

# SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES DE COLOR EMPLEANDO EL ESPACIO DE ESCALA GAUSSIANO



## AUTOR

Neil Guerrero González.  
Ms.C. en Automatización Industrial  
Ingeniero Electrónico  
Grupo Percepción y Control inteligente  
Universidad Nacional de Colombia  
nguerrerog@unal.edu.co  
COLOMBIA

## AUTOR

Flavio Prieto.  
Ph.D. en Ingeniería  
Ingeniero Electrónico  
Grupo de Automática  
Universidad Nacional de Colombia  
faprieto@unal.edu.co  
COLOMBIA

## AUTOR

Pierre Boulanger.  
Ph.D. en Ingeniería  
Ingeniero Físico  
Director de Laboratorios  
Universidad de Alberta  
pierreb@cs.ualberta.ca  
CANADA

**Fecha de Recepción del Artículo: 20 de Octubre de 2006    Fecha de Aceptación del Artículo 4 de Diciembre de 2006**  
**Artículo Tipo 1**

## RESUMEN.

*La visión por computador trata con el problema de encontrar interpretaciones o descripciones significativas a partir de datos visuales y se pueden pensar tres preguntas que conduzcan a la interpretación significativa de los mismos. ¿Cuál es la información relevante de la imagen? ¿Cómo debe extraerse la información relevante de los datos sensados? ¿Qué medidas o características pueden obtenerse de la información extraída? Este trabajo pretende responder a la segunda pregunta, así como de identificar desde la imagen qué objetos están en el mundo y donde están en él. Se recurre a la representación en el espacio de escala para el análisis de los datos en diferentes niveles de la imagen y se propone una metodología de segmentación basada en la relación de cada uno de los píxeles con su vecindario.*

*Los espacios de escala son reducciones sucesivas de características de la imagen que permiten identificar las propiedades más significativas de la misma, aplicando un filtro Gaussiano cuyos parámetros son variados a medida que la escala aumenta. Para las pruebas se emplearon imágenes de café y los resultados muestran regiones más completas con respecto a las técnicas de segmentación de crecimiento de regiones y SCT debido a la influencia del filtrado sucesivo. Este trabajo se desarrolló con apoyo del proyecto de investigación MODELADO DE SUPERFICIES DE FORMA LIBRE.*

## PALABRAS CLAVE

Segmentación de Imágenes.  
Espacios de Escala.  
Filtro Gaussiano.

## ABSTRACT

Computer vision deals with the problem of finding interpretations or significant descriptions from visual data. Three questions that lead to the significant interpretation of such data should be considered. What is the relevant information in the image? How can the relevant information be

extracted from the data? What measures or characteristics can be obtained from the extracted information? This work tries to respond to the second question, as well as to identify what objects are in the image and where they are located. Scale space representation can be used to analyze the data from the image in different levels. In this work, a segmentation methodology based on the relation of each one of the pixels in the image with its neighbors is applied.

Scale spaces are successive reductions of characteristics of the image that allow identification of its most significant properties. This is achieved by applying a Gaussian filter whose parameters are varied as the scale increases. Images of coffee plants were used for the tests and the results show more

complete regions with respect to the techniques of segmentation of growth of regions and SCT.

## KEYWORDS

Segmentation of Images.  
Scale Space.  
Gaussian Filter.

## INTRODUCCIÓN

El espacio de escala es un formalismo aceptado en el procesamiento de imágenes y la visión por computador. En el es necesario especificar explícitamente la escala visual ya que la naturaleza de los bordes (esquina o borde) puede variar de una escala a otra, definiendo en el momento del procesamiento los operadores que se van a utilizar. La noción de los operadores multiescala tiene una historia larga en el procesamiento de imágenes. La primera referencia estándar es el artículo de Witkin [1] en el que se muestra la convolución Gaussiana como el único operador que satisface los principios generales de la simetría espacial y la invarianza de escala. Koenderink [2] fué el primero que mostró que esa simetría y los principios de invarianza son compatibles con el principio de causalidad requerido en el sentido de que nuevos detalles en la imagen no pueden ser formados cuando se hace la transición en el filtrado de una escala tosca a una más fina. Lindeberg [3] es el primero que considera el equivalente discreto de los espacios de escala Gaussianos lineales. En lugar de especificar un operador de espacio de escala en el dominio continuo para luego discretizarlo, Lindeberg discretiza el espacio de escala requerido. Afortunadamente, solo para escalas pequeñas, las dos metodologías difieren significativamente.

Weickert [3] luego, de los posibles caminos para derivar los espacios de escala Gaussianos desde los principios básicos, muestra que el concepto de espacio de escala lineal en un sentido es sobredeterminado. Pauwels [4] encuentra una buena cantidad de operadores lineales multiescala.

En morfología matemática, la noción de observaciones de escala-dependiente comenzó con Matheron [5] en su estudio de granulometría. La clase de operadores morfológicos no lineales de escala-dependiente que sigue a su estudio, son luego sugeridos en la literatura como los operadores de espacio de escala morfológicos. Usar la operación de apertura y su contraria para construir operadores de escala morfológicos conlleva a una clase especial de operadores denominados espacios de escala supremos.

Brockett and Maragos [6] fueron los primeros en mostrar que los operadores morfológicos como las dilataciones y las erosiones pueden ser descritos en términos de PDEs. Jackway [7] y Van den Boomgaard [8] mostraron de manera independiente que existe un análogo morfológico del espacio de escala lineal Gaussiano: las erosiones y dilataciones parabólicas. También muestran que el espacio de escala parabólico (morfológico) puede verse como la solución de la ecuación diferencial parcial.

La segmentación denota el proceso por el cual, una imagen es dividida en regiones que normalmente corresponden a diferentes regiones de superficie de un objeto físico en una escena. Consiste en una asignación de píxeles a uno de varios conjuntos disjuntos de tal manera que estos píxeles compartan una propiedad común [9]. La segmentación de una imagen puede ser más complicado de lo que se cree, como lo afirma Pavlidis: 'La segmentación visual de una imagen es un problema de percepción física y psíquica, por tanto, no basta con una solución puramente analítica a este problema'. Existen varias técnicas de segmentación que pueden resumirse en:

- Aproximación clásica: Son técnicas de segmentación basadas en: Histogramas de umbral1, Detección de bordes, Relajación y, aproximaciones semánticas y sintácticas.
- Aproximación matemática difusa: Al igual que la técnica anterior, se utilizan histogramas y detecciones de borde, pero, basadas en conocimientos incompletos (difusos).
- Redes Neuronales: Debido a que los histogramas son muy sensibles al ruido, se han desarrollado funciones matemáticas (entrenadas) casi inmunes a este fenómeno llamadas redes neuronales.
- Técnicas de crecimiento de regiones.

La metodología de segmentación que propone este trabajo, consiste en utilizar el suavizado progresivo de las características de intensidad o profundidad empleando los espacios de escala. Luego de la etapa de filtrado, la segmentación se hace casi automática al posibilitar el agrupamiento de píxeles por un criterio simple, la probabilidad de pertenencia de cada píxel a un color del plano RGB.

## 1. MARCO TEÓRICO

Una imagen (S o T) está definida por el mapeo del espacio a niveles de gris o de color, de puntos o píxeles.

La representación en el espacio de escala de una imagen es una serie de imágenes simplificadas sucesivamente. Este espacio es obtenido por medio de un filtrado que remueve los detalles y reduce el contenido de la información de la imagen conservando las características esenciales desmejorando los extremos locales. Así los máximos decrecen y los mínimos crecen tendiendo al suavizado de la imagen. Este cambio bien puede entenderse como la derivada de los puntos críticos de la imagen. El filtrado está definido como una familia de funciones continuas como lo muestra la Ecuación 1, generadas a partir del núcleo Gaussiano expresado en la Ecuación 2.

$$f_{\sigma}(x) = g_{\sigma} \otimes \hat{f} = \sum g_{\sigma}(x - i) \hat{f}_i \quad (1)$$

$$g_{\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

La selección del filtrado del espacio de escala depende de la aplicación pero está restringida a los requerimientos de

algunas propiedades de escalas básicas. Esas propiedades incluyen conceptos como el de fidelidad, causalidad, invarianza euclidiana y continuidad. Por consiguiente la relación entre las diferentes escalas puede ser usada para la extracción de información importante en el procesamiento de las imágenes.

La Figura 1 muestra los efectos sobre los bordes de una imagen en escala de grises a lo largo del espacio de escala.

Desde el punto de vista matemático, se puede pensar que una perturbación no afecta considerablemente una función si es lo suficientemente pequeña. Pero la derivada de la función si se ve afectada. Un objetivo que se pretende alcanzar al perturbar una imagen, es el de medir y caracterizar esas variaciones para construir un modelo que nos permita predecir cambios o agrupar de acuerdo a sus cambios valores o regiones o puntos dependiendo de la naturaleza de la aplicación. Para este caso particular el de puntos de una imagen de computador. Pero el primer problema que se visualiza es de la discontinuidad en esas imágenes digitalizadas, es decir, la no derivabilidad. Sin cambios no tenemos caracterización de la variación.

Se recurre entonces a operadores lineales que posibiliten la transformación de esa función discontinua a una continua y una operación lineal es la de la correlación.

De igual manera, se busca para esa operación de correlación (comparación), funciones suaves y derivables sobre las cuales se tenga conocimiento pleno y esas funciones pueden ser las funciones gaussianas.

Por otro lado la operación no es única, es decir, los parámetros de la función Gaussiana son variados, generando un conjunto de imágenes distorsionadas, denominado el espacio de escala y sobre este espacio de escala, se trata de medir la variación.

En este punto ya es claro que la tarea consiste en mapear una imagen original discontinua a un espacio continuo. También se ha hecho mención de la función Gaussiana como función mapeante, pero por qué la función Gaussiana? Para responder a esta cuestión, se consideran las características que debe poseer dicha función:

- Homogeneidad Espacial: La invarianza al cambio.
- Isotropía Espacial: Las estructuras horizontales y verticales son medidas igualmente.
- Invarianza a la Escala Espacial: No se discrimina entre grande, mediano o pequeño.
- Linealidad.

## 2.1 Espacio de Escala para Señales Discretas

El espacio de escala ( $L(x, y; t)$ ) es una familia de imágenes filtradas [1] donde el núcleo varía de acuerdo a unos parámetros de escala. Las imágenes del espacio son el resultado de la convolución entre la imagen original y la familia de núcleos ( $g(t)$ ). La Ecuación 3 muestra la representación en el espacio de escala en el espacio continuo.

$$L(\bar{X}, t) = \int_{\xi \in R^N} f(\bar{X} - \xi)g(\xi)d\xi \quad (3)$$

Figura 1: Pérdida de bordes a través de la escala



Para imágenes o señales discretas, existen dos métodos posibles:

- 1) Aproximar la integral de convolución por métodos numéricos.
- 2) Aproximar la ecuación de difusión definida por:

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 L}{\partial X^2}$$

Un núcleo discreto es denotado núcleo, si para todas las señales el número de los extremos locales después de la convolución no excede el número de los extremos locales en la señal original. Un núcleo bastante común en el procesamiento de imágenes es el núcleo gaussiano discreto.

El operador Gaussiano es un operador de convolución 2D usado para distorsionar imágenes y remover detalles y ruido. En ese sentido es similar al filtro de media, pero usa un núcleo diferente para representar la forma de la campana Gaussiana.

La idea del suavizado Gaussiano es usar una distribución 2D a partir de una función que dispersa un punto fijo y este es empleado para la convolución. Debido a que la imagen es almacenada como una colección de píxeles discretos es necesario producir una aproximación discreta de la función Gaussiana antes de realizar la convolución. En teoría, la distribución Gaussiana requiere una máscara infinita pero en la práctica se hace necesario truncarla. Este truncamiento afecta considerablemente la generación de los espacios y se debe encontrar un punto de compromiso entre el tamaño de la máscara y el tiempo de procesamiento de la máquina para la operación. La Ecuación 4 muestra la aproximación discreta del núcleo Gaussiano.

$$G(x, y; t) = \frac{1}{2\pi t} e^{-\frac{x^2+y^2}{2t}} \quad (4)$$

### 3. LA METODOLOGÍA DE SEGMENTACIÓN PROPUESTA

El Algoritmo 1 ilustra la metodología de segmentación empleando el espacio de escala gaussiano que se propone. La Figura 2 muestra las imágenes de prueba que serán empleadas para los algoritmos de segmentación desarrollados por este trabajo.

**Algoritmo 1** Segmentación empleando el Espacio de Escala Gaussiano

**Paso 1:** Cálculo de las probabilidades de pertenencia

**Paso 2:** Suavizado del color empleando el espacio de escala gaussiano {Filtrado}

**Paso 3:** Iterar hasta un desplazamiento considerable de los bordes

Figura 2: Imágenes de Prueba



(a) Imagen de prueba 1

(b) Imagen de prueba 2

#### 3.1. Cálculo de las Probabilidades de Pertenencia

Los píxeles son puntos en un espacio tridimensional con tres componentes, el primer valor hace referencia al componente rojo, el segundo al componente verde y el tercero al componente azul. La Ecuación 5 define un pixel  $i$  de la imagen.

$$p(i) = (R, V, A) \quad (5)$$

La primera etapa del proceso consiste en calcular las probabilidades de pertenencia de cada pixel a cada uno de los planos del color. Para las imágenes de intensidad, es natural pensar en agrupar píxeles de acuerdo a su color. Así, cada pixel tendrá una fuerza de pertenencia a cada uno de los tres componentes fundamentales y su color se definirá como una combinación lógica de esas pertenencias. Se definen entonces probabilidades de pertenencia a cada uno de los componentes aplicando la Ecuación 6, con la restricción mostrada por la Ecuación 7.

$$P_R(i) \geq 0, P_V(i) \geq 0, P_A(i) \geq 0 \quad (6)$$

$$P_R(i) + P_V(i) + P_A(i) = 1 \quad (7)$$

Para el cálculo de las probabilidades de pertenencia y dada la restricción mostrada arriba, se proponen los cosenos directores en el espacio tridimensional RGB para estas medidas. La Ecuación 8 muestra el cálculo de la probabilidad de pertenencia al componente rojo.

$$P_R = \left( \frac{R}{\sqrt{R^2 + V^2 + A^2}} \right)^2 \quad (8)$$

Como puede comprobarse siguiendo un procedimiento algebraico, la suma de las tres probabilidades de pertenencia es igual a 1. Ahora se procede a la primera etapa de la segmentación, agrupando los píxeles en clases definidas previamente de acuerdo a la combinación de sus probabilidades. Para el desarrollo de este trabajo, se definieron las clases como lo muestra la Ecuación 9.

$$C_i = \begin{cases} P_R > P_V & \&\& P_R > P_A & i = 1 \\ P_V > P_R & \&\& P_V > P_A & i = 2 \\ P_A > P_R & \&\& P_A > P_V & i = 3 \end{cases} \quad (9)$$

Sin embargo teniendo en cuenta la imagen a segmentar, es necesario definir una mayor cantidad de regiones debido a que la interpretación geométrica del color (puntos en un espacio tridimensional) agrupa varios colores en una misma familia y perceptualmente no es correcta la segmentación. Por ejemplo, el color anaranjado pertenece a la familia de los rojos y perceptualmente para los seres humanos son colores distintos. Para esto se define una probabilidad familiar, que indica la posición dentro de la familia (entiéndase como familia clase uno, dos o tres según la ecuación 9) de cada píxel. Matemáticamente puede representarse aproximadamente como la magnitud del vector construido entre el origen del espacio del color y el píxel. La Ecuación 10 muestra el cálculo de la probabilidad familiar. La máxima probabilidad familiar es la magnitud máxima que puede alcanzar un vector en el espacio del color.

$$P_F = \sqrt{R^2 + V^2 + A^2} / \max(P_F) \quad (10)$$

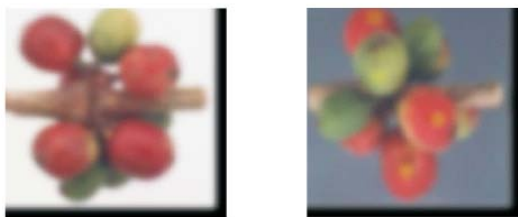
Se definen entonces subclases con la restricción adicional de intervalos de la probabilidad familiar. Así, la clase roja tendrá subclases como los tonos anaranjados.

#### 3.2. Suavizado del color empleando el espacio de escala Gaussiano.

Para solucionar el problema de los píxeles aislados y las regiones no compactas, se emplea el filtro gaussiano como herramienta de suavizado. Estos filtros atenúan las componentes de alta frecuencia presentes en la imagen las cuales son responsables de los bordes y los detalles finos, por este motivo son utilizados para la reducción de ruido. El efecto

de aplicar un filtro suavizante sobre una imagen, es el de hacerla más borrosa. El filtro gaussiano en dos dimensiones tiene la forma descrita por la ecuación 4 donde se ha asumido una media igual a cero. Para las imágenes de intensidad, se realiza el filtrado por separado a cada uno de los componentes de la imagen. Se recomienda un núcleo gaussiano (ventana) de tamaño alrededor de 21 píxeles, es decir no muy pequeño porque el suavizado entrega imágenes muy oscuras para escalas pequeñas y no se puede apreciar el efecto del filtrado para un conjunto considerable de escalas. Por otro lado, un núcleo de tamaño más grande aumenta el costo computacional y provoca problemas en los límites de la imagen. Por esta razón, se recomienda un tamaño entre 20 y 30. Para este trabajo, se utilizó una ventana de tamaño igual a 21. La Figura 3 muestra dos imágenes escaladas, una para cada imagen de prueba de esta sección.

Figura 3: Imágenes Escaladas



(a) Fig. escalada con  $t = 10$  (b) Fig. escalada con  $t = 10$

### 3.3. La etapa iterativa.

La imagen filtrada es una imagen suavizada en el color. Si se vuelven a calcular probabilidades de pertenencia para cada píxel y se reagrupan de acuerdo al criterio expresado anteriormente, se puede observar una segmentación más apropiada a medida que la escala aumenta, como lo muestra la Figura 4. Para ilustrar el proceso, se han calculado las regiones de píxeles rojos que superen un (65) por ciento de pertenencia.

Figura 4: Segmentación en el Espacio de Escala



(a) Imagen Escalada con  $t = 0$  (b) Región Detectada para  $t = 0$



(c) Imagen Escalada con  $t = 2$  (b) Región Detectada para  $t = 2$



(a) Imagen Escalada con  $t = 10$  (b) Región Detectada para  $t = 10$

Es decir, los dos componentes menores dentro de la triada de probabilidades de pertenencia. La Figura 4 muestra el proceso completo de la segmentación para la Figura 2(a), tomando solo algunos valores de escala.

### 3.4. El efecto Pulling.

Los filtros derivativos como el gaussiano, suavizan el color en las imágenes tomando ventanas de tamaños considerables sin importar la distancia en el color a la que se encuentren los vecinos del píxel de interés. Esto lleva al corrimiento de los bordes espacialmente conocido en la literatura como el efecto Pulling. Cuando la escala es alta (las consideraciones de escalas bajas o altas son relativas) los bordes se han desplazado tanto que los objetos pierden sus formas. Por esta razón, no es recomendable avanzar mucho a lo largo del espacio de escala.

## 4. RESULTADOS Y DISCUSION

Para validar los algoritmos se realizó la segmentación manual de las dos imágenes de prueba, pintando de blanco los píxeles que hacen parte de los granos rojos en ambas fotografías y realizando una comparación píxel a píxel entre la imagen obtenida automáticamente y la obtenida manualmente. Se calculó el error relativo de segmentación aplicando la Ecuación 11.

$$\% E = \frac{|Valor_{Teorico} - Valor_{Practico}|}{Valor_{Teorico}} \quad (11)$$

Las imágenes de la Figura 5 muestran las segmentaciones manuales contra las cuales se compararon los resultados.

Figura 5: Imágenes Segmentadas Manualmente

Imagen 1



Imagen 2



Imagen2 (900 x 1201 x 3)

Segmentación manual:

Blancos detectados	Porcentaje blancos
96 518	8.9294 %

Segmentación automática:

Tabla 2: Resultados de la Segmentación Imagen 2

Escala	Blancos detectados	Porcentaje blancos	Porcentaje Error Relativo
0	78517	7.2640 %	18.6504 %
2	79222	7.3293 %	17.9200 %
10	76112	7.0415 %	21.1422 %
20	74330	6.8767 %	22.9885 %

Imagen1 (900 x 1201 x 3)

Segmentación manual:

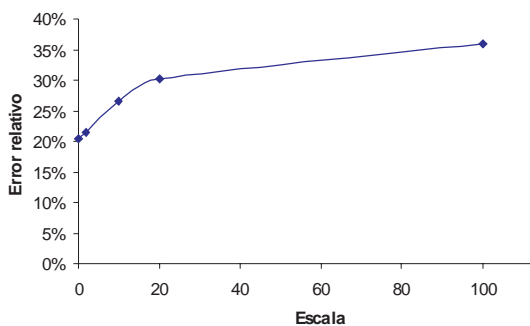
Blancos detectados	Porcentaje blancos
140 960	13.0412 %

Segmentación automática:

Tabla 1: Resultados de la Segmentación Imagen 1

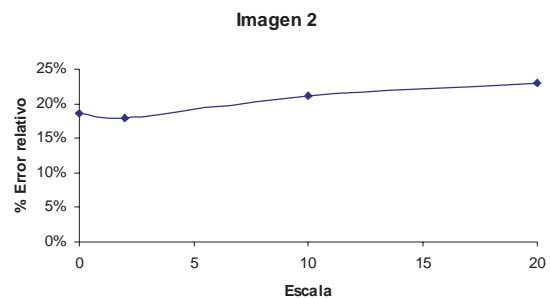
Escala	Blancos detectados	Porcentaje blancos	Porcentaje Error Relativo
0	112 311	10.3905 %	20.3253 %
2	110 525	10.2253 %	21.5923 %
10	103 579	9.5827 %	26.5199 %
20	98 259	9.0905 %	30.2940 %
100	90199	8.3448 %	36.0118 %

Figura 6: Error Relativo Vs. Escala (Imagen 1)



Como puede observarse en la Tabla 1 y la Figura 6, el error relativo aumenta a medida que crece la escala aún cuando la evaluación visual muestra regiones más compactas. Esto se presenta debido al corrimiento de los bordes al aplicar un filtro derivativo que suaviza de acuerdo al vecindario.

Figura 7: Error Relativo Vs. Escala (Imagen 2)



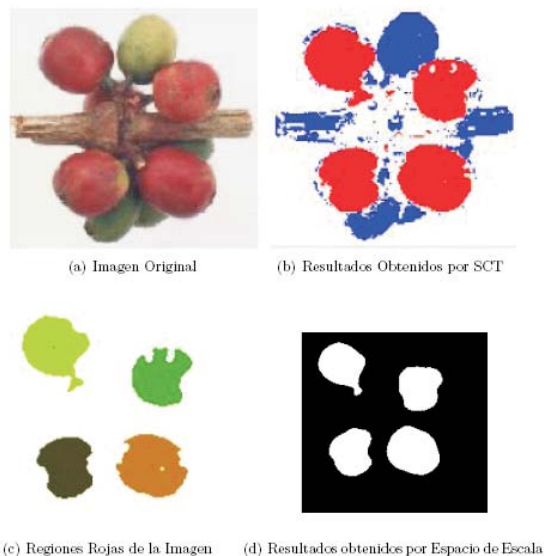
La imagen 2 presenta un comportamiento similar en la evolución de la segmentación con respecto a su error relativo, como se muestra en la Tabla 2 y la Figura 7.

4.1. Comparación de resultados con el método de transformada a coordenadas esféricas.

En la Figura 8 se muestran la imagen original 8(a), y los resultados obtenidos por el algoritmo propuesto (Figuras 8(b) y Figura 8(c)). La Figura 8(d) muestra los resultados obtenidos por el algoritmo desarrollado para este trabajo.

El SCT/Center (Spherical Coordinate Transform) es una técnica de agrupamiento que separa la información de intensidad de la información de color y define un subespacio de trabajo bidimensional. El SCT transforma las coordenadas de un punto en el espacio RGB a coordenadas esféricas (una longitud y dos ángulos) y después subdivide el espacio definido por los dos ángulos en bloques de igual tamaño.

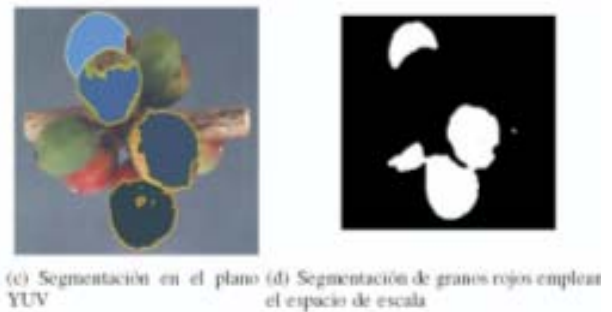
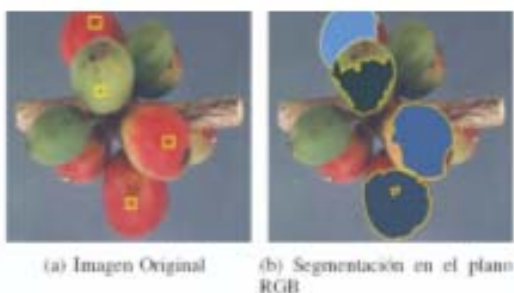
Figura 8: Comparación de Resultados contra el Método SCT



#### 4.2. Comparación de Resultados con la Segmentación por Crecimiento Euclídeo de Regiones.

La Figura 9 muestra los resultados obtenidos para la imagen original 9(a) utilizando la técnica de crecimiento de regiones. La Figura 9(d) muestra los resultados de la segmentación empleando el algoritmo desarrollado en este trabajo. Como se puede observar, la segmentación arrojada por el algoritmo de crecimiento de regiones son regiones irregulares con bordes que cambian abruptamente y bastante afectadas por problemas como la iluminación o la misma variación natural del color en los granos. El resultado obtenido por la segmentación empleando el espacio de escala, al homogeneizar el color robustece el algoritmo con respecto a las variaciones naturales del color en los granos de café y al mismo tiempo disminuye los efectos de la iluminación. Las regiones detectadas son más regulares y compactas. Debe mencionarse que la imagen original es la mostrada en este informe, es decir, para la prueba se utilizó la Figura 9(a) con los recuadros amarillos que identifican las semillas iniciales para la segmentación.

Figura 9: Comparación de Resultados contra el Método de Crecimiento Euclídeo de Regiones



## 5. CONCLUSIONES

La metodología de segmentación propuesta agrupa píxeles de acuerdo a sus probabilidades de pertenencia en regiones compactas y definidas sin subregiones al interior de los objetos debido al suavizado sucesivo, lo que muestra poca sensibilidad al ruido. Sin embargo en la transición entre regiones se presenta un problema conocido como el efecto Pulling, que consiste en el corrimiento de los bordes a medida que la escala del filtro aumenta aumentando a su vez el error relativo de píxeles segmentados correctamente en comparación con la segmentación manual de las imágenes. Y finalmente, en comparación con los algoritmos de segmentación por crecimiento de regiones y de segmentación por transformación a coordenadas esféricas, la metodología muestra regiones más completas y un error aceptable en la segmentación.

## 6. REFERENCIAS

- [1] WITKIN A. Scale Space Filtering. Proc. 8th Intern. Joint Conf. Art. Intell. Morgan-Kaufmann, Palo Alto, CA. 1983. pp. 1019-1022
- [2] KOENDERINK J.J. The structure of images. Biol. Cybernet. 50. 1984. pp 363-370.
- [3] WEICKERT J., ISHIKAWA S., IMIYA A. On the history of Gaussian scale-space axiomatics. In Gaussian Scale Space Theory (J. Sporring, M. Nielsen, L. Florack, and P. Johansen, Eds.), 1983. pp. 45-58. Kluwer Academic, Dordrecht.
- [4] PAUWELS E.J, VAN GOOL L. J., FIDDELAERS P, MOONST T. An extended class of scale-invariant and recursive scale space filters. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 17, 1995. pp. 691-701.
- [5] MATHERON G. Random Sets and Integral Geometry, 1995. Wiley, New York.
- [6] BROCKETT R.W., MARAGOS P. Evolution equations for continuous-scale morphological filtering. , IEEE Trans. Signal Process. 42, 1994, pp. 3377-3386.
- [7] JACKWAY P.T. Morphological Scale-Space, in Proceedings 11th IAPR International Conference on Pattern Recognition. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1992. pp. 252-255
- [8] VAN DEN BOOMGAARD R.. Mathematical Morphology: Extensions towards Computer Vision., Ph.D. thesis, University of Amsterdam, 1992.
- [9] ARMAN, F., AGGARWAL, J.K. Model-based object recognition

in dense-range image. A review., ACM Comput. Surveys 25 (1). 1993. pp. 543.

[10] MONTES N. Desarrollo de Algoritmos de Segmentación de Frutos Maduros y Verdes de Café en Imágenes Tomadas en Condiciones Controladas, Basados en las Propiedades de Color. Tesis de Pregrado 2001. Universidad Nacional de Colombia. Manizales

[11] BETANCUR J. Segmentación de Granos de Café Mediante Métodos de Crecimiento de Regiones Tesis de pregrado 2002. Universidad Nacional de Colombia.

Manizales