A 200 años de la muerte de Euler

(Un Aniversario olvidado)

LEONARD EULER (1707-1783) fue hijo de un clérigo, que viviía en los alrededores de Basilea. Su talento natural para las matemáticas se evidenció pronto por el afán y facilidad con que dominaba los elementos, bajo la tutela de su padre.

A una edad temprana fue enviado a la Universidad de Basilea, donde atrajo la atención de Jean Bernouilli. Inspirado por un maestro así, maduró rápidamente, y a los 17 años de edad, cuando se graduó Doctor, provocó grandes aplausos con un discurso probatorio, el tema del cual era una comparación entre los sistemas cartesiano y newtoniano.

Su padre deseaba que ingresara en el sagrado ministerio, y orientó a su hijo hacia el estudio de la teología. Pero, al contrario del padre de Bernouilli, abandonó sus ideas cuando vió que el talento de su hijo iba en otra dirección. Leonard fue autorizado a reanudar sus estudios favoritos y, a la edad de diecinueve años, dos disertaciones a la Academia de París, una sobre arboladura de barcos, y la otra sobre la filosofía del sonido. Estos ensayos marcan el comienzo de su espléndida carrera.

Por esta época decidió dejar su país nativo, a consecuencia de una aguda decepción, al no lograr una cátedra vacante en Basilea. Así, Euler partió en 1727, año de la muerte de Newton, a San Petersburgo, para reunirse con sus amigos, los jóvenes Bernouilli, que le habían precedido allí algunos años. En el camino hacia Rusia, se enteró de que Nicolás Bernouilli había caído víctima del duro clima nordico; y el mismo día que puso pie sobre el suelo ruso murió la emperatriz Catalina, acontecimiento que amenazó con la disolución de la Academia, cuya fundación ella había dirigido. Euler, desanimado, estuvo a punto de abandonar toda esperanza de una carrera intelectual y alistarse en la marina rusa. Pero felizmente para las matemáticas, Euler obtuvo la cátedra de filosofía natural en 1730, cuando tuvo lugar un cambio en el sesgo de los asuntos públicos. En 1733 sucedió a su amigo Daniel Bernouilli, que deseaba retirarse, y el mismo año se casó con Mademoiselle Gsell, una dama suiza, hija de un pintor que había sido llevado a Rusia por Pedro el Grande.

Dos años más tarde, Euler dio una muestra insigne de su talento, cuando efectuó en tres días la resolución de un problema que la Academia necesitaba urgentemente, pese a que se le juzgaba insoluble en menos de varios meses de labor. Pero el esfuerzo realizado tuvo por consecuencia la pérdida de la vista en un ojo. Pese a esta calamidad, prosperó en sus estudios y descubrimientos; parecía que cada paso no hacía más que darle fuerzas para esfuerzos futuros. Hacia los treinta años de edad, fue honrado por la Academia de París, recibiendo un nombramiento; asimismo Daniel Bernouilli y Collin Maclaurin, por sus disertaciones sobre el flujo y el reflujo de las mareas. La obra de Maclaurin contenía un célebre teorema sobre el equilibrio de esferoides elípticos; la de Euler acercaba bastante la esperanza de resolver problemas relevantes sobre los movimientos de los cuerpos celestes.

En el verano de 1741, el Rey Federico el Grande invitó a Euler a residir en Berlín. Esta invitación fue aceptada, y Euler vivió en Alemania hasta 1766. Cuando acababa de llegar, recibió una carta real, escrita desde el campamento de Reichenbach, y poco después fue presentado a la reina madre, que siempre había tenido un gran interés en conversar con hombres ilustres. Aunque intentó que Euler estuviera a sus anchas nunca logró llevarle a una conversación que no fuera en monosílabos. Un día, cuando le preguntó el motivo de esto, Euler replicó: «Señora, es porque acabo de llegar de un país donde se ahorca a todas las personas que hablan». Durante su residencia en Berlín, Euler escribió un notable conjunto de cartas, o lecciones, sobre filosofía natural, para la princesa de Anhalt Dessau, que anhelaba la instrucción de un grande maestro. Estas cartas son un modelo de enseñanza clara e interesante, y es notable que Euler pudiera encontrar el tiempo para un trabajo elemental tan minucioso como este, en medio de todos sus demás intereses literarios.

Su madre viuda vivió también en Berlín durante once años, recibiendo asiduas atenciones de su hijo y disfrutando del placer de verle universalmente estimado y admirado. En Berlín Euler intimó con M. de Maupertuis, presidente de la Academia, un francés de Bretaña, que favorecía especialmente a la filosofía newtoniana de preferencia a la cartesiana. Su influencia fue importante, puesto que la ejerció en una época en que la opinión continental aún dudaba en aceptar las opiniones de Newton. Maupertuis impresionó mucho a Euler con su principio favorito del mínimo esfuerzo, que Euler empleaba con buenos resultados en sus problemas mecánicos.

Un hecho que habla mucho en favor de la estima en que se tenía a Euler, es que cuando el ejército ruso invadió Alemania en 1760 y saqueó una granja perteneciente a Euler, y el acto llegó al conocimiento del general, la pérdida fue inmediatamente remediada, y a ello se añadió un obsequio de cuatro mil florines, hecho por la emperatriz Isabel cuando se enteró del suceso. En 1766 Euler volvió a San Petersburgo, para pasar allí el resto de sus días, pero poco después de su llegada perdió la vista del otro ojo. Durante algún tiempo se vio obligado a utilizar una pizarra, sobre la cual realizaba sus cálculos, en grandes caracteres. No obstante, sus discípulos e hijos copiaron luego su obra, escribiendo las memorias exactamente como se las dictaba Euler. Una obra magnífica, que era en extremo sorprendente, tanto por su esfuerzo como por su originalidad. Euler poseyó una asombrosa facilidad para los números y el raro don de realizar mentalmente cálculos de largo alcance. Se recuerda que en una ocasión, cuando dos de sus discípulos, al realizar la suma de una series de diecisiete términos, no estaban de acuerdo con los resultados en una unidad de la quincuagésima cifra significativa, se recurrió a Euler. Este repasó el cálculo mentalmente, y su decisión resultó ser correcta.

En 1771, cuando estalló un gran fuego en la ciudad, llegando hasta la casa de Euler, un compatriota de Basilea, Peter Grimm, se arrojó a las llamas, descubrió al hombre ciego, y lo salvó llevándolo sobre sus hombros. Si bien se perdieron los libros y el mobilario, se salvaron sus preciosos escritos.

Euler continuó su profuso trabajo durante doce años más, hasta el día de su muerte, a los setenta y seis años de edad.

La apacibilidad de ánimo, la moderación y la sencillez de las costumbres fueron sus características. Su hogar era su alegría y le gustaban los niños.

Pese a su desgracia, fue animoso y alegre, poseyó abundante energía; como ha atestiguado su discípulo M. Fuss, «su piedad era racional y sincera; su devoción, ferviente».

Es imposible no hacer justicia, en una descripción no técnica, a las matemáticas de Euler; pero, mientras que Newton es un héroe nacional, Euler seguramente es un héroe de los matemáticos, Newton fue el Arquímedes y Euler el pitágoras. La labor de Euler en problemas de física fue grande, pero sólo porque sus modelos matemáticos atraían y retenían su atención. Su placer era especular en los dominios del intelecto puro, y aquí domina como príncipe de los analistas. Ni tan sólo la geometría, ni el estudio de líneas y figuras, le distraían; su último y constante objetivo fue el perfeccionamiento del cálculo y del análisis. Sus ideas discurrían con tanta naturalidad por este cauce que encontraba, incluso en la poesía de Virgilio, imágenes que sugirieran una investigación filosófica, conduciéndole a nuevas aventuras matemáticas. Eran aventuras que sus seguidores más prudentes a veces aclamaban con placer, y que ocasionalmente, condenaban. Aquí se desplegaba todo el esplendor de los primeros comienzos griegos y de las obras posteriores de Napier, Newton y Leibniz.

Aunque Euler no fue maestro, su influencia en la enseñanza de las matemáticas ha sido más profunda que la de cualquier otro hombre. Esto se debe principalente, a sus tres grandes tratados: Introductio in Analysis Infinitorum (1748; Institutiones Calculi Differentialis (1755) e Institutiones Calculi Integralis (1768-1794). El antiguo dicho de que todos los libros de texto de cálculo elemental y avanzado, desde 1748, son esencialmente copias de Euler tiene mucho de cierto, ya que esas obras resumen y codifican los descubrimientos de sus predecesores y están enriquecidas con las ideas del autor. Euler amplió y perfeccionó la geometría plana y de los sólidos, introdujo el método analítico a la trigonometría y a él se debe el tratamiento moderno de las funciones $\log x$ y e^x. Creó una consistente teoría de logaritmos de números negativos e imaginarios y descubrió que $\log x$ tiene un número infinito de valores. Por medio de su trabajo los símbolos e, π e i llegaron a ser comunes para todos los matemáticos, y fue él quien los reunió en la sorprendente relación $e^{i\pi} + 1 = 0$. Este es un caso especial de su famosa fórmula $e^{i\theta} = \cos\theta, + i \operatorname{sen}\theta$ que relacionanlas funciones trigonométricas con las exponenciales. Entre otras de sus contribuciones a la notación matemática estandar, se encontraron sen x, cos x, el uso de $f(x)$ para una función no específicada y el empleo de Σ para la suma. Fue el primero y el más grande maestro de las series infinitas, los productos infinitos y las fracciones continuas; sus obras están llenas de descubrimientos sorprendentes en esos campos. Prefería los problemas especialmente concretos a las teorías generales que están de moda en la actualidad y su discernimiento singular de las conexiones entre fórmulas aparentemente sin relación, abrió muchos caminos hacia nuevos campos del análisis, cuyo cultivo dejó a sus sucesores.

Euler hizo muchas aportaciones a las ecuaciones diferenciales: los diversos métodos de reducción del orden, la idea de un factor de integración (denominado con frecuencia multiplicador de Euler), partes importantes de la teoría de las ecuaciones lineales de segundo orden, las soluciones de las series de potencias, etc. Además presentó el primer análisis sistemático del cálculo de variaciones (que parte de su ecuación diferencial básica para la minimización de una curva), descubrió las integrales eulerianas que definen las funciones gamma y beta, e introdujo la constante de Euler

$$y = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \log n\right) = 0{,}5772\ldots,$$

que es el número especial más importante en matemáticas, después de π y e. También trabajó con las series de Fourier, encontró las series de Bessel al estudiar las vibraciones de una membrana circular tendida, y aplicó transformadas de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales -todo ello antes de que nacieran Fourier, Bessel y Laplace. Los orígenes de la topología- una de las fuerzas predominantes de las matemáticas modernas- se basan en su resolución del problema del puente de Königsberg y en su fórmula $V-E+F = 2$, que conecta los números de vértices, aristas y caras de un poliedro simple. Respecto a la teoría de los números, publicó las primeras pruebas tanto del teorema de Fermat como del teorema de los dos cuadrados de Fermat. Posteriormente generalizó el primero de esos resultados clásicos introduciendo la función ϕ de Euler; probar el segundo le significó 7 años de esfuerzos intermitentes. Además demostró que cada entero positivo es la suma de cuatro cuadrados, investigó la ley de reciprocidad cuadrática e inició la teoría de las particiones, que se refiere a problemas tales como el de la determinación del número de modos en que se puede expresar un número entero positivo como suma de enteros positivos.

Parte de su trabajo más interesante se refirió a la secuencia de números primos o sea de los enteros $p > 1$ cuyos únicos divisores positivos son 1 y p. Su utilización de la divergencia de las series armónicas $1 + \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} + \ldots$ para probar el teorema de Euclides de que hay un número infinito de primos es tan ingenioso y sencillo que no podemos resistir el deseo de presentarlo aquí. Supongamos que hay sólo N primos por ejemplo $p_1, p_2, \ldots, p_N$. Entonces, cada entero $n > 1$ se puede expresar únicamente en la forma $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \ldots, p_N^{a_N}$. Si a es el mayor de esos exponentes, será fácil ver que

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \ldots + \frac{1}{n} \leqslant \left(1 + \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1^2} + \ldots + \frac{1}{p_1^a}\right)$$

$$\left(1+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2^2}+\ldots+\frac{1}{p_2^a}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{p_N}+\frac{1}{p_N^2}+\ldots+\frac{1}{p_N^a}\right)$$

multiplicando los factores de la derecha. Pero la fórmula simple

$$1+x+x^2+\ldots=1/(1-x),$$

que es válida para $|x|<1$, demuestra que los factores del producto anterior son menores que los números

$$\frac{1}{1-1/p_1},\ \frac{1}{1-1/p_2},\ \ldots,\ \frac{1}{1-1/p_N},$$

de modo que

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\ldots+\frac{1}{n}<\frac{p_1}{p_1-1}\,\frac{p_2}{p_2-1}\ldots\frac{p_N}{p_N-1}$$

para todos y cada uno de los n. Esto contradice la divergencia de la serie armónica y demuestra que no puede existir sólo un número finito de primos. Asimismo, Euler demostró que la serie

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{17}\ldots$$

de las recíprocas de los primos tiene divergencia y descubrió la siguiente identidad maravillosa: Si s 1, entonces

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}=\prod_p\frac{1}{1-1/p^s}$$

donde la expresión de la derecha denota el producto de los números $(1-p^{-s})^{-1}$ para todos los primos p.

La distinción entre matemáticas puras y aplicadas no existía en la época de Euler y, para él, el universo físico era un campo apropiado, que le permitía aplicar sus métodos de análisis. Los fundamentos de la mecánica clásica los estableció Newton; pero Euler fue el principal arquitecto.

En su tratado de 1736, presentó por primera vez explícitamente el concepto de una partícula o un punto de masa; fué también el primero en estudiar la aceleración de un partícula que se desplaza a lo largo de una curva cualesquiera y en utilizar la idea de vector en relación a la velocidad y la aceleración.

La mayoría de sus aportaciones en física matemática tuvieron una influencia tan profunda y duradera, que muchos de sus descubrimientos no se le atribuyen en absoluto, ya los físicos los dan por sentados, como parte del orden natural de las cosas. No obstante, tenemos las ecuaciones de Euler del movimiento para la rotación de un cuerpo rígido, la ecuación hidrodinámica de Euler para el flujo de un líquido incompresible ideal, la ley de Euler para el pandeo de vigas elásticas y la carga crítica de Euler en la teoría de pandeo de columnas. En muchas ocasiones, su pensamiento científico lo llevó a concebir ideas que sus contemporáneos no estaban preparados para poder asimilar. Por ejemplo, previo el fenómeno de la presión de radiación, que es crucial para la teoría moderna de la estabilidad de las estrellas, más de un siglo antes de que Maxwell lo redescubriera, por su cuenta, en el trabajo sobre el electromagnetismo.

Se puede decir que Euler fue el Shakespeare de las matemáticas, universal, rico en detalles e inagotable.

Tomado de:

— SIGMA. El mundo de las Matemáticas. James R. Newman. Tomo I. Artículo: Los Grandes Matemáticos - Herbert Westren Turnbull.

— ECUACIONES DIFERENCIALES. Con aplicaciones y notas históricas. F. Simmons.