.106753

Gao, B. H., Qi, H., Sun, A. T., Shi, J. W., & Ren, Y. T. (2020). Effective solution of three-dimensional inverse radiation problem in participating medium based on RDFIEM. *International Journal of Thermal Sciences*, 156, 106462. https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106462

Gao, B. H., Qi, H., Shi, J. W., Zhang, J. Q., Ren, Y. T., & He, M. J. (2022). An equation-solving method based on radiation distribution factor for radiative transfer in participating media with diffuse boundaries. *Results in Physics*, 36, 105418. https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.105418

Gümüşsu, E., & Tarman, H. I. (2023). Numerical Simulation of Duct Flow in the Presence of Participating Media Radiation with Total Energy Based Entropic Lattice Boltzmann Method. *International Journal of Thermofluids, 20*, 100516. https://doi.org/10.1016/j.ijft.2023.100516

Khivsara, S., Reddy, M. U. M., Reddy, K. P. J., & Dutta, P. (2019). Measurement of radiation heat transfer in supercritical carbon dioxide medium. *Measurement*, 139, 40-48. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.03.012

Li, T., Lin, X., Yuan, Y., Liu, D., Shuai, Y., & Tan, H. (2022). Effects of flame temperature and radiation properties on infrared light field imaging. *Case Studies in Thermal Engineering*, 36, 102215. DOI: https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.102215

Li, S., Sun, Y., Ma, J., & Zhou, R. (2023). Angular-spatial discontinuous Galerkin method for radiative heat transfer with a participating medium in complex three-dimensional geometries. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 145, 106836.https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2023.106836

Liu, X., Kelm, S., Kampili, M., Kumar, G. V., &Allelein, H. J. (2022). Monte Carlo method with SNBCK nongray gas model for thermal radiation in containment flows. *Nuclear Engineering and Design*, 390, 111689. https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2022.111689

Modest, M. F., & Riazzi, R. J. (2005). Assembly of full-spectrum k-distributions from a narrow-band database; effects of mixing gases, gases and nongray absorbing particles, and mixtures with nongray scatterers in nongray enclosures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 90(2), 169-189. https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2004.03.007

Moore, T. J., & Jones, M. R. (2014). Analysis of the conduction–radiation problem in absorbing, emitting, non-gray planar media using an exact method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 73, 804-809. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.02.029

Mukherjee, A., Chandrakar, V., & Senapati, J. R. (2023). New correlations for infrared suppression devices having louvered diabatic tubes with surface radiation. *Thermal Science and Engineering Progress*, 44, 102011. https://doi.org/10.1016/j.tsep.2023.102011

Sadeghi, P., & Safavinejad, A. (2017). Radiative entropy generation in a gray absorbing, emitting, and scattering planar medium at radiative equilibrium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 201, 17-29. https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2017.06.023

Sun, S. (2021). Simultaneous reconstruction of thermal boundary condition and physical properties of participating medium. *International Journal of Thermal Sciences*, 163, 106853. https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2021.106853

Wang, Y., Sergent, A., Saury, D., Lemonnier, D., & Joubert, P. (2020). Numerical study of an unsteady confined thermal plume under the influence of gas radiation. *International Journal of Thermal Sciences*, 156, 106474. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2020.106474

Zhang, Z., Doner, N., Long, Y., & Lou, C. (2023). Entropy and exergy analysis of coupled radiative heat transfer and heat conduction: A new thermodynamics approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 215, 124485. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124485