Revista INTEGRACION
Departamento de Matemáticas UIS
Vol. 9, N° 1, julio-diciembre, 1991

EN BUSCA DE NUEVAS MATEMATICAS *

IVARS PETERSON

RESUMEN: Los matemáticos interesados en mantenerse al día en la investigación matemática contemporánea enfrentan desalentadores obstáculos. El alto nivel de abstracción, la nada clarificante notación y la presentación acostumbrada de los artículos en las revistas conspiran conjuntamente para hacer de toda incursión en la literatura matemática una experiencia frustrante e ingrata. Los matemáticos pueden hacer más para que sus investigaciones sean accesibles a una mayor audiencia.

Para la mayoría de los "forasteros" las matemáticas modernas son terra incognita; sus fronteras están protegidas por densos matorrales de términos técnicos, y sus paisajes salpicados con indescifrables ecuaciones e impenetrables conceptos. Pocos son quienes se dan cuenta de que el mundo de las modernas matemáticas es rico en vívidas imágenes, en nociones potencialemte útiles y en incitantes ideas.

* Tomado de SIAM REVIEW, Vol. 33, N° 1, pp. 37-42, March 1990. Versión castellana de Bernardo Mayorga.

Los estudiantes de matemáticas, enfrentados a la faena de memorizar las tablas de multiplicar, perdidos en los laberintos de pruebas geométricas, o en trance de calcular cuánto tiempo tardará en desocuparse una vasija cónica que gotea lentamente, tienen con frecuencia la impresión de que las matemáticas no son más que un cuerpo invariable de conocimientos que deben ser esmerada y dolorosamente transmitidos de generación en generación. Brilla por su ausencia la conciencia de cómo las matemáticas han evolucionado desde sus orígenes en el remoto pasado, y de cómo constantemente están siendo descubiertas y creadas nuevas matemáticas.

Incluso científicos e ingenieros abrigan con frecuencia una imagen de las matemáticas como la de un bien resguardado depósito del cual se pueden elegir, ya listos para su uso, fórmulas, teoremas y resultados para avanzar en sus propias teorías. Por su parte, los matemáticos ven su campo como una empresa en rápido crecimiento que proporciona una rica y siempre cambiante variedad de nociones abstractas.

Es el proceso de abstracción, y el lenguaje que va con él, lo que hace que el terreno matemático sea tan difícil de penetrar para los no matemáticos. Las personas ajenas a las matemáticas encuentran difícil dilucidar la información codificada en las fórmulas, ya que poco o nada de los actuales patrones de escuetos símbolos sobre una página impresa les ofrece a ellos una clave para penetrar el significado de una fórmula. Para esas personas la manipulación de tales símbolos parece un juego privado y casi mágico enfocado hacia fines misteriosos y poco mundanales.

Complica aún más la situación el hecho de que los amtemáticos se adueñen con frecuencia de palabras simples y de uso diario para sus propios propósitos, usándolas en formas inesperadas, o asignándoles significados específicos y técnicos para expresar términos abstractos. Más todavía, el lenguaje usado en matemáticas es extremadamente denso. El significado y la posición précisos de cada palabra y símbolo importan mucho. El matemático William Thurston, de Princeton, expone la diferencia entre leer matemáticas y leer otras materias de esta manera:

> Los matemáticos amarran el sentido a la redacción exacta de las frases mucho más de lo que se acostumbra. El significado de las palabras se halla

> más precisamente delimitado. Cuando leo artículos o escucho conferencias en el estilo de las humanidades [...] hallo que tengo gran dificultad en concentrarme y comprender: pienso que trato de encontrar en las frases y oraciones más de lo que allí se ha intentado decir, a causa de los hábitos creados en la lectura de textos matemáticos. [1]

Para los matemáticos es muy fácil deslizarse dentro de su compacta notación simbólica. Cómodos dentro de su lenguaje especializado, caen frecuentemente en la trampa de creer que sus oyentes y lectores tienen la misma facilidad con ese idioma. Así que con frecuencia les parece más fácil y eficiente poner o escribir una ecuación o alguna expresión matemática taquigráfica que transmitir la idea en palabras.

Para comprender cómo ve típicamente un forastero la situación, imagínese lo que pasaría si yo rociara este ensayo con una generosa dosis de palabras y frases en francés. Unos pocos lectores me entenderían; otros poquitos podrían adivinar mi intención. Pero sospecho que la mayoría perdería rápidamente el hilo de mi argumentación. Eso es lo que por lo general sucede cuando los no especialistas oyen a los matemáticos hablando de su disciplina o tratan de leer un artículo de investigación matemática.

Pero los niveles de abstracción y el vocabulario especializado son sólo parte del problema. ¿Cuáles son otros de los factores que se encuentran en el camino de entender y apreciar lo que los matemáticos hacen? La respuesta requiere una mirada más atenta a los lugares en donde se podría esperar obtener una lucecita acerca de lo que es la investigación matemática.

Si usted no tiene a mano un matemático con el cual entablar una conversación, puede entonces ensayar la biblioteca, mirando quizás una revista de investigación matemática. Pero el formato de la mayoría de los artículos en ellas parece conspirar contra la amplia comunicación de las ideas matemáticas nuevas. Ese árido formato, regulado por convenciones establecidas en los comienzos de nuestro siglo, parece diseñado específicamente para conservar las cosas dentro de un club pequeño y exclusivo. Los títulos, resúmenes e intoducciones de muchos artículos metamáticos dicen: "¡Fuera forasteros! Esto es de interés sólo para aquellos pocos que ya están iniciados".

Aunque en casi toda la literatura científica que conozco ocurren problemas similares, hallo la situación en las ciencias algo mejor que en las matemáticas. Puedo por lo general leer un artículo (por lo menos los primeros párrafos) en The Astrophysical Journal o en Physical Review Letters, digamos, para captar el sentido de lo que trata y saber si vale o no la pena seguir adelante. Trate usted de leer, por ejemplo, el Bulletin of the American Mathematical Society para lograr una sensación semejante. No funciona. La brecha lingüística es demasiado grande y el estilo excesivamente esotérico.

Refuerzan esa impresión los artículos de los Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS), una de las pocas revistas que publican investigación original acerca de una amplia gama de temas científicos y matemáticos. He aquí cómo comienza uno de los artículos matemáticos:

> Los hipergrafos constituyen una generalización natural de los grafos, en la cual las (hiper)aristas consisten en subconjuntos de k elementos de los vértices, en vez de pares en el caso de los grafos. En las referencias 1 y 2 introdujimos el concepto de propiedad cuasi-aleatoria de los grafos. [2]

En cierto sentido esa introducción no es demasiado amenazante. Las palabras parecen sonar razonablemente familiares. Pienso que sé lo que es un "grafo". Pero la introducción no me dice lo que en realidad querría yo saber. No hay nada que pueda usar para juzgar acerca del significado o la utilidad del resultado. ¿Por qué habría alguien de tomarse la molestia de examinar este problema? No poseo ningún contexto dentro del cual colocar este trabajo.

Compárese lo anterior con un artículo de bioquímica en la misma revista. El título es ciertamente intimidante: "Localización de epitopos viru-específicos y grupo-específicos de potyvirus de plantas por medio del análisis inmunoquímico sistemático de fragmentos péptidos traslapantes" [3]. Pero el párrafo introductorio lo indemniza a uno por esa bocanada del título. Ayuda a imaginar la escena, a pesar del abuso -como en la mayoría de los escritos científicos- de la voz pasiva:

> Las enfermedades de las plantas son consideradas responsables por pérdidas económicas en todo el mundo que ascienden a 60 millardos de dólares al año. Los patógenos más importantes son los hongos, seguidos

> por los virus como el segundo agente infeccioso. De los 28 grupos o familias de virus de plantas el grupo de los potyvirus es el mayor[...]

Y sigue en ese tono por unos cuantos párrafos más, haciéndose gradualmente más específico.

Quizás he elegido ejemplos extremos. No todos los artículos bioquímicos son tan lúcidos, ni todos los matemáticos arrancan tan bruscamente. Por ejemplo, la misma edición de los Proceedings contiene la siguiente introducción a un artículo matemático:

> La naturaleza aritmética de las constantes clásicas del análisis y de la geometría constituye el principal foco de atención en la teoría de los números trascendentes. Preguntas típicas son: ¿Son esas constantes irracionales, trascendentes, algebraicamente independientes? ¿Qué tan bien se pueden ellas aproximar por medio de números racionales? [4]

No es necesariamente fácil para un forastero entrar en detalles, pero este sencillo párrafo introductorio establece un contexto histórico para lo que sigue. Y puedo decir que es un tema que quiero poseguir más adelante. Pero la mayor parte de las veces un artículo matemático empieza de esta manera (un ejemplo de otra edición reciente de los PNAS): "Sea A una k-biálgebra con multiplicación μ y comultiplicación Δ. Escribimos A[...]" [5]

En estos ejemplos mi intención no es denigrar de las investigaciones en cuestión. Perfectamente pueden ser interesantes e importantes. No lo puedo asegurar a partir de esos artículos. Y los PNAS son importantes por constituir uno de los pocos lugares en donde los no matemáticos pueden echar un vistazo a lo que está sucediendo en las matemáticas.

¿Están los matemáticos tratando deliberadamente de guardarse sus ideas para ellos y quizás para unos pocos colegas? En realidad se tiene esa impresión. Cuando los autores o los recensores dicen -como lo hacen ellos con tanta frecuencia- que "todo el mundo" conoce ciertos resultados o sabe por qué determinados problemas son interesantes, y que tales resultados no necesitan ser explicados ni insertados en el contexto de los artículos, están predicando para un grupo muy pequeño de conversos.

Pienso que no debe ser de esa manera. Una investigación digna de ser publicada debe ser igualmente digna de ser comunicada. Hay espacio en la literatura matemática para por lo menos una pequeña concesión a una audiencia no matemática que puede en realidad hallar de interés el trabajo. Y si las matemáticas son algo más que un mero juego privado, si sus resultados son bienes de consumo, entonces los matemáticos deben hacerse en alguna medida responsables de expresar sus ideas de tal manera que puedan comunicar el significado de su trabajo a audiencias más amplias.

En una carta de 1986 a las Notices of the American Mathematical Society, el matemático James A. Yorke, de la Universidad de Maryland, manifestaba su frustración con las convenciones de los artículos matemáticos en estos términos:

> Como matemático que tiene mucho contacto con físicos, encuentro a veces algunos de ellos que quieren entender diversos teoremas. Los resultados son necesarios para sus investigaciones [...] Ellos creen que no pueden leer artículos en revistas matemáticas [...] Si se supone que las matemáticas son útiles de sorprendentes maneras, ¿Quién se supone que halle las aplicaciones específicas? [6]

Al poco tiempo de haber aparecido The Mathematical Tourist [8], recibí la llamada de un químico que quería más información acerca de uno de los temas del libro. Me comentaba que apreciaba el libro porque presentaba novedosas ideas matemáticas en términos que él podía sin dificultad representarse y asir. Ese vistazo lo persuadió de que ciertos enfoques matemáticos nuevos pueden ser de utilidad para él, y decidió invertir el tiempo requerido para aprender las matemáticas allí implicadas.

Hay otro factor que contribuye a la tremebunda imagen que mucha gente tiene de las matemáticas y de los matemáticos. Los matemáticos profesionales muestran pocas veces, en las presentaciones formales o en los artículos publicados, el lado humano de su trabajo. Perdidas casi siempre entre hileras de austeros símbolos y líneas de densa prosa, entre las apenas legibles fórmulas que marchan a través de diapositivas proyectadas sobre una pantalla, andan las ideas de aquello de que trata el trabajo, de cómo y dónde casa su pieza dentro del rompecabezas de las

matemáticas, de las fuentes de sus pensamientos, del material de su inspiración, de las imágenes que a ellos los transportan de un descubrimiento a otro.

Los matemáticos creadores dan fe de la importancia de las imágenes mentales en su trabajo. Las escuetas fórmulas simbólicas de las matemáticas superiores representan escasamente la etapa final de un proceso mental que por lo general ha comenzado en lo concreto y ha terminado en lo abstracto. ¡Pero cuán poco de eso logra ser comunicado!

Citemos nuevamente a James Yorke:

> Cuando tratamos de espigar en los artículos las motivaciones que los autores tuvieron para hacer su trabajo, tenemos con frecuencia la impresión de que podrían haber dicho "fulano y mengano trabajaron en este problema y yo puedo generalizar esos resultados". En otras palabras, el objetivo es mantenerse siempre un paso adelante de sus competidores. Hay muy poca discusión de objetivos en la literatura. Los estudiantes de postgrado [y los forasteros] forman su visión de la investigación matemática en gran parte a partir de la literatura, así que esta carencia de guía estimula al principiante para leer investigación sin motivaciones. [6]

No sorprende que los forasteros muy raras veces vean las matemáticas como la excitante y humana empresa que en realidad es. Lo que en su lugar emerge es una arquitectura remota y elegante, con el andamiaje ya retirado y los anteproyectos archivados. El elemento humano está escondido. Sí, parece que los matemáticos insisten en presentar al mundo una faz de inhumana perfección. Tratan de desechar los detalles sucios y prefieren claramente mantener cualesquiera disputas dentro de la familia.

No es de maravillarse, pues, que los forasteros consideren las leyes de las matemáticas como análogas a los diez mandamientos, creadas por fuerzas que están más allá de la comprensión de los simples mortales. ¿De qué otra manera podría alguien transmitir los triunfos y atribulaciones de la investigación matemática (una empresa que cautiva obviamente un número considerable de personas por razones puramente humanas), si no es metiéndose en los elementos humanos que intervienen en la construcción de la estructura de las matemáticas?

Aquí hay algo más que con frecuencia se omite. Pocas personas fuera de las matemáticas son conscientes del aspecto empírico del asunto. Mucho de las matemáticas que encuentran los estudiantes de escuelas y universidades parece esculpido en piedra, transmitido sin cambios de una generación a otra. Incluso los principios fundamentales de la aritmética y la geometría fueron alguna vez sujeto de debate y especulación. Se necesitaron siglos de permanente cuestionamiento, brillantes conjeturas y continuos refinamientos para edificar el edificio ahora conocido como las matemáticas.

En efecto, el experimento juega un importante papel en la investigación matemática, pero usted no podría enterarse de eso a partir de la mayoría de los libros de texto. Aunque su trabajo difiere de la investigación experimental que se asocia con, por ejemplo, tubos de ensayo y sustancias químicas nocivas, los matemáticos, al igual que los químicos y otros investigadores, recopilan con frecuencia montones de datos -bien sea en números primos o diagramas de nudos- antes de que puedan empezar a extraer y abstraer los principios que pulcramente dan cuenta de sus observaciones. La confianza estricta en la deducción -esos brincos, trancos y saltos de un teorema o verdad lógica a otros, que por lo general asociamos con las matemáticas- no es siempre suficiente. Esa cara de la vida matemática casi nunca se muestra.

Detrás de la cara pública de las matemáticas, aparentemente inmutable, prístina, impasible, bulle el excitante, turbulento y en constante cambio mundo de la investigación matemática. Así como la física y otras ciencias avanzan a través de situaciones tanto de revolución como de evolución, también las matemáticas cambian y crecen, no sólo por el modo como se aplican, sino también en su estructura fundamental. Se introducen nuevas ideas y se descubren intrigantes conexiones entre viejos conceptos. Observaciones fortuitas e informadas conjeturas se desarrollan hasta convertirse en nuevos campos de exploración.

Con mayor frecuencia de lo que parece, un trozo de matemáticas abstractas trabajado años antes (y que se creía sin valor práctico alguno) encuentra un oficio en el mundo "real". Pero al mismo tiempo, vale la pena recordar que científicos e ingenieros tienen por lo general que inventarse las matemáticas que necesitan, redescubriendo en el proceso conceptos ya existentes en la literatura matemática.

Para el forastero es alentador hallar que en la actualidad las matemáticas como un todo parecen mostrar un renovado énfasis en las aplicaciones y un retorno a las imágenes concretas, y que el papel que juegan los experimentos matemáticos es cada vez más frecuente y decisivo. Estos cambios están haciendo que las matemáticas sean en general ahora más accesibles que antes para los forasteros.

Más aún: las matemáticas tienen muchas caras diferentes, y los computadores y las gráficas por computador están estableciendo la verdadera diferencia. Aunque muchos matemáticos tienen todavía la sensación de que usar un computador es como hacer una trampa, y dicen que la computación es sólo una excusa para no pensar "duro", las máquinas comienzan a penetrar dentro de las matemáticas. Al suministrar vívidas imágenes que sugieren nuevas cuestiones, la computación y las gráficas por computador están contribuyendo a remendar la grieta que se venía formando entre matemáticas puras y aplicadas y entre matemáticas y ciencia.

No obstante, la apreciación de la austera belleza de las matemáticas requiere mucho esfuerzo y dedicación. En 1930 el matemático alemán Wolfgang Krull reflejaba el aislamiento que a veces sienten los matemáticos:

> Cuanto más embelesados estemos por la belleza de las matemáticas, más lamentamos el que podamos convidar a tan poca gente a compartir nuestro placer. Pero quienes estamos en la escuela de las matemáticas abstractas tenemos por lo menos un consuelo: a medida que hacemos nuestras presentaciones más claras y transparentes, ellas se hacen automáticamente más fáciles de entender. Téngase en cuenta que hace cuatrocientos años era la aritmética un difícil arte. Un educador tan insigne como Melanchthon [sabio alemán del siglo XVI, que reformó la educación alemana] no creía que el estudiante medio estuviese capacitado para penetrar el misterio de las fracciones. Empero, todo escolar debe ahora dominarlas. Quizá con el tiempo las bellezas de las matemáticas superiores [...] lleguen a ser accesibles a cada persona educada. [7]

Pero la gente no quiere esperar -y no debería tener que hacerlo- cientos de años para tener idea de lo que ahora está sucediendo en las matemáticas. La gente tiene auténtica curiosidad acerca de ellas, a pesar del aplastante miedo que muchos parecen experimentar por la materia. Y para muchos investigadores el conocimiento del trabajo matemático reciente -el saber lo que los matemáticos pueden y no pueden lograr- sería de inconmensurable valor.

Las matemáticas está llenas de preguntas no respondidas, la cantidad de las cuales supera de muy lejos la de los teoremas y resultados conocidos. Para mí es fascinante el hecho de que el misterio parezca ser un ingrediente ineludible de las matemáticas. Su naturaleza está en plantear más problemas de los que ellas puedan resolver. En efecto, las matemáticas en sí pueden estar construídas de pequeñas islas de verdad que incluyen aquellos trozos que pueden ser validados por demostraciones relativamente cortas.

Lejos de ser un campo de cuestiones en su mayor parte ya etablecidas, las matemáticas constituyen en realidad un desierto. Las colonias bien delimitadas son pocas y yacen lejos unas de otras, dispersas a lo largo del continente y unidas para una aún rala red de carreteras y ferrovías, algunas mejor transitadas que otras. Con un guía conveniente es un mundo que vale la pena explorar, para tener la oportunidad de echar un vistazo a una gran aventura intelectual y quizás aprender algo útil. Pero es triste que los forasteros dispongan, al parecer, de tan pocos caminos dentro de ese mundo.

REFERENCIAS

[1] THURSTON Williams. Comunicación privada.

[2] CHUNG F.R.K., GRAHAM R.L. "Quasi-random hypergraphs". Proc. Natl. Acad. Sci., 86(1989), 8175-8177.

[3] SHUKLA D. D., TRIBBICK G., MASON T.J., HEWISH D.R., GEYSEN H.M., WARD C.W. "Localization of virus-specific and group-specific epitopes of plant potyvirusses by systematic inmunochemical analysis of overlapping peptide fragments". Proc. Natl. Acad. Sci., 86(1989), 8192-8196.

[4] CHUDNOVSKY D.V., CHUDNOVSKY G.V., "The computation of classical constants". Proc. Natl. Acad. Sci., 86(1989), 8178-8182.

[5] GERSTENHABER M., SCHACK S.D. "Bialgebra cohomology, deformations, and quantum groups". Proc. Natl. Acad. Sci., 87(1990), 478-481.

[6] YORKE J.A. Notices Amer. Math. Soc., 34(1987), 44-45.

[7] KRULL W. "The aesthetic viewpoint in mathematics". Traducido por B. S. Waterhouse y W. C. Waterhouse en Math. Intelligencer, 9(1987), 48-42.

[8] PETERSON Ivars. The Mathematical Tourist: Snapshots of Modern Mathematics. W. H. Freeman, New York, 1988.