CARL FRIEDRICH GAUSS (1777-1855)

Por: Pedro Javier Rojas G.

"NIÑO PRODIGIO, LLEGO A SER EL PRINCIPAL MATEMATICO DE SU EPOCA. SE DESENVOLVIO CON IGUAL SOLTURA EN LAS ABSTRACCIONES DE LA TEORIA DE LOS NUMEROS Y LOS COMPLEJOS CALCULOS ASTRONOMICOS COMO EN LOS ASPECTOS MAS PRACTICOS DE LA FISICA APLICADA". Ian Stewat

CARL FRIEDRICH GAUSS, considerado por todos, al par de Arquimedes y Newton, como uno de los matemáticos más capaces de todos los tiempos, se interesó tanto por la teoría como por las aplicaciones, y sus contribuciones van desde la más pura Teoría de Números hasta los problemas prácticos de Astronomía, magnetismo y topografía. Realizó profundos descubrimientos en todas las áreas de la matemática en las que trabajó, introdujo ideas y métodos nuevos y estableció los cimientos de investigaciones posteriores.

Gauss fue, en muchos aspectos, una personalidad contradictoria y enigmática. Era un hombre distante, políticamente reaccionario y frecuentemente testarudo, que tan sólo pedía poder continuar sin perturbaciones su trabajo de creador.
Un aspecto especialmente llamativo de Gauss fue su rotunda negativa a presentar parte alguna de su trabajo que no creyera haber pulido a la perfección. Si hubiera publicado sus descubrimientos, la matemática habría ganado por lo menos cincuenta años de desarrollo; los creadores de la geometría no euclidiana hubieran tal vez podido aplicar su genialidad a otros campos.

Gauss nació el 30 de abril de 1777 en Brunswich (perteneciente en la actualidad a Alemania Federal). A los diez años sorprendió a su profesor cuando en pocos minutos calculó la suma de los cien primeros números naturales (a través de la fórmula $1/2\,[(100)(100+1)]$). Entre los catorce y los diecisiete años formó sus ideas básicas en matemática; en efecto, a los diecisiete años empezó el estudio crítico de las demostraciones hechas por sus predecesores en Teoría de Números, y del problema de la construcción de figuras geométricas por medio de regla y compás. Entra a la universidad de Gottingen en 1795, en este mismo año labora en un gran estudio sobre la teoría de los Números que toma forma en 1798; el libro "Disquisitiones Arithmeticae" fue su primera gran obra y se dice que esta gran obra hizo por la teoria de números lo que Euclides por la Geometría.

La gran parte de lo mejor de la obra de Gauss en Teoría de Números, estuvo relacionado con el problema de los números complejos. Los números complejos fueron introducidos por los algebristas del renacimiento, quienes le asignaron en generosa proporción propiedades místicas y descripciones caprichosas, como "real" e "imaginario". Incluso un hombre tan inteligente como Leibniz estuvo terriblemente confundido con este tema. Gauss fue más prosaico, y prefirió representar geométricamente los números complejos mediante puntos de un plano. La contribución de Gauss consistió en ir más allá de la definición puramente geométrica de los números complejos. Usa pares ordenados de la forma (a,b) en lugar de $a+bi$, dando definiciones puramente algebraicas de la adición y multiplicación. Mediante pares ordenados mostró que las operaciones aritméticas con números complejos están definidas por las reglas: $(a,b)+(c,d)=(a+c,\ b+d)$ y $(a,b)\cdot(c,d)=(ac-bd,\ ad+bc)$; es fácil comprobar que el par $(a,0)$ se comporta exactamente igual que el número real a y que $(0,1)^2=(-1,0)$. Así pues, el par $(0,1)$ es el misterioso número i, raíz cuadrada de -1. Gauss fue el primer matemático que hizo amplio y libre uso de los números complejos y les dio aceptación plena como objetos matemáticos genuinos.

Gauss elaboró tambien un método para descomponer números primos en producto de números complejos, obteniéndose algunos resultados dignos de mención. Por ejemplo, el número primo 2 puede descomponerse en la forma $(1+i)\cdot(1-i)$. Así 5 es expresable como $(2+i)(2-i)$, etc. Sin embargo, ciertos números primos no pueden descomponerse, y permanecen primos (entre ellos, 7, 11, 19). Gauss descubrió, que aparte de 2, que es caso especial, los únicos números primos así descomponibles con números complejos son los de la forma $4n+1$, y que en tal caso, la descomposición factorial es única.
En particular, Gauss utilizó números complejos de la forma $a+bi$, con a y b números enteros (llamados en la actualidad "enteros de Gauss"), para enunciar y demostrar una versión de la ley de reprocidad cuádrica para residuos bicuádricos. Se dice que k es residuo bicuádrico de otro número m, si k es congruente módulo m a la cuarta potencia de un entero (es decir, m divide a $k-r^4$ par algún entero r). Así, los residuos bicuádricos de 10 son: 0, 1, 5, 6. La ley de reprocidad bicuádrica enuncia que para dos enteros p, q (p y q primos), existen ciertas relaciones entre los enunciados "p es residuo bicuádrico de q" y "q es residuo bicuádrico de p", con un cúmulo de condiciones relativas a p y q.

Gauss puede ser considerado como el primero de los matemáticos modernos e igualmente como el último de los grandes clásicos. La paradoja es fácil de resolver: sus métodos son de espíritu moderno, pero los problemas que afrontó fueron clásicos.
Gauss muere en Gotinga en 1855 a los 78 años de edad.

La importancia de Gauss es consecuencia de su capacidad para combinar lo general y lo específico. Forma un puente entre lo nuevo y lo viejo; sus ideas contienen las semillas de amplias teorías e importantes resultados.
En 1937, Eric T. Bell escribió acerca de la influencia ejercida por Gauss sobre sus sucesores: "vive en la totalidad de la matemática". Afirmacion que en todo caso, es hoy aún más cierta que hace cuarenta años.
El papel de Gauss en la matemática queda muy bien expuesto en la frase de Félix Klein:
"Si imaginamos una cadena de montañas con picos que representan la Matemática del siglo XVIII, ésta termina en una cima imponente y sobresaliente que representa a Gauss. Viene luego un enorme valle de nuevas y fructíferas ideas".

BIBLIOGRAFIA:

- GAUSS (Ed. The Mit Press), Tord Hall

- INVESTIGACION Y CIENCIA (Revista #2, Ed. Reverté S.A.), Ian Stewat

Sea F un conjunto de n elementos, entonces $\wp(F)$, el conjunto formado por todos los subconjuntos de F, tiene 2^n elementos. (Si el conjunto F tiene n elementos, lo notaremos $\#(F)=n$).

LEMA 1:

Sean A y B conjuntos, $\#(A)=n$, $\#(B)=m$ y tales que $A\cap B=\phi$.
Entonces, $\#(A\cup B)=\#(A)+\#(B)$

Demostración:

Como $\#(A)=n$, entonces existe $f_1: A\to\{1,2,\dots,n\}$ biyección
Además $\#(B)=m$, entonces existe $f_2: B\to\{1,2,\dots,m\}$ biyectiva y como $A\cap B=\phi$, entonces $f=f_1\cup f_2 \longrightarrow \{1,2,\dots,n,\dots,n+m\}$ es una biyección, luego $\#(A\cup B)=\#\{1,2,\dots,n+m\}=n+m$ $\square$

LEMA 2:

Sean A, B, C, D, conjuntos, entonces:

a) $A\subseteq\phi \Leftrightarrow A=\phi$
b) $A\subseteq A$
c) $(A\subseteq B \wedge D\subseteq B) \Rightarrow A\cup D\subseteq B$
d) $A=B \Rightarrow A\cup C=B\cup C$
e) $A=B\Rightarrow A-C=B-C$
f) $A\subseteq B\Rightarrow A-C\subseteq B-C$
g) $(A\cup B)-B=A-B$; si $A\cap B=\phi \Rightarrow (A\cup B)-B=A$

Omitimos la demostración del lema anterior. $\square$

LEMA 3:

Sea F un conjunto, si $\#(F)=n \Rightarrow \#(\wp(F))=2^n$.

Demostración: Por inducción

i) Para $n=0$, $F=\phi$, luego $\wp(F)=\{\phi\}$, ya que según (a) del lema 2, el único subconjunto de ϕ es ϕ; es decir, $\#(\wp(F))=1=2^0$
Para $n=1$, $F=\{a\}$, entonces $\wp(F)=\{\phi,\{a\}\}$ ya que $\phi\subseteq A$ y $A\subseteq A$. Luego $\#(\wp(F))=2=2^1$

ii) Supongamos que la proposición se cumple para el conjunto H, con $\#(H)<k$.
Sea $\#(F)=k$, $F=\{a_1,a_2,\dots,a_k\}$ y sea $F_1=F-\{a_k\}$, como $\#(F_1)=k-1<k$ entonces $\#(\wp(F_1))=2^{k-1}$
Comprobemos que:

$A\subseteq F$ sí y sólo sí $A\subseteq F_1$ ó $A=A_1\cup\{a_k\}$, con $A_1\subseteq F_1$.

$\Leftarrow$) Si $A\subseteq F_1 \Rightarrow A\subseteq F$ ya que $F_1\subseteq F$
Si $A=A_1\cup\{a_k\}$, tenemos que $A_1\subseteq F_1$ y por el hecho de $F_1\subseteq F$, tenemos $A_1\subseteq F$, además $\{a_k\}\subseteq F$, luego, $A=A_1\cup\{a_k\}\subseteq F$

$\Rightarrow$) $A\subseteq F\Rightarrow A-\{a_k\}\subseteq F-\{a_k\}\Rightarrow A-\{a_k\}\subseteq F_1$
Si $a_k\in A\Rightarrow A\subseteq F_1$
Si $a_k\notin A$, $A_1=A-\{a_k\}\subseteq F_1$ y $A_1\cup\{a_k\}=(A-\{a_k\})\cup\{a_k\}$
Luego, $A=A_1\cup\{a_k\}$

Así $\wp(F)=\wp(F_1)\cup\{A_1\cup\{a_k\} \mid A_1\in\wp(F_1)\}$

Ahora:

Sea $\varphi: \mathcal{P}(F_1) \longrightarrow H = \{A \subseteq F / A = A_1 \cup \{a_k\},\ A_1 \in \mathcal{P}(F_1)\}$

$\qquad A_1 \longrightarrow \varphi(A_1) = A_1 \cup \{a_k\}$

φ está bien definida: Si $A_1 = A_2 \Rightarrow A_1 \cup \{a_k\} = A_2 \cup \{a_k\} \Rightarrow \varphi(A_1) = \varphi(A_2)$

φ es 1-1: si $\varphi(A_1) = \varphi(A_2) \Rightarrow A_1 \cup \{a_k\} = A_2 \cup \{a_k\} \Rightarrow$

$(A_1 \cup \{a_k\}) - \{a_k\} = (A_2 \cup \{a_k\}) - \{a_k\} \Rightarrow A_1 = A_2$

φ es sobre: Dado $A \in H \Rightarrow \exists A_1 \in \mathcal{P}(F_1) / A = A_1 \cup \{a_k\} \Rightarrow \varphi(A_1) = A_1 \cup \{a_k\} = A$

Entonces φ es biyección. Luego $\# \mathcal{P}(F_1) = \#(H)$

Pero, $\mathcal{P}(F_1) \cap H = \phi$ ya que si $A \in \mathcal{P}(F_1) \cap H \Rightarrow A \in \mathcal{P}(F_1) \wedge A \in H \Rightarrow A \subseteq F_1$ y $A = A_1 \cup \{a_k\}$, $A_1 \in \mathcal{P}(F_1) \Rightarrow a_k \in A \wedge A \subseteq F_1 \Rightarrow a_k \in F_1$, lo cual es contradictorio, pues $F_1 = F - \{a_k\}$. Luego, $\mathcal{P}(F_1) \cap H = \phi$ y como $\mathcal{P}(F) = \mathcal{P}(F_1) \cup H$, entonces:

$\# \mathcal{P}(F) = \#(\mathcal{P}(F_1) \cup H) = \#(\mathcal{P}(F_1)) + \#(H) = 2[\#(\mathcal{P}(F_1))] = 2 . 2^{k-1} = 2^k$

Y así, si $\#(F) = n \Rightarrow \#(\mathcal{P}(F)) = 2^n$ es verdadera $\forall n \in \mathbb{N}$

TOMADO DE LA REVISTA: "MATEMATICA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA"

NUEVOS ENFOQUES PARA LA CARRERA DE MATEMATICA EN LA "UIS"

ALVARO GARCIA, prof. UIS

Desde el año 1973 se creó la carrera de Licenciatura en Matemática en la Universidad Industrial de Santander. Se han graduado más o menos 40 licenciados de los cuales muchos están prestando sus valiosos servicios como profesores de bachillerato en la provincia santandereana, otros han iniciado estudios de post-grado u otras carreras.

Sin embargo, siempre ha existido la inquietud: una persona que dedica todo su tiempo, energía y esfuerzos en las actividades académicas de preparación en Matemáticas, no sólo debe tener como único campo de actividad laboral, el de la docencia, ya sea universitaria, secundaria o primaria. Tambien, si se le encausa, puede desarrollar con bastante propiedad y éxito, actividades propios de la industria, la banca, el mercado bursátil, económico y financiero, así como tambien, en seguros, análisis de datos estadísticos, programación de computadores, etc.

Por estas razones, el Departamento de Matemática considera de gran importancia comenzar a diseñar un programa específico, destinado a preparar futuros profesionales en estas disciplinas y proporcionar así, una alternativa nueva y de gran porvenir a los aspirantes a la carrera de Matemática. Por consiguiente, no hay divorcio ni puede existir entre los que desean prepararse para el magisterio y los que deseen prepararse para actividades en la industria, en la banca o campos privados.

El programa que el departamento se ha propuesto elaborar debe diseñarse de tal manera que almagame estas dos actividades y que el pénsum que se adopte sea de tal flexibilidad que permita tomar una línea de acción, despues de un período moderado en la actividad en la cual el estudiante esté más inclinado a seguir. El programa de MATEMATICAS APLICADAS no interfiere, de esta manera, en el programa de Licenciatura en Matemática, sino más bien, son complementarios el uno del otro.