

MODELO ANALÍTICO PARA INYECCIÓN CONTINUA DE VAPOR EN YACIMIENTOS ESTRATIFICADOS DE CRUDO PESADO

Diana Mercado Sierra¹, Samuel Muñoz Navarro²

RESUMEN

El uso de los modelos analíticos para predecir el comportamiento de un yacimiento, está sujeto a la similitud existente entre el sistema modelado matemáticamente y el yacimiento. Por ello, se establece que en la actualidad no se dispone de un modelo analítico que prediga el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados, con las características de los yacimientos del Magdalena Medio Colombiano. Por esta razón, surge la necesidad de plantear un nuevo modelo que tenga en cuenta la presencia de intercalaciones de arcilla, en formaciones que están siendo sometidas a inyección continua de vapor.

El desarrollo del modelo propuesto parte de modelos analíticos existentes, de los cuales se toman los principios físicos que gobiernan el flujo de calor y fluidos en el medio poroso. Posteriormente, el modelo es estructurado en tres etapas que comprenden la definición del sistema modelado, el desarrollo matemático y la evaluación de las expresiones obtenidas para el volumen de la zona calentada, las pérdidas de calor instantáneas y acumuladas, la tasa de producción y factor de recobro de aceite.

Los resultados obtenidos a partir del modelo analítico para la tasa de producción y el factor de recobro de aceite son comparados con los obtenidos mediante la simulación numérica de un yacimiento estratificado, lográndose una buena representatividad entre ambas respuestas. Con base en la anterior, se establece que el nuevo modelo analítico propuesto representa el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados de crudo pesado.

Palabras clave: Inyección continua de vapor, modelo analítico, recobro mejorado, yacimientos estratificados.

ABSTRACT

The use of analytical models to predict the behaviour of a reservoir depends of to the similarity between the system modelling mathematically and reservoir. Currently there is not an analytical model to predict the behaviour of steamflood in stratified reservoirs, with the characteristics of the Colombian reservoirs of Magdalena Medio. For this reason, there is a need to raise a new model that takes into account the presence of interbedded clay, in formations that are being subjected to steamflood.

The development of the proposed model takes as its starting point existing analytical models, of which

¹M.Sc. Ingeniería de Hidrocarburos. Grupo de Investigación Recobro Mejorado. Universidad Industrial de Santander, UIS. Bucaramanga. Colombia. E-mail: d.mercado@yahoo.com.

²M.Sc. Ingeniería de Hidrocarburos. Director grupo de investigación Recobro Mejorado. Universidad Industrial de Santander, UIS. Bucaramanga. Colombia. E-mail: samuel@uis.edu.co

are taken the physical principles that govern the flow of heat and fluids in the porous media. The structuring of the model was conducted in three stages that include the definition of system modelling, mathematical development and evaluation of expressions obtained for the volume of the heated zone, heat losses and accumulated snapshots, the rate of production and oil recovery factor.

The results from the analytical model for the production rate and oil recovery factor are compared with those obtained by the numerical simulation of a stratified reservoir, achieving a good representation between them. Based on the above, the new analytical model represents the behavior of the steamflood in stratified reservoir of heavy oil.

Keywords: Steamflood, analytical model, enhanced oil recovery, stratified reservoir.

INTRODUCCIÓN

Los modelos analíticos son descripciones matemáticas de un fenómeno que se lleva a cabo en un yacimiento y tienen como objetivo tratar de predecir su comportamiento bajo ciertas condiciones. Este tipo de herramientas son usadas frecuentemente en la evaluación inicial de proyectos de inyección continua de vapor, ya que permiten obtener aproximaciones del comportamiento del yacimiento a bajo costo y con poca información. No obstante, su uso está limitado por la comprensión de las suposiciones bajo las cuales fueron desarrollados.

Unos de los modelos analíticos más utilizados son el de Marx y Langenheim (1) y Mandl y Volek (2) los cuales fueron planteados para yacimientos homogéneos en los que una sola capa está siendo sometida a inyección continua de vapor. Sin embargo, la mayoría de yacimientos presentan cierto grado de estratificación, por lo cual estos modelos no describen adecuadamente su respuesta a la inyección continua de vapor.

El primer modelo analítico que considera la presencia de intercalaciones de arcilla fue propuesto por Closmann (3) en 1967. Este modelo considera un sin número de capas horizontales idénticas sometidas a inyección continua de vapor, las cuales se encuentran separadas por formaciones impermeables de igual espesor. Dadas las características idealizadas del sistema modelado por Closmann, su aplicación es muy restringida.

En la Figura 1 se presenta de forma esquemática cada uno de los sistemas modelados por Marx y Langenheim, Mandl y Volek y Closmann.

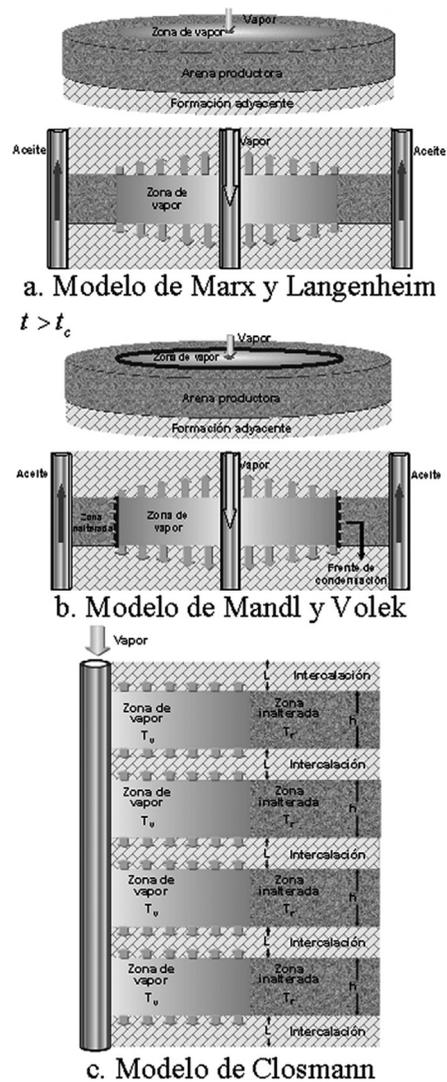


Figura 1. Modelos analíticos para inyección continua de vapor.

La selección del modelo analítico a utilizar para describir el comportamiento de la inyección continua de vapor, está sujeta a la similitud entre el yacimiento y el sistema descrito matemáticamente por el modelo. Es así como se establece que los modelos analíticos existentes, no permiten describir aceptablemente la respuesta de yacimientos estratificados como los encontrados en el Magdalena Medio Colombiano, cuyas formaciones productoras y no productoras no tienen las mismas propiedades entre sí.

Dada la importancia de los modelos analíticos en la etapa de selección de los procesos de recobro mejorado, surge la necesidad de desarrollar un nuevo modelo que permita predecir con mayor exactitud el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados de crudo pesado.

El nuevo modelo analítico parte de los principios que describen el flujo de calor en medios porosos, que son presentados en los modelos de Marx y Langenheim, Mandl y Volek y Closmann. Posteriormente, una serie de suposiciones relacionadas con las zonas productoras y no productoras y la inyección continua de vapor son establecidas, definiéndose así el sistema a modelar.

Una vez definido el sistema, se fijaron las condiciones inicial y de frontera, con las cuales se obtuvo una solución particular para el caso descrito. Luego, se plantearon un conjunto de balances de calor, de los que se obtuvo un conjunto de ecuaciones integro-diferenciales que fueron resueltas mediante el uso de transformadas de Laplace. Finalmente, se definió un conjunto de expresiones matemáticas para el cálculo de parámetros como el volumen de la zona calentada, la tasa de pérdidas de calor instantáneas y acumuladas, la tasa y el factor de recobro de aceite.

DESARROLLO DEL MODELO ANALÍTICO

El desarrollo matemático del modelo analítico fue realizado en tres etapas que comprenden la definición del sistema a modelar, el planteamiento y solución de las ecuaciones diferenciales y la evaluación del modelo.

DEFINICIÓN DEL SISTEMA A MODELAR.

El modelo analítico propuesto considera una serie de zonas productoras horizontales que se encuentran separadas entre sí por formaciones impermeables y que están siendo sometidas en forma simultánea a inyección continua de vapor. En la figura 2 se presenta un esquema del sistema en mención.

Las suposiciones planteadas para el desarrollo del modelo matemático correspondiente al sistema seleccionado, son presentadas en tres grupos así: zonas productoras, zonas no productoras e inyección continua de vapor.

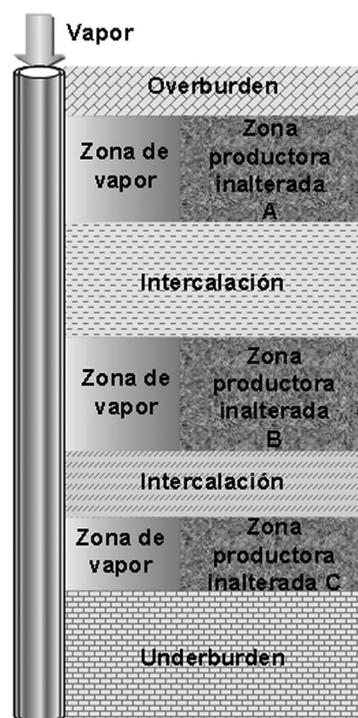


Figura 2. Sistema modelado.

Zonas productoras. Son formaciones homogéneas y de espesor uniforme, que presentan una conductividad térmica finita.

Zonas no productoras: Están representadas por los estratos impermeables, que son: las intercalaciones de arcilla y las formaciones adyacentes a los límites superior e inferior del sistema. A pesar que estas formaciones no aportan fluidos a la producción, su caracterización es de gran importancia, ya que existe una transferencia de calor hacia ellas desde las zonas que están siendo sometidas a inyección continua de vapor

- **Intercalaciones de arcilla.** Son formaciones horizontales de espesor uniforme y finito. Su conductividad térmica horizontal es cero, mientras que la conductividad térmica vertical es finita.
- **Overburden y underburden.** Estas formaciones presentan las mismas características que las intercalaciones de arcilla, con la única diferencia que son modeladas como sólidos de espesor infinito.

Inyección de vapor. Con relación a la descripción de la inyección continua de vapor, se establece que:

- Se realiza en un punto concéntrico del sistema.
- El vapor ingresa simultáneamente en todas las zonas productoras a la misma tasa por unidad de volumen.
- En la zona productora no existe gradiente vertical de temperatura.
- En la zona de vapor no existe una caída apreciable de presión.
- Las pérdidas de calor se presentan sólo en dirección vertical.
- La transferencia de calor delante del frente de condensación es despreciable.

Condición inicial. Para el sistema modelado, la condición inicial está dada por la temperatura de las zonas productoras de las intercalaciones de arcilla y de las formaciones adyacentes a los límites del sistema, justo antes de iniciar el proceso de inyección continua de vapor.

En este caso en particular, se supone una temperatura inicial promedio en función de la temperatura de las zonas involucradas en el modelo, la cual se expresa como:

$$T(x, z) = T_r \quad t = 0 \tag{1}$$

Condiciones de frontera. Como única condición de frontera para el sistema modelado, se ha establecido que durante la inyección continua de vapor, los contactos entre la zona de vapor y las zonas no productoras permanecen a la temperatura del vapor.

PLANTEAMIENTO MATEMÁTICO

Cuando un yacimiento de una sola capa es sometido a inyección continua de vapor, es posible suponer que el volumen de la zona de vapor es equivalente al volumen de la zona calentada, siempre y cuando la transferencia de calor delante del frente de condensación sea despreciable. Teniendo en cuenta que el volumen de la zona calentada puede ser determinado a partir de un balance de calor en la zona de vapor, es posible obtener una expresión para la tasa de desplazamiento de aceite como una función de la variación del volumen de la zona de vapor.

En el caso de yacimientos que presentan intercalaciones

de arcilla y cuyas zonas productoras se encuentran sometidas a inyección continua de vapor en forma simultánea, es posible realizar el modelamiento como si se tratara de un arreglo en serie de yacimientos de una sola capa. Por ello, se establece la necesidad de plantear un balance de calor sobre cada una de las zonas de vapor presentes en el modelo, como se aprecia en la figura 3. En forma general, se identifican dos casos de estudio, que son:

Caso 1: La zona productora se encuentra limitada por una intercalación de arcilla y el overburden o underburden.

Caso 2: La zona de vapor está limitada por dos intercalaciones de arcilla.

La principal diferencia entre los términos del balance de calor planteado para los casos 1 y 2, está representada en el término que involucra las pérdidas de calor, ya que en el caso 1 éstas ocurren una parte hacia una zona de espesor infinito y la otra parte hacia una zona de espesor finito. En el caso 2, las pérdidas de calor estarán definidas por el flujo de calor hacia dos zonas de espesor finito.

Partiendo de la ley de conservación de energía se tiene que:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Tasa de energía} \\ \text{inyectada} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de acumulación de} \\ \text{energía en el sistema} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{Tasa de pérdidas} \\ \text{de energía} \end{array} \right]$$

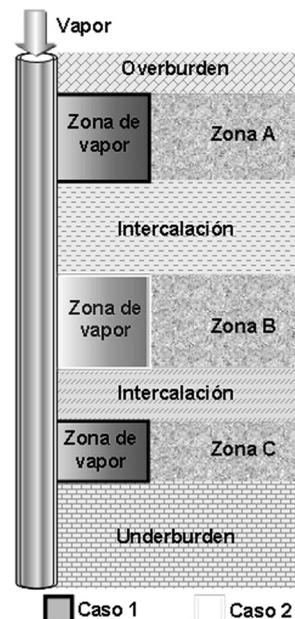


Figura 3. Volumen de control para el planteamiento del balance de calor

Tasa de inyección de calor en la zona productora.

La energía que ingresa a las zonas productoras está representada únicamente por el calor transportado por el vapor que está siendo inyectado. Es importante resaltar, que a cada una de las zonas productoras se introduce sólo una fracción del volumen total de vapor que llega al pozo, suponiendo que ingresa la misma cantidad de energía por unidad de espesor neto. Por tanto, se puede decir que la tasa de ingreso de energía a la formación depende de la tasa a la cual el vapor es inyectado, de las propiedades térmicas del mismo y del espesor de la arena sometida a inyección.

Matemáticamente la tasa de inyección de calor en cada una de las zonas productoras está dada por:

$$\dot{Q}_i = \left(\frac{350}{24} \right) W \frac{h_{arena}}{h_{neto}} [(h_w - h_r) + f_{st} L_v] \quad (2)$$

Tasa de pérdidas de calor. En un sistema estratificado como el que se desea modelar, las pérdidas de calor están definidas por la cantidad de calor que por unidad de tiempo es transferida hacia las zonas no productoras. Dado que en las zonas no productoras no existe flujo de fluidos, la transferencia de calor se presenta por conducción.

Aunque en las zonas no productoras el flujo de calor se da en estado transitorio, el modelamiento para cuantificar la cantidad de calor transferida hacia el overburden, el underburden y las intercalaciones de arcilla no es el mismo, debido a que presentan grandes diferencias en cuanto a sus espesores y condiciones de frontera.

La tasa de pérdidas de calor hacia el overburden y underburden es tomada del modelamiento realizado por Marx y Langenheim, estableciendo que:

$$\dot{Q}_{loss\ ob} = \int_0^t K_{ob} \frac{(T_v - T_r)}{\sqrt{\pi \alpha_{ob} (t-u)}} \frac{dA_c}{du} du \quad (3)$$

La tasa de pérdidas de calor hacia las intercalaciones de arcilla es determinada mediante un balance adicional de calor sobre un elemento de volumen perteneciente a dicha formación. Para este balance se considera que las intercalaciones de arcilla se comportan como un sólido de espesor finito en el cual el tope y la base se encuentran a la temperatura del vapor. A partir de este planteamiento se obtiene que:

$$\dot{Q}_{loss\ ar} = \Lambda \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\alpha_{ar} (t-u) \left[\frac{n\pi}{2L} \right]^2} \frac{dA_c}{du} du \quad (4)$$

$$n = 1, 3, 5, 7, \dots, \infty$$

Tasa de acumulación de energía en la zona calentada.

La tasa de acumulación de energía en la zona calentada representa la cantidad de calor que por unidad de tiempo es empleada para llevar la formación junto con los fluidos intersticiales de la temperatura del yacimiento a la temperatura del vapor. Matemáticamente está dada por:

$$\dot{Q}_s = M_s h_{arena} (T_v - T_r) \frac{dA_c}{dt} \quad (5)$$

Al obtener cada uno de los términos que componen el balance de calor, éstos son agrupados según el caso, así:

Caso 1:

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_{loss\ ar} + \dot{Q}_{loss\ ob} + \dot{Q}_s \quad (6)$$

Caso 2:

$$\dot{Q}_i = \dot{Q}_{loss\ ar1} + \dot{Q}_{loss\ ar2} + \dot{Q}_s \quad (7)$$

Las ecuaciones 6 y 7 son resueltas usando la técnica de transformadas de Laplace, obteniendo una serie de expresiones que permiten calcular el volumen de la zona calentada, la tasa de pérdidas de calor instantánea y acumulada, la tasa y factor de recobro de aceite para el caso 1 y 2, respectivamente. Dichas expresiones son presentadas en la tabla 1.

EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

El modelo analítico propuesto fue diseñado con el objetivo de predecir el comportamiento de la inyección continua de vapor en yacimientos estratificados. Por tal razón, se diseñó el presente modelo conceptual de yacimiento (4, 5) que trata de agrupar las principales características relacionadas con la geología del yacimiento, propiedades térmicas de la roca y los fluidos, propiedades de los fluidos y las características de la interacción roca-fluido propias de un yacimiento estratificado candidato a ser sometido a inyección continua de vapor.

El modelo conceptual de yacimiento representa un arreglo de inyección de cinco puntos invertido con un área de 2,5 acres. El tope de la formación se encuentra ubicado a 1365 pies de profundidad, la temperatura inicial promedio es de 105 °F y la presión de referencia

es de 890 psi a 1600 pies. El yacimiento está compuesto principalmente por cinco arenas productoras y cuatro intercalaciones de arcilla cuyas características son resumidas en las tablas 2 y 3, respectivamente. En la tabla 3 se presentan adicionalmente las propiedades del overburden (OB) y underburden (UB). De igual manera, se ha definido que el volumen poroso se encuentra ocupado por agua y aceite cuyas características son resumidas en la tabla 4.

Además de las propiedades de la roca y los fluidos del yacimiento, es necesario establecer la interacción roca-fluido, la cual es determinada a partir de las curvas de permeabilidad relativa, cuyos valores son presentados en la tabla 5 (6). Dentro de los parámetros operacionales se establece un proceso de inyección continua de vapor durante 3 años, donde el vapor se inyecta a una temperatura de 570 °F, una presión de 1200 psi y una calidad del 65 % en la cara de la formación. La tasa de inyección se ha establecido como una función del área y

el espesor en una relación de $1.5 \text{ BTU}/\text{dia Acre pie}$, tal como se muestra en la tabla 6.

A partir del modelo conceptual ya presentado, se construyó un modelo de simulación con el cual se evaluaron los resultados del modelo analítico. Para el desarrollo del estudio en mención se empleó el simulador de procesos térmicos Steam, Thermal and Advanced Processes Reservoir Simulator (STARS) de la compañía Computer Modelling Group (CMG).

En este caso en particular se usó un enmallado cartesiano de $23 \times 23 \times 9$, con refinamiento cartesiano en dirección K de 6 para las capas 2,4 y 6 que representan las arcillas (Figura 4). Adicionalmente se tuvo en cuenta que en las intercalaciones de arcilla no existe flujo de fluidos, por lo que éstas fueron representadas como bloques térmicos en los que sólo se realizan los cálculos relacionados con el balance de calor.

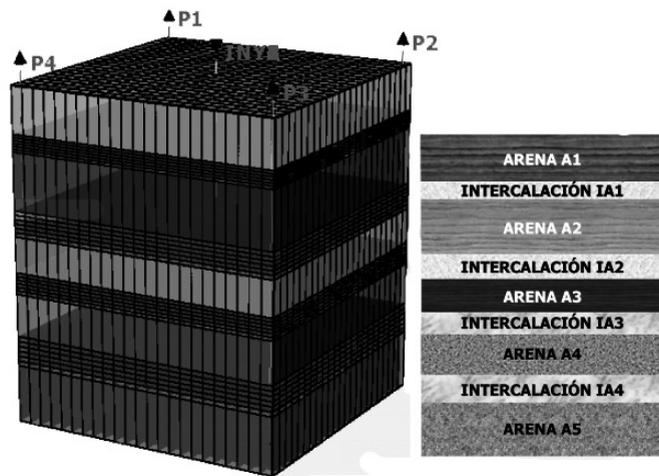


Figura 4. Enmallado de simulación.

Evaluación de los resultados obtenidos para el caso 1. La evaluación inicial de los resultados arrojados por el modelo fue realizada por separado para cada uno de los casos planteados. Teniendo en cuenta que el caso 1 representa las zonas productoras que se encuentran ubicadas entre el overburden o el underburden y una intercalación de arcilla, se evaluó el modelo para la arena A1. En la figura 5 se graficaron el área calentada y el factor de recobro de aceite en función del tiempo.

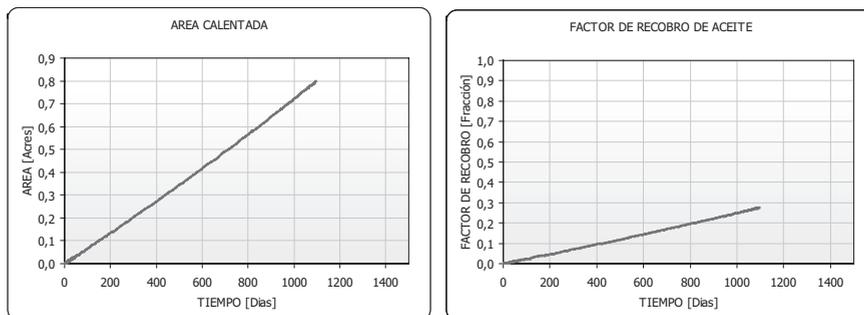


Figura 5. Resultados obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 1.

Puesto que los resultados presentan coherencia física con el fenómeno que se desea predecir, se procede a realizar la comparación de la respuesta para las arenas A1 y A5 con el modelo analítico para el caso 1 y la simulación, lo cual es presentado en la Figura 6.

En la figura 6 se puede observar que la tasa de producción de aceite calculada a partir del modelo analítico se

encuentra por debajo de la predicha por la simulación numérica. Esta subestimación de la tasa de producción de aceite se debe a que los modelos analíticos asumen que a través de la formación existe un gradiente de presión suficiente para que los fluidos sean producidos a la tasa predicha, mientras que el simulador tiene en cuenta cuantitativamente el efecto de este parámetro.

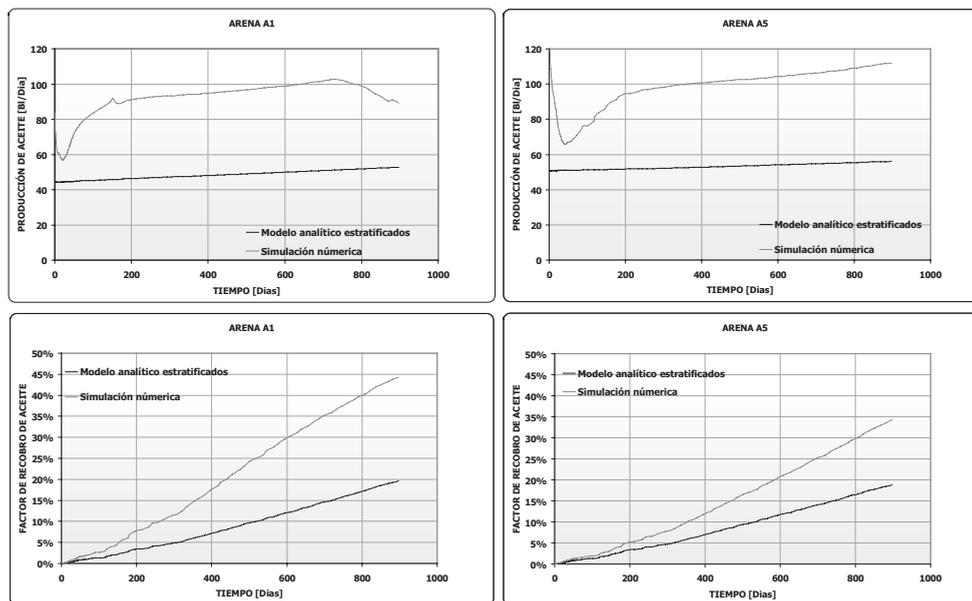


Figura 6. Comparación de los resultados del modelo con la simulación, para el caso 1.

La caída de la curva de producción predicha por el simulador para la arena A1 puede ser asociada con la ruptura del vapor en los pozos productores, por lo cual la respuesta de los modelos analíticos debe ser analizada hasta este punto. Con base en lo anterior, se puede establecer que el modelo analítico para yacimientos estratificados muestra una tendencia acorde con la respuesta de la arena. Esta apreciación se ratifica con mayor claridad en el caso de la arena 5, en el que aún no se aprecia la ruptura del vapor. La diferencia en los tiempos de ruptura entre la arena A1 y A5 es una

consecuencia de la distribución de presiones existente en el modelo de simulación, la cual fue calculada con base en la profundidad de las arenas.

Evaluación resultados obtenidos para el caso 2. La evaluación del modelo analítico propuesto para el caso 2, fue realizada por separado para las arenas A2, A3 y A4, teniendo en cuenta que éstas se encuentran ubicadas entre dos intercalaciones de arcilla. Inicialmente, la evaluación preliminar se hizo para la arena A3, cuyos resultados son mostrados en la figura 7.

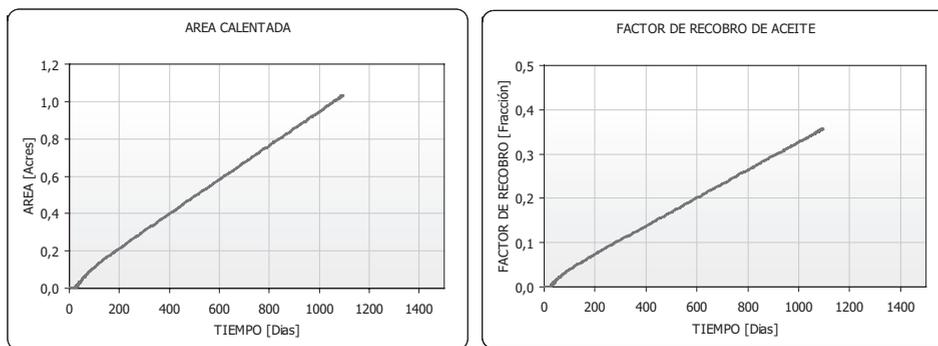


Figura 7. Resultados iniciales obtenidos a partir del modelo analítico para el caso 2.

De la gráfica anterior se puede decir que los resultados para el caso 2, son coherentes físicamente con la respuesta que la arena A3 pudiera tener a la inyección continua de vapor. Por tal razón se procede a realizar la comparación con la simulación numérica.

En la figura 8 se aprecia que el modelo propuesto representa de manera aceptable el comportamiento de la inyección continua de vapor en arenas que se encuentran ubicadas entre dos intercalaciones de arcilla. La respuesta presenta una mayor tendencia a la obtenida con la simulación, en la medida en que el espesor de las intercalaciones se hace mayor. Esto se debe a la suposición bajo la cual fue desarrollado el modelo, en

la cual se establece durante la inyección la existencia de un flujo de calor en estado no estacionario en estas formaciones.

Tomando como referencia el factor de recobro de aceite presentado en la figura 9, se puede decir que el modelo describe en forma aceptable el comportamiento de dicho parámetro. El hecho que la respuesta del modelo se encuentre por debajo de la simulada se le atribuye a que el simulador permite representar algunos fenómenos que matemáticamente no podían ser incluidos dentro del modelamiento. Dentro de dichos fenómenos se encuentran la caída de presión a través de la formación, el efecto de la presión sobre las propiedades del vapor, la condensación del vapor y la interacción roca fluido.

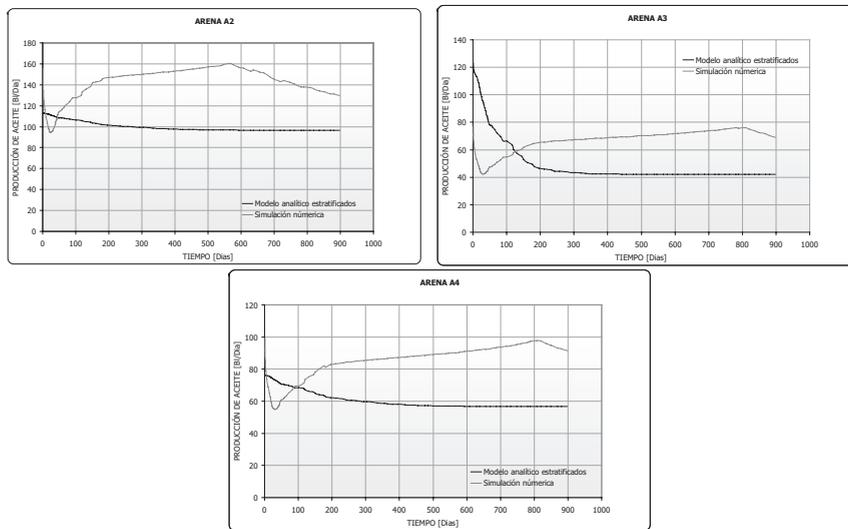


Figura 8. Comparación de los resultados para la tasa de producción de aceite del modelo con la simulación, para el caso 2.

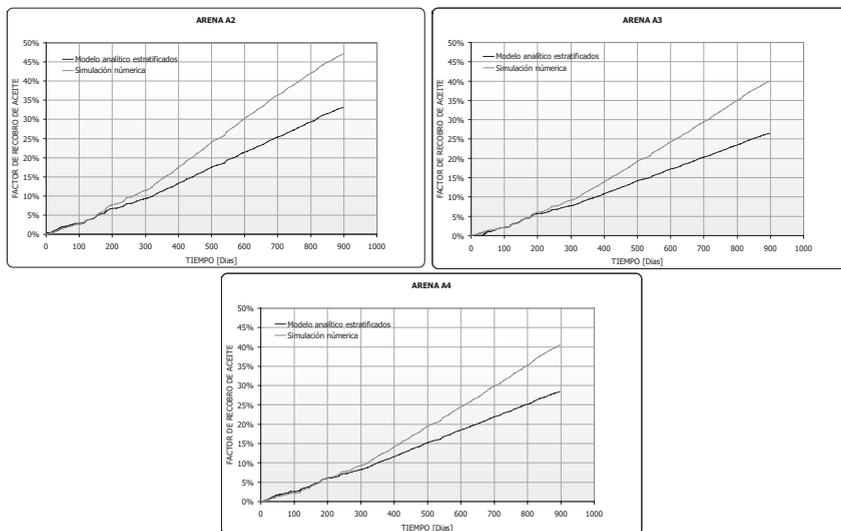


Figura 9. Comparación de los resultados para el factor de recobro de aceite del modelo con la simulación, para el caso 2.

Aunque el modelo no tiene en cuenta los fenómenos antes mencionados, puede describir más detalladamente el flujo de calor hacia las formaciones impermeables, por lo cual se constituye en una herramienta valiosa para determinar los requerimientos de calor en el proyecto. Cabe resaltar que los parámetros comparados se seleccionaron teniendo en cuenta que cada herramienta permitiera la visualización de dichos resultados.

CONCLUSIONES

A partir del desarrollo de la presente investigación se pudo establecer que:

- El análisis cuantitativo del flujo de calor a través de cada uno de los elementos que componen un yacimiento estratificado, permite estructurar modelos que predicen de manera más aproximada el comportamiento de la inyección continua de vapor.
- El hecho que el modelo analítico propuesto describa la tendencia de la tasa de producción de aceite predicha mediante simulación numérica, permite establecer de manera indirecta que el modelo es confiable para evaluar parámetros como el crecimiento de la zona de vapor con el tiempo y las pérdidas de calor acumuladas e instantáneas que se producen durante la inyección.
- El modelo analítico propuesto describe de manera mas aproximada el comportamiento de parámetros como el área calentada, tasa de producción de aceite, pérdidas de calor y factor de recobro de aceite en yacimientos estratificados de crudo pesado, en los que se mantiene un flujo de calor en estado no estacionario a través de las arcillas.

BIBLIOGRAFÍA

1. MARX, J. W. y LANGENHEIM, R. H. Reservoir heating by hot fluid injection. SPE 1266-G. 1959.
2. MANDL, G. y VOLEK, C. W. Heat and mass transport in steam-drive processes. SPE 1896. 1967.
3. CLOSMANN, P. J. Steam zone growth during multiple-layer steam injection. SPE 1716. Marzo. 1967.
4. DUITAMA DURÁN, Jorge. Estandarización de los procedimientos de perforación en los pozos del campo Jazmín. Proyecto de grado para optar por el título de Ingeniero de Petróleos. 2005.
5. SALAS BONILLA, Alexander. Análisis de las operaciones de cementación, empaquetamiento con grava y los fluidos de perforación para un pozo tipo en el caso Jazmín. Proyecto de grado para optar por

el título de Ingeniero de Petróleos. 2005.

6. BASHAM, Mike. Important modeling parameters for predicting steamflood performance. SPE 90713. September 2004.

Recepción: Mayo 2008 - Aceptación: Junio 2008

NOMENCLATURA

W :	Volumen equivalente de agua inyectada. [Bl/día]
h_w :	Entalpía del agua saturada. [BTU/lb]
h_r :	Entalpía del agua a la temperatura del yacimiento. [BTU/lb]
L_v :	Entalpía del vapor saturado. [BTU/lb]
f_{st} :	Calidad del vapor. [Fracción]
h_{arena} :	Espesor de la arena sometida a inyección. [pies]
h_{neto} :	Espesor neto productor. [pies]
M_s :	Capacidad calórica volumétrica de la roca saturada. [BTU/pie ³ °F]
K_{ob} :	Conductividad térmica del overburden. [BTU/pie°F]
α_{ob} :	Difusividad térmica del overburden. [pie ² /h]
Λ	$\frac{2K_{ar}(T_v - T_r)}{L}$
K_{ar} :	Conductividad térmica de la intercalación de arcilla. [BTU/h pie°F]
M_{ar} :	Capacidad calórica volumétrica de la arcilla. [BTU/pie ³ °F]
α_{ar} :	Difusividad térmica de la intercalación de arcilla. [pie ² /F]
L :	0.5 espesor de la intercalación de arcilla. [pie]
T_v :	Temperatura del vapor. [°F]
T_r :	Temperatura del yacimiento. [°F]
A_c :	Área calentada. [pie ²]
t :	Tiempo. [h]
u :	Tiempo transcurrido desde el inicio del cambio de temperatura. [h]
\dot{Q}_{lossar}	Tasa de pérdidas de calor hacia la intercalación de arcilla. [BTU/h]
\dot{Q}_i :	Tasa de inyección de calor. [BTU/h]
\dot{Q}_s :	Tasa de acumulación de energía en la zona calentada. [BTU/h]
\dot{Q}_{lossob}	Tasa de pérdidas de calor hacia el overburden. [BTU/h]

ϕ : Porosidad. [Fracción]

S_o : Saturación de aceite. [Fracción]

S_{or} : Saturación residual de aceite al vapor
[Fracción]

$$C_1^* = \frac{K_{ob}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ob}}}$$

$$C_2^* = \frac{K_{ar}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar}}}$$

$$C_3^* = M_s h_{arena} (T_v - T_r)$$

$$C_4^* = \frac{L}{\sqrt{\alpha_{ar}}}$$

$$C_1' = \frac{K_{ar1}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}$$

$$C_2' = \frac{K_{ar2}(T_v - T_r)}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}$$

$$C_3' = M_s h_{arena} (T_v - T_r)$$

$$C_4' = \frac{L_1}{\sqrt{\alpha_{ar1}}}$$

$$C_5' = \frac{L_2}{\sqrt{\alpha_{ar2}}}$$

Tabla 1. Expresiones para el cálculo de los parámetros relacionados con la inyección continua de vapor.

	CASO 1	CASO 2
Volumen de la zona calentada	$V_c(t) = \frac{\dot{Q}_i L h_{arena}}{2\sqrt{\alpha_{ar}}(T_v - T_r)} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n \frac{K_{ar} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n)}{\sqrt{\alpha_{ar}}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right] + \left[\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n \frac{K_{ar} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n)}{\sqrt{\alpha_{ar}}} - \frac{1}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \right]$ <p>Donde W se obtiene de resolver la ecuación $C_1^* C_4^* + C_2^* C_3^* \text{Tanh}(\omega) + \omega C_3^* = 0$</p>	$V_c(t) = \frac{\dot{Q}_i h_{arena}}{(T_v - T_r)} e^{-\omega_n^2 t} \left[\frac{M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}}{3\alpha_{ar1}^2 \alpha_{ar2}^2 [M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}]} - 2^* \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{ar1} \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan} \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar1} L_1 \omega_n'^2}{\alpha_{ar1}} \sec^2 \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar2} \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan} \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) + \frac{K_{ar2} L_2 \omega_n'^2}{\alpha_{ar2}} \sec^2 \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) \right]$ <p>Donde W se obtiene de resolver la ecuación: $C_1' \text{Tan}(C_4' \omega') + C_2' \text{Tan}(C_5' \omega') + C_3' \omega' = 0$</p>
Tasa de producción de aceite	$q_o = \frac{2.137 \dot{Q}_i \sqrt{\alpha_{ar}} h_{arena} \phi (S_o - S_{or})}{(T_v - T_r) \chi} * \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{ar} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n)}{\sqrt{\alpha_{ar}}} - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2} e^{-\omega_n^2 t}$	$q_o = \frac{4.274 \phi (S_o - S_{or}) \dot{Q}_i h_{arena}}{(T_v - T_r)} \left[\frac{1}{M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{ar1}}{\omega_n' \sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan} \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar1} L_1}{\alpha_{ar1}} \sec^2 \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar2}}{\omega_n' \sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan} \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) + \frac{K_{ar2} L_2}{\alpha_{ar2}} \sec^2 \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) \right]$
Pérdidas de calor acumuladas	$Q_{loss} = \dot{Q}_i t - M_s V_{s(c(acosol))} (T_v - T_r)$	$Q_{loss} = \dot{Q}_i t - M_s V_{s(c(acos2))} (T_v - T_r)$
Tasa de pérdidas de calor instantáneas	$\dot{q}_{loss} = \dot{Q}_i - \frac{2M_s \dot{Q}_i \sqrt{\alpha_{ar}} h_{arena}}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{ar} \omega_n \sec h^2(\omega_n) - \frac{K_{ar}}{\sqrt{\alpha_{ar}}} \text{Tanh}(\omega_n)}{\sqrt{\alpha_{ar}}} - \frac{K_{ob}}{\sqrt{\alpha_{ob}}} \frac{\omega_n^2 \alpha_{ar} t}{L^2} e^{-\omega_n^2 t}$	$\dot{q}_{loss} = \dot{Q}_i - M_s \dot{Q}_i h_{arena} \left[\frac{1}{M_{ar1} L_1 + M_{ar2} L_2 + M_s h_{arena}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{ar1}}{\omega_n' \sqrt{\alpha_{ar1}}} \text{Tan} \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar1} L_1}{\alpha_{ar1}} \sec^2 \left(\frac{L_1 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar1}}} \right) + \frac{K_{ar2}}{\omega_n' \sqrt{\alpha_{ar2}}} \text{Tan} \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) + \frac{K_{ar2} L_2}{\alpha_{ar2}} \sec^2 \left(\frac{L_2 \omega_n'}{\sqrt{\alpha_{ar2}}} \right) \right] e^{-\omega_n^2 t}$

Tabla 2. Propiedades de las zonas productoras.

Arena	Conductividad térmica [BTU/h pie °F]	Difusividad térmica [pie ² /h]	Permeabilidad [mD]	Porosidad [%]	Espesor [pies]
A1	1.32	0.0341	889	26.10	55
A2	1.11	0.0302	924	26.40	67
A3	1.43	0.0362	699	23.40	42
A4	1.23	0.0328	768	24.70	50
A5	1.15	0.0315	789	25.00	67
Propiedades promedio de la matriz					
Compresibilidad [psi ⁻¹]		2.38E-05	Densidad [gr/cm ³]		2.08

Tabla 3. Propiedades de las formaciones impermeables.

Arcilla	Conductividad térmica [BTU/h pie °F]	Difusividad térmica [pie ² /h]	Espesor [pies]
IA1	1.1158	0.0279	20
IA2	1.1158	0.0279	30
IA3	1.2840	0.0321	25
IA4	1.2840	0.0321	35
OB	1.2500	0.0313	Infinito
UN	1.2500	0.0313	Infinito

Tabla 4. Propiedades de los fluidos.

PROPIEDADES DEL AGUA		Temperatura [°F]	Viscosidad del aceite [cp]
Propiedades estándar			
PROPIEDADES DEL ACEITE		100	1100
Peso molecular [Lb/Lbmol]	600	150	130
Densidad [Lb/pie ³]	61.81	200	33
Gravedad API	11.3	300	6.4
Factor volumétrico [bl/STB]	1.04	350	3.8
Compresibilidad [psi ⁻¹]	5.11 E-6	500	1.6
Coefficiente de expansión térmica [°F ⁻¹]	0.00039	700	1.3

Tabla 5. Permeabilidades relativas.

TABLA AGUA-ACEITE			TABLA LÍQUIDO-GAS			
S _{av}	k _{rw}	k _{row}	S _l	k _{rg}	k _{rog}	P _{cog}
0.27	0.000	1.000	0.58	0.51	0.000	1.000
0.42	0.002	0.990	0.59	0.50	0.005	0.952
0.56	0.006	0.600	0.68	0.30	0.040	0.524
0.65	0.010	0.300	0.74	0.20	0.080	0.238
0.68	0.012	0.200	0.78	0.15	0.130	0.048
0.72	0.014	0.100	0.83	0.10	0.190	-0.191
0.80	0.021	0.000	1.00	0.00	1.000	-1.00

Tabla 6. Tasa de inyección de vapor en cada una de las arenas.

Arena	Tasa de inyección de vapor [Bl/día]
A1	206
A2	251
A3	158
A4	188
A5	251