PROFESOR RAFAEL AHUMADA
U. NACIONAL DE MEDELLIN

Sea F un conjunto de n elementos, entonces $\wp(F)$, el conjunto formado por todos los subconjuntos de F, tiene 2^n elementos. (Si el conjunto F tiene n elementos, lo notaremos $\#(F)=n$).

LEMA 1:

Sean A y B conjuntos, $\#(A)=n$, $\#(B)=m$ y tales que $A\cap B=\phi$. Entonces, $\#(A\cup B) = \#(A)+\#(B)$

Demostración:

Como $\#(A)=n$, entonces existe $f_1: A \to \{1,2,\dots,n\}$ biyección
Además $\#(B)=m$, entonces existe $f_2: B \to \{1,2,\dots,m\}$ biyectiva y como $A\cap B=\phi$, entonces $f=f_1\cup f_2 \to \{1,2,\dots,n,\dots,n+m\}$ es una biyección, luego $\#(A\cup B) = \#\{1,2,\dots,n+m\} = n+m$ □

LEMA 2:

Sean A, B, C, D, conjuntos, entonces:

a) $A\subseteq\phi \Leftrightarrow A=\phi$
b) $A\subseteq A$
c) $(A\subseteq B \wedge D\subseteq B) \Rightarrow A\cup D\subseteq B$
d) $A=B \Rightarrow A\cup C = B\cup C$
e) $A=B \Rightarrow A-C = B-C$
f) $A\subseteq B \Rightarrow A-C\subseteq B-C$
g) $(A\cup B)-B = A-B$; si $A\cap B=\phi \Rightarrow (A\cup B)-B=A$

Omitimos la demostración del lema anterior. □

LEMA 3:

Sea F un conjunto, si $\#(F)=n \Rightarrow \#(\wp(F))=2^n$.

Demostración: Por inducción

i) Para $n=0$, $F=\phi$, luego $\wp(F)=\{\phi\}$, ya que según (a) del lema 2, el único subconjunto de ϕ es ϕ; es decir, $\#(\wp(F))=1=2^0$
Para $n=1$, $F=\{a\}$, entonces $\wp(F)=\{\phi,\{a\}\}$ ya que $\phi\subseteq A$ y $A\subseteq A$. Luego $\#(\wp(F))=2=2^1$

ii) Supongamos que la proposición se cumple para el conjunto H, con $\#(H)<k$.
Sea $\#(F)=k$, $F=\{a_1,a_2,\dots,a_k\}$ y sea $F_1=F-\{a_k\}$, como $\#(F_1)=k-1<k$ entonces $\#(\wp(F_1))=2^{k-1}$
Comprobemos que:

$A\subseteq F$ sí y sólo sí $A\subseteq F_1$ ó $A=A_1\cup\{a_k\}$, con $A_1\subseteq F_1$.

$\Leftarrow$) Si $A\subseteq F_1 \Rightarrow A\subseteq F$ ya que $F_1\subseteq F$
Si $A=A_1\cup\{a_k\}$, tenemos que $A_1\subseteq F_1$ y por el hecho de $F_1\subseteq F$, tenemos $A_1\subseteq F$, además $\{a_k\}\subseteq F$, luego, $A=A_1\cup\{a_k\}\subseteq F$

$\Rightarrow$) $A\subseteq F \Rightarrow A-\{a_k\}\subseteq F-\{a_k\} \Rightarrow A-\{a_k\}\subseteq F_1$
Si $a_k\in A \Rightarrow A\subseteq F_1$
Si $a_k\notin A$, $A_1=A-\{a_k\}\subseteq F_1$ y $A_1\cup\{a_k\}=(A-\{a_k\})\cup\{a_k\}$
Luego, $A=A_1\cup\{a_k\}$

Así $\wp(F)=\wp(F_1)\cup\{A_1\cup\{a_k\} \mid A_1\in\wp(F_1)\}$

Ahora:

Sea $\varphi: \mathcal{P}(F_1) \longrightarrow H = \{A \subseteq F / A = A_1 \cup \{a_k\},\ A_1 \in \mathcal{P}(F_1)\}$

$A_1 \longrightarrow \varphi(A_1) = A_1 \cup \{a_k\}$

φ está bien definida: Si $A_1 = A_2 \Rightarrow A_1 \cup \{a_k\} = A_2 \cup \{a_k\} \Rightarrow \varphi(A_1) = \varphi(A_2)$

φ es 1-1: si $\varphi(A_1) = \varphi(A_2) \Rightarrow A_1 \cup \{a_k\} = A_2 \cup \{a_k\} \Rightarrow$
$(A_1 \cup \{a_k\}) - \{a_k\} = (A_2 \cup \{a_k\}) - \{a_k\} \Rightarrow A_1 = A_2$

φ es sobre: Dado $A \in H \Rightarrow \exists A_1 \in \mathcal{P}(F_1) / A = A_1 \cup \{a_k\} \Rightarrow \varphi(A_1) = A_1 \cup \{a_k\} = A$

Entonces φ es biyección. Luego $\#\mathcal{P}(F_1) = \#(H)$

Pero, $\mathcal{P}(F_1) \cap H = \phi$ ya que si $A \in \mathcal{P}(F_1) \cap H \Rightarrow A \in \mathcal{P}(F_1) \wedge A \in H \Rightarrow A \subseteq F_1$ y $A = A_1 \cup \{a_k\}$, $A_1 \in \mathcal{P}(F_1) \Rightarrow a_k \in A \wedge A \subseteq F_1 \Rightarrow a_k \in F_1$, lo cual es contradictorio, pues $F_1 = F - \{a_k\}$. Luego, $\mathcal{P}(F_1) \cap H = \phi$ y como $\mathcal{P}(F) = \mathcal{P}(F_1) \cup H$, entonces:
$\#\mathcal{P}(F) = \#(\mathcal{P}(F_1) \cup H) = \#(\mathcal{P}(F_1)) + \#(H) = 2[\#(\mathcal{P}(F_1))] = 2 . 2^{k-1} = 2^k$

Y así, si $\#(F) = n \Rightarrow \#(\mathcal{P}(F)) = 2^n$ es verdadera $\forall n \in \mathbb{N}$

TOMADO DE LA REVISTA: "MATEMATICA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA"

NUEVOS ENFOQUES PARA LA CARRERA DE MATEMATICA EN LA "UIS"

ALVARO GARCIA, prof. UIS

Desde el año 1973 se creó la carrera de Licenciatura en Matemática en la Universidad Industrial de Santander. Se han graduado más o menos 40 licenciados de los cuales muchos están prestando sus valiosos servicios como profesores de bachillerato en la provincia santandereana, otros han iniciado estudios de post-grado u otras carreras.

Sin embargo, siempre ha existido la inquietud: una persona que dedica todo su tiempo, energía y esfuerzos en las actividades académicas de preparación en Matemáticas, no sólo debe tener como único campo de actividad laboral, el de la docencia, ya sea universitaria, secundaria o primaria. Tambien, si se le encausa, puede desarrollar con bastante propiedad y éxito, actividades propios de la industria, la banca, el mercado bursátil, económico y financiero, así como tambien, en seguros, análisis de datos estadísticos, programación de computadores, etc.

Por estas razones, el Departamento de Matemática considera de gran importancia comenzar a diseñar un programa específico, destinado a preparar futuros profesionales en estas disciplinas y proporcionar así, una alternativa nueva y de gran porvenir a los aspirantes a la carrera de Matemática. Por consiguiente, no hay divorcio ni puede existir entre los que desean prepararse para el magisterio y los que deseen prepararse para actividades en la industria, en la banca o campos privados.

El programa que el departamento se ha propuesto elaborar debe diseñarse de tal manera que almagame estas dos actividades y que el pénsum que se adopte sea de tal flexibilidad que permita tomar una línea de acción, despues de un período moderado en la actividad en la cual el estudiante esté más inclinado a seguir. El programa de MATEMATICAS APLICADAS no interfiere, de esta manera, en el programa de licenciatura en Matemática, sino más bien, son complementarios el uno del otro.