Revista INTEGRACION
Universidad Industrial de Santander
Escuela de Matemáticas
Vol. 12, No 2, p. 69–79, junio–diciembre 1994

Arco–Conexión Local en las Compactaciones de Alexándrov*

JAIRO A. CHARRIS†
MARTHA P. DUSSAN‡

Abstract

It is proved that the Alexándrov compactification of a locally compact, locally path–connected and paracompact space is locally path-connected.

1. Introducción

La compactación de Alexándrov de un espacio localmente compacto de Hausdorff ([3], p.104) es frecuentemente útil para establecer resultados en análisis (debido fundamentalmente al hecho de que los espacios compactos portan una estructura natural de espacio uniforme). Algunas veces también suministra un marco natural para ciertos conceptos. Por

*El primer autor reconoce el apoyo parcial de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional y del CINDEC. El segundo autor reconoce el apoyo parcial de la Fundación Mazda para las Artes y las Ciencias mediante una beca de posgrado e investigación.

†Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

‡Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

ejemplo, las funciones meromorfas en un dominio Ω del plano complejo $\mathbb{C}$ son las funciones analíticas de Ω en la esfera de Riemann, la compactación de Alexándrov de $\mathbb{C}$.

Recordamos que si el espacio topológico (X, τ) es localmente compacto de Hausdorff ([3], p.102) y $w \notin X$, la compactación de Alexándrov (X^*, τ^*) de (X, τ) por adición de w es el espacio $X^* = X \cup \{w\}$ dotado de la topología τ^* en la cual un sistema fundamental de vecindades de $x \in X$ para τ^* es el sistema de las vecindades de x para τ y, para w, el dado por los conjuntos $(X - L) \cup \{w\}$, donde L es un subconjunto compacto de X para τ.

Un problema interesante relativo a la compactación de Alexándrov es el de determinar qué tanto de la estructura del espacio se traslada a la compactación. En este trabajo demostraremos que bajo hipótesis no muy restrictivas (σ–compacidad, paracompacidad), la compactación por un punto de un espacio localmente arco–conexo es localmente arco–conexa. Este hecho es importante en ciertos problemas de prolongación analítica en variedades. También estableceremos la conexión local de la compactación de un espacio localmente conexo. Aunque este último resultado es conocido, su demostración depende usualmente de argumentos y conceptos ad–hoc, sin un interés muy evidente en otras partes de la matemática, (ver [1, 2, 6]).

Aunque es de esperar que el problema de la arco–conexión local de la compactación de Alexándrov haya recibido atención, no hemos encontrado ninguna referencia significativa en la literatura. Veanse, sin embargo, [7, 8], para algunos resultados en esta dirección.

Los argumentos que daremos están basados en ideas aparentemente introducidas por Malgrange [9]. Sin embargo, en lugar de [9] recurriremos a [10], donde se completan argumentos insuficientes de Malgrange ([10], p.85–88).

Seguiremos la terminología de [3, 5], observando la equivalencia de la noción de σ-compacidad de [5] con la de enumerabilidad al infinito de [3]. Recordamos que un espacio topológico X es **$\sigma -$compacto** ([3], p.106; [5], p.240) si es localmente compacto de Hausdorff ([3], p.102) y si existe una sucesión de subconjuntos compactos $\{K_n / n \geq 0\}$ de X tales que

$K_n \subseteq K_{n+1}^0$ (A^0 es el interior de A relativo a X) y que

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} K_n = X$$

Recordamos también que un espacio localmente compacto es **paracompacto** ([3], p.107; [5], p.162, 241) si existe una familia $(Z_\alpha)_{\alpha \in A}$ de subconjuntos disyuntos de X, a la vez abiertos y cerrados en X, tales que $X = \bigcup_{\alpha \in A} Z_\alpha$, y que Z_α es σ–compacto para todo $\alpha \in A$.

Recordamos finalmente que si X es un espacio topológico, una **curva** de X es una aplicación continua $\alpha : [0,1] \longrightarrow X$ (o, mas generalmente, de un intervalo $[t_1, t_2]$ de $\mathbb{R}$, $t_1 < t_2$, en X). Si $a, b \in X$ y $\alpha(0) = a, \alpha(1) = b$, se dice que α **une** a **con** b. Si $A \subseteq X$, y dados $a, b \in A$ existe una curva α de X contenida en A ($\alpha([0,1]) \subseteq A$) y que une a con b, se dice que A es **arco–conexo**. Es claro que si A es arco–conexo, A es conexo ([3], p.123). Sea A un subconjunto de X. Un subconjunto arco–conexo y no vacio de A que sea maximal en el sentido de que no está propiamente contenido en ningún otro subconjunto arco–conexo de A se denomina una **componente arco–conexa** de A. Si C es una componente arco–conexa de A y C, C es el conjunto de los puntos de A que pueden unirse con a mediante una curva de este conjunto. Escribiremos $C = C(a, A)$.

Definición 1. *Se dice que el espacio topológico X es* **arco–conexo**, *si X mismo es un subconjunto arco–conexo de X. Si todo punto a de X tiene un sistema fundamental de vecindades arco–conexas, se dice que X es* **localmente arco–conexo.**

Nota 1. *La definición de arco–conexión que hemos dado corresponde a la de path-connectedness y no a la de arc-connectedness de [7]. Sería tal vez más conveniente el término* **conexión por curvas**, *pero, desafortunadamente, éste es poco usado en castellano.*

Los siguientes resultados serán útiles en lo que sigue. Incluimos sus demostraciones.

Lema 2. *Si X es localmente arco–conexo, toda componente arco–conexa de X es a la vez abierta y cerrada en X. Si Ω es un subconjunto abierto de X, toda componente arco–conexa de Ω es abierta en X, y Ω es un espacio topológico localmente arco–conexo.*

Demostración. Sean C una componente arco–conexa de X y $a \in X, a \notin C$, y sea U una vecindad arco–conexa de a. Si $U \cap C \neq \emptyset$ y $b \in U \cap C$, existe una curva α de U que une a con b, asi que a pertenece a la componente arco–conexa de b, que es C. Entonces $U \cap C = \emptyset$, y C es cerrada. Sean ahora C' una componente arco–conexa de Ω y $a \in C'$. Sea V una vecindad arco–conexa de a tal que $V \subseteq \Omega$. Como V es arco–conexa, $V \subseteq C'$, y C' es abierta en X. La última afirmación es trivial. □

Corolario 3. *Si X es localmente arco–conexo, todo punto $a \in X$ admite un sistema fundamental de vecindades abiertas arco–conexas.*

Demostración. En efecto, si U es una vecindad abierta de x, la componente arco–conexa V de x en U es abierta en X y, por lo tanto, una vecindad arco–conexa abierta de X contenida en U.□

Lema 4. *Si Y es un subconjunto de X a la vez abierto y cerrado, y $a \in Y$, la componente arco–conexa C de a en X queda contenida en Y.*

Demostración. En efecto, C es un subconjunto conexo ([3], p.123) de X.□

Corolario 5. *Si X es localmente arco–conexo, la componente arco–conexa de x coincide con su componente conexa* ([3], p.127), *y es la intersección de los subconjuntos a la vez abiertos y cerrados de X que contienen a x.*

Definición 6. *Sean X un espacio topológico, L un subconjunto de X. Se define $\hat{L}$, la* **envolvente llena arco–conexa** *de L, como el conjunto unión de L y de las componentes arco–conexas relativamente compactas en X de $X - L$.*

Teorema 7. *Sean X un espacio localmente compacto y localmente arco–conexo y L un subconjunto de X. Entonces:*

1. *$X - \hat{L}$ no tiene componentes arco–conexas relativamente compactas en X.*

2. *Si L es cerrado en X, también lo es $\widehat{L}$.*

3. *Si $L \subseteq L', \widehat{L} \subseteq \widehat{L'}$. También, $\widehat{\widehat{L}} = \widehat{L}$.*

4. *Si L es compacto, y si X tiene sólo un número finito de componentes arco–conexas compactas, también $\widehat{L}$ es compacto.*

Demostración. 1. Si C es una componente arco–conexa de $X - \widehat{L}, C$ no puede intersectar a $\widehat{L}$, así que deberá estar contenida en una componente arco–conexa C' no relativamente compacta en X de $X - L$. Como $C' \subseteq X - \widehat{L}$, entonces $C' = C$, y C no podrá ser relativamente compacta en X.

En efecto, como $X - L$ es abierto en X, toda componente arco–conexa de $X - L$ es abierta en X. Como $X - \widehat{L}$ es reunión de algunas de tales componentes, será abierto en X, de lo cual, $\widehat{L}$ será cerrado en X.

Si $x \notin \widehat{L'}$, su componente arco–conexa C' en $X - L'$ no podrá ser relativamente compacta en X. Y como $X - L' \subseteq X - L$, la componente arco–conexa C de x en $X - L$, la cual contiene necesariamente a C', tampoco podrá serlo. Entonces, $x \notin \widehat{L}$. Como $X - \widehat{L}$ no tiene componentes arco–conexas relativamente compactas en X, $\widehat{\widehat{L}} = \widehat{L} \cup \emptyset = \widehat{L}$.

Si X es compacto entonces $\widehat{L} = X$, y la demostración es clara. Supongamos entonces que X no es compacto pero que tiene sólo un número finito de componentes arco–conexas compactas. Sea C la reunión de tales componentes y sea $L' = L \cup C$. Evidentemente L' es compacto. Sea V una vecindad compacta de L'. Sea $F = F(V) \cap \widehat{L'}$, donde $F(V) = V \cap \overline{X - V}$ es la frontera de V en X (si $A \subseteq X$, $\overline{A}$ denota la clausura de A en X). Puesto que $F \subseteq \widehat{L'} - L'$, las componentes arco–conexas relativamente compactas en X de $X - L'$ recubren a F, así que $F \subseteq B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_p$ para un número finito p de tales componentes. Si $B \neq B_i, i = 1, \ldots, p$, es otra componente arco–conexa relativamente compacta en X de $X - L'$, necesariamente $B \cap F = \emptyset$. Veamos entonces que $\widehat{L'} \subseteq V \cup \overline{B}_1 \cup \cdots \cup \overline{B}_p$, lo cual demostrará que $\widehat{L'}$ es compacto. Sea $x \in \widehat{L'}$. Si $x \in L'$ ó $x \in B_j, j = 1, 2, \ldots, p$, no hay nada que demostrar. Supongamos entonces que x pertenece a una componente arco–conexa B de $X - L'$, relativamente compacta en X, y distinta de las $B_i, i = 1, 2, \ldots, p$. Puesto que $B \cap F = \emptyset$, también $B \cap F(V) = \emptyset$. Y como B es conexo, $B \subseteq V$ ó $B \subseteq X - V$. Ahora, si fuera $\overline{B} \cap L' = \emptyset$, será $B = \overline{B}$, y B será abierta y cerrada en X, de lo cual, una componente arco–conexa compacta de X. Esto es absurdo, pues entonces $B \subseteq L'$. Entonces $\overline{B} \cap L' \neq \emptyset$, de lo cual $B \subseteq V$, y $\widehat{L'} \subseteq V \cup \overline{B}_1 \cup \cdots \cup \overline{B}_p$. Como $\hat{L}$ es cerrado y $\hat{L} \subseteq \widehat{L'}$, concluye finalmente que $\hat{L}$ es compacto. □

2. Los resultados principales

Teorema 8. *Sea X localmente compacto y localmente arco–conexo, y sea $X^* = X \cup \{w\}, w \notin X$, su compactación de Alexándrov. Si w admite una vecindad arco–conexa, el espacio X tiene sólo un número finito de componentes arco–conexas compactas.*

Demostración. Sea C la reunión de las componentes arco–conexas compactas de X. Si el número de estas componentes fuera infinito, el conjunto C, el cual es cerrado en X (pues su complemento es reunión de componentes arco–conexas, las cuales son abiertas, en virtud del lema 2, no es compacto (pues es reunión infinita de abiertos disyuntos: lema 2. Entonces w está en la clausura en X^* de C, así que sí U es una vecindad arco–conexa de $w, U \cap C \neq \emptyset$, y existirá una componente arco–conexa compacta C' de X tal que $U \cap C' \neq \emptyset$. Pero entonces $C' \subseteq U$, lo cual es absurdo, pues C' será una componente arco–conexa de U distinta de U. □

Por lo tanto, si X^* ha de ser arco–conexa, el espacio X deberá tener sólo un número finito de componentes arco–conexas compactas. De hecho, si X es localmente arco–conexo, es suficiente suponer que X sólo tiene finitas componentes conexas compactas (corolario 5). Podrá tener, sin embargo, infinitas componentes conexas no compactas.

Nuestro primer resultado es:

Teorema 9. *Si X es localmente compacto, localmente arco–conexo, σ–compacto, y tiene sólo un número finito de componentes arco–conexas compactas, su compactación de Alexándrov $X^* = X \cup \{w\}$ es localmente arco–conexa.*

Demostración. La afirmación es clara si X es compacto, pues $\{w\}$ resultará ser abierto y cerrado en X^*. Supongamos entonces que X es σ-compacto y no compacto. Sea $\{K_m / m \geq 0\}$ una sucesión de subconjunto compactos de X con $K_0 = \emptyset, K_m \subseteq K^0_{m+1}$ (A^0 es el interior de A relativamente a X) para todo $m \geq 1$ y $X = \bigcup_{m=0}^{\infty} K_m$. Sea L un subconjunto compacto de X. Demostraremos que $(X - \widehat{L}) \cup \{w\}$ es arco–conexa, lo cual demostrará el teorema, pues las vecindades de esta forma constituyen un sistema fundamental de vecindades de w. Para cada $m = 0, 1, \ldots$, sea $\xi(L \cup K_m) = \widehat{L \cup K_m}$, y sea $0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_m < t_{m+1} < \cdots < 1$ una sucesión de números reales convergente a 1. Sea $a = a_0 \in X - \widehat{L}$, y para cada $m \geq 1$, sea

$$a_m \in (X - \xi(L \cup K_m)) \cap C(a_{m-1}, X - \xi(L \cup K_{m-1})), \qquad (1)$$

donde $C_{m-1} := C(a_{m-1}, X - \xi(L \cup K_{m-1}))$ es la componente arco–conexa de a_{m-1} en $X - \xi(L \cup K_{m-1})$. Puesto que $\xi(L \cup K_m)$ es compacto mientras que C_{m-1} no lo es, los conjuntos en 1 son no vacios. Obsérvese que los conjuntos $(X - \xi(L \cup K_m)) \cup \{w\}$ son (con L fijo) un sistema fundamental de vecindades de w, lo cual implica que $a_m \to w$. Para cada $m \geq 1$, sea $\alpha_m : [t_{m-1}, t_m] \longrightarrow X$ una curva contenida en C_{m-1} tal que $\alpha_m(t_{m-1}) = a_{m-1}$ y $\alpha_m(t_m) = a_m$, y sea $\alpha : [0, 1] \longrightarrow X^*$ definida por $\alpha(t) = \alpha_m(t)$ si $t_{m-1} \leq t \leq t_m, \alpha(1) = w$. Evidentemente α es continua sobre $[0, 1)$. Es también continua en $t = 1$, pues $\alpha([t_l, 1]) \subseteq (X - \xi(L \cup K_m)) \cup \{w\}$ para $l \geq m$. Por lo tanto, α es una curva de $(X - \widehat{L}) \cup \{w\}$ que une a y w, así que $(X - \widehat{L}) \cup \{w\}$ es arco–conexa. □

Nota 2. *Bajo las hipótesis del teorema anterior, X puede tener, a lo sumo, un número enumerable de componentes arco–conexas no compactas, pues cada K_m, siendo compacto, sólo puede intersectar un número finito de tales componentes. El subespacio $X = \mathbb{R} - \mathbb{Z}$ de $\mathbb{R}$, de los números reales no enteros, cuya compactación de Alexándrov es $X^* = \bigcup_{|n|=1}^{\infty} C_n$ con su topología de subespacio de $\mathbb{R}^2$, donde C_n es el círculo de centro $\frac{1}{n}$ y radio $\frac{1}{|n|}$, muestra que X puede tener un número infinito enumerable de componentes no compactas.*

Supongamos ahora que X es localmente arco–conexo, paracompacto y no σ-compacto, con sólo finitas componentes arco–conexas compactas, y que $X = \bigcup_{\alpha \in A} Z_\alpha$, donde los Z_α son abiertos disyuntos no vacios de X con Z_α σ-compacto para todo $\alpha \in A$. Entonces A es no enumerable, y el conjunto A' de los $\alpha \in A$ tales que Z_α es compacto es finito (pues Z_α contiene la componente arco–conexa en X de cada una de sus puntos, las cuales resultan ser compactas si Z_α lo es, y X tiene solamente finitas componentes arco–conexas compactas). Sea $X^* = X \cup \{w\}$ la compactación de Alexándrov de X. Observamos que A' es también el conjunto de los $\alpha \in A$ tales que w no es adherente a Z_α en X^* (si Z_α es compacto, $[(X - Z_\alpha) \cup \{w\}] \cap Z_\alpha = \emptyset$; y si $w \notin \overline{Z_\alpha}$, existe un subconjunto compacto M de X tal que $[(X - M) \cup \{w\}] \cap Z_\alpha = \emptyset$, asi que $Z_\alpha \subseteq M$). Se concluye que si L es un subconjunto compacto de X que contiene a todos los Z_α con $\alpha \in A'$, entonces

$$(X - \hat{L}) \cup \{w\} = \bigcup_{\alpha \in A''} [(X - \hat{L}) \cup \{w\}] \cap [Z_\alpha \cup \{w\}], \tag{2}$$

donde $A'' = A - A'$. Pero, para $\alpha \in A''$,

$$\hat{L} \cap Z_\alpha = \xi_\alpha(L \cap Z_\alpha), \tag{3}$$

donde $\xi_\alpha(L \cap Z_\alpha)$ es la reunión de $L \cap Z_\alpha$ con las componentes arco–conexas relativamente compactas en Z_α de $Z_\alpha - L \cap Z_\alpha$. En efecto, si C es una componente arco–conexa relativamente compacta en X de $X - L$ tal que $C \cap Z_\alpha \neq \emptyset$, necesariamente $C \subseteq Z_\alpha$, pues Z_α es abierto y cerrado en X (lema 1.2), así que C es una componente arco–conexa relativamente compacta en Z_α de $Z_\alpha - L \cap Z_\alpha$ (la clausura en Z_α de C es $Z_\alpha \cap \overline{C} = \overline{C}$, donde $\overline{C}$ es la clausura de C en X, la cual es un conjunto compacto de X). Entonces, $C \subseteq \xi_\alpha(L \cap Z_\alpha)$. Recíprocamente, si C es una componente arco–conexa relativamente compacta en Z_α de $Z_\alpha - L \cap Z_\alpha = (X - L) \cap Z_\alpha, C$ es una componente arco–conexa de $X - L$ (pues $(X - L) \cap Z_\alpha$ es abierto y cerrado en $X - L$), cuya clausura en X es compacta (ya que $\overline{C}$ está necesariamente contenida en Z_α, así que $\overline{C} = \overline{C} \cap Z_\alpha$, y este último conjunto es compacto). Entonces $C \subseteq \hat{L} \cap Z_\alpha$, y (2.3) queda demostrada. Se deduce que

$$[(X - \hat{L}) \cup \{w\}] \cap [Z_\alpha \cup \{w\}] = (Z_\alpha - \xi_\alpha(L \cap Z_\alpha)) \cup \{w\}, \tag{4}$$

para todo $\alpha \in A''$. Pero $Z_\alpha \cup \{w\}$, dotado de su topología de subespacio de X^*, es, por ser Z_α cerrado en X, la compactación de Alexándrov de Z_α. Entonces, la demostración del teorema 9 asegura, teniendo en cuenta que $L \cap Z_\alpha$ es compacto en Z_α, que $(Z_\alpha - \xi_\alpha(L \cap Z_\alpha)) \cup \{w\}$ es arco–conexa (obsérvese que si $\alpha \in A'', Z_\alpha$ es localmente compacto y no compacto). Por lo tanto, de 2, $(X - \hat{L}) \cup \{w\}$, siendo reunión de conjuntos arco–conexos con un punto común, también es arco–conexa. Se concluye que

Teorema 10. *Si X es localmente arco–conexo, localmente compacto y paracompacto, y si X tiene sólo un número finito de componentes arco–conexas compactas, su compactación de Alexándrov X^* es localmente arco–conexa.*

Corolario 11. *Bajo las hipótesis del teorema anterior, y si X es conexo y no compacto, X^* es conexo. Siendo además localmente arco–conexo, será arco–conexo.*

Demostración. Como w está en la clausura de X, $X \cup \{w\}$ será conexo. La segunda afirmación resulta del corolario **1.2.** □

Nota 3. *Si X es compacto, X y $\{w\}$ son abiertos disyuntos de X^*.*

Como lo hemos logrado establecer, el anterior teorema se extiende, bajo la hipótesis de que todo punto de X admita un sistema fundamental de vecindades cerradas arco–conexas (que es el caso de los espacios localmente euclidianos), a compactaciones por finitos puntos. La demostración de este hecho será el objeto de un futuro artículo.

Sea ahora X un espacio topológico localmente conexo. Si $L \subseteq X$, se define $\check{L}$, la **envolvente llena (conexa) de** L, como la reunión de L con las componentes conexas ([3], p.127) relativamente compactas en X de $X - L$. Según argumentos enteramente similares a los usados antes es fácil demostrar (ver [3], p.85–88) que si X es localmente compacto y localmente conexo, entonces:

1. $X - \check{L}$ no tiene componentes conexas relativamente compactas en X.
2. Si L es cerrado, también lo es $\check{L}$.
3. Si $L \subseteq L'$, $\check{L} \subseteq \check{L}'$. También, $\check{\check{L}} = \check{L}$.
4. Si L es compacto y X tiene sólo un número finito de componentes conexas compactas, también $\check{L}$ es compacta.

Esto permite demostrar que

Teorema 12. *Si X es localmente compacto, localmente conexo y tiene sólo un número finito de componentes conexas compactas, y si $X^* = X \cup \{w\}$ es la compactación de Alexándrov de X, X^* es localmente conexa.*

Demostración. Si X es compacto, la afirmación es clara, pues $\{w\}$ será una vecindad conexa de w. Supongamos entonces que X no es compacto y sea L un subconjunto compacto de X. También $\check{L}$ es compacto, así que $(X - \check{L}) \cup \{w\}$ es una vecindad conexa de w en X^*, pues w está en la clausura de toda componente conexa de $X - \check{L}$.□

Nota 4. *Si X es conexo, metrizable, localmente arco–conexo y σ–compacto, X^* es metrizable* ([4], p.43), *compacto, conexo y localmente conexo (por el teorema 2.4). Es decir, X^* es un espacio de Peano* ([7], Cap. 3). *En este caso, la arco–conexión local de X^* queda garantizada, sin recurrir al teorema 9, por* ([7], teorema 3.16). *Sin embargo, en el teorema 9 no hemos supuesto la metrizabilidad de X. Para algunos resultados adicionales en esta dirección, vease* [8].

Ejemplo 13. *Para finalizar, daremos ejemplo de un espacio metrizable localmente compacto y localmente arco–conexo cuya compactación de Alexándrov no es metrizable.* **Para cada irracional** *$\theta \in [0, 2\pi]$, sea $L_\theta = \{re^{i\theta}/0 < r < 1\}$ con su topología τ_θ de subespacio de $\mathbb{R}^2$, y sea $X = \bigcup_{\theta \in I} L_\theta$, donde I es el conjunto de los irracionales en $[0, 2\pi]$, dotado de la topologia τ generada por $\bigcup_{\theta \in I} \tau_\theta$. Evidentemente (X, τ) es localmente compacto, paracompacto y localmente arco–conexo, sin componentes arco–conexas compactas, pero no σ–compacto. Su compactación de Alexándrov es $X^* = \bigcup_{\theta \in I} C_\theta$, donde C_θ es el círculo de centro y radio θ, y la topología τ^* de la compactación tiene como sistema fundamental de vecindades de $w = (0,0)$ los conjuntos $U_F = \bigcup_{\theta \in I, \theta \notin F} C_\theta$ cuando F recorre los subconjuntos finitos de I. Como X no es σ–compacto, (X^*, τ^*) no es metrizable ([4], p.43). Sin embargo, la métrica sobre X dada por $d(z, z') = |z - z'|$ si z y z' están en un mismo L_θ, y por $d(z, z') = 1$, en caso contrario, define la topología τ de X.*

Referencias

[1] BABOOLAL D. *On local connectedness.* J. Math. Japonica. **37** (1992), 865–869.

[2] BABOOLAL D. *Locally connected compactifications.* pre-print, to appear in Topology and its Applications.

[3] BOURBAKI N. *Topologie Generale.* Cap. I, II, 3^{a} edition, Hermann, Paris, 1961.

[4] BOURBAKI N. *Topologie Generale.* Cap. IX, 2^{a} edition, Hermann, Paris, 1958.

[5] DUGUNGJI J. *Topology.* Allyn and Bacon, Boston, Mass, 1969.

[6] DE GROOT J., MC. DOWELL R.H. *Locally connected spaces and their compactifications.* Illinois J. Math. **113** (1967), 53-364.

[7] HOCKING G.J., YOUNG G.S. *Topology.* Addison–Wesley, Reading, Mass, 1961.

[8] LAVALLE L. *The one point countable compactifications of curve spaces and arc-spaces.* Portugaliae Mathematica. **24** (1965), 105–111.

[9] MALGRANGE B. *Existence et approximation des solutions des equations aux derivees partielles et des equations de convolution.* Annales de l'institut Fourier. **6** (1955-1956), 271-355.

[10] SCHWARTZ L. *Ecuaciones Diferenciales Parciales Elípticas. Monografias Matemáticas*, Soc. Col. de Mat. y Dpto. Mat. y Est. Univ. Nal. **13** (1973), Bogotá, Col.

Este artículo es una versión ampliada de la conferencia presentada por los mismos autores en el Quinto Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones, Universidad Pedagógica, Bogotá, junio, 1994.