

## *Lensamiento gravitacional mediante simulaciones interactivas*

N. MORENO\*, D. NOGUERA\* & M. VALENCIA-D.\*

**Resumen.** Una de las consecuencias principales de la teoría relativista de la gravitación es que la curvatura espaciotemporal tiene efectos que pueden ser observados -y medidos con gran precisión- no solo en cuerpos masivos (masa en reposo diferente de cero) sino también en la luz. Con el ánimo de ilustrar este fenómeno, diseñamos un *software* educativo que recoge cuatro modelos de lentes gravitacionales axialmente simétricas, el cual permite al usuario interactuar con diferentes parámetros tales como el tipo de fuente que emite radiación, su posición y algunas características del objeto que causa la curvatura (lente). La interacción permite obtener diversos efectos del mismo fenómeno que posibilitan el estudio de las imágenes y sus propiedades.

**Abstract.** One of the main consequences of the relativistic theory of gravitation is that the space-time curvature has effects that can be observed -and measured with great precision- not only in body mass (mass resting different from zero) but also in the light. In order to illustrate this phenomenon, we design an educational software which includes four models of axially symmetric gravitational lensing, which allows the user to interact with different parameters such as the font that emits radiation, its position and some characteristics of the object that causes curvature (lens). The interaction can collect a variety of effects of the same phenomenon that enable the study of images and their properties.

---

**Palabras y frases claves:** Lensamiento gravitacional, simulación, modelos de masa.

**Key words:** Gravitational lensing, simulation, mass models.

**PACS:** 90: Geofísica, Astronomía y Astrofísica.

\* Grupo de Física y Matemática, Departamento de Física, Universidad Pedagógica Nacional.  
e-mails: natasotelito@yahoo.es, dfenp2005@yahoo.es, monikvalencia@gmail.com

## 1. Introducción

El lensamiento gravitacional es en la actualidad una de las principales herramientas a nivel astrofísico y cosmológico, ya que permite establecer algunas características de sistemas como galaxias y poner cotas a parámetros cosmológicos (densidad de materia, constante cosmológica y parámetro de Hubble) [6]. Sin embargo, debido a su naturaleza, estos sistemas no pueden ser manipulados, requiriendo hacer uso de observaciones altamente precisas y simulaciones como única forma para su estudio. Las simulaciones proporcionan información sobre aspectos relevantes del sistema y permiten el estudio de algunos de los elementos allí presentes. En este sentido diferentes grupos de investigación han desarrollado programas como GRAVLENS<sup>1</sup> [1] y XFGLENSES<sup>2</sup> [2] que funcionan bajo la plataforma Linux. Presentamos aquí el *software* *LINSE* desarrollado en lenguaje Visual Basic 6.0, el cual opera bajo plataforma Windows y tiene un ambiente interactivo que permite una fácil manipulación de las herramientas del sistema. El *software* simula la acción de cuatro tipos de lentes gravitacionales axialmente simétricas actuando sobre diferentes objetos fuente. En la Sec. 2 se presenta brevemente cada uno de los modelos desarrollados, haciendo énfasis en la distribución de masa del objeto lente y en la Ecuación de la Lente que de ella se deriva. En la Sec. 3 se muestran la magnificación y la paridad de las imágenes de una misma fuente producidas por las cuatro tipos de lentes simuladas con *LINSE*. Finalmente, en la Sec. 4 se hace una discusión acerca de los alcances de este *software*.

## 2. Modelos de masa simulados

Los modelos de masa para las lentes gravitacionales consideradas en el desarrollo de la simulación son axialmente simétricos; es decir, el potencial de deflexión no depende de rotaciones espaciales de la lente. Dichos perfiles suponen campos gravitacionales débiles,  $\phi/c^2 \ll 1$ , que permiten considerar la trayectoria hiperbólica de la luz como dos líneas rectas asintóticas al rayo real que se intersecan en un plano conocido como plano de la lente, sobre el cual se proyecta la distribución volumétrica de masa del deflector, obteniendo así una densidad superficial  $\Sigma(\xi)$ , en donde  $\xi$  representa un vector de posición sobre este plano. A través de  $\Sigma(\xi)$  es posible obtener la *Ecuación de la Lente*, la relación principal en el estudio de lentes gravitacionales que, en su forma adimensional, puede ser

---

<sup>1</sup>Desarrollado por Charles Keeton para el proyecto CASTLES.

<sup>2</sup>Desarrollado por Francisco Frutos Alfaro.

escrita como

$$y = x - \alpha(x), \tag{1}$$

con  $x$  y  $y$  vectores de posición en los planos de la lente y la fuente, respectivamente, y  $\alpha(x)$ , por su parte, una función que contiene información referente al perfil de masa que se esté usando y a la cosmología de la configuración.

En la simulación LINSE se incluyeron dos modelos de lentes singulares: Schwarzschild y Esfera Singular Isoterma, y dos no singulares: Plummer y Esfera Isoterma No Singular, con el fin de permitir al usuario la posibilidad de contrastar las imágenes formadas en unos y otros. A continuación se describirán sucintamente los modelos mencionados.

*La Lente Puntual o Lente de Schwarzschild, útil para describir estrellas*, se deriva directamente de los resultados de la deflexión de la luz obtenidos por A. Einstein en 1917. Su densidad superficial es  $\Sigma(\xi) = M\delta^2(\xi)$ , siendo  $\delta^2(\xi)$  la función delta de Dirac, a partir de la cual se obtiene la Ecuación de la Lente en forma adimensional [6]:

$$y = x - \frac{1}{x}. \tag{2}$$

*El modelo de Esfera Singular Isoterma, útil para describir galaxias*, supone que las partículas constitutivas del sistema (e.g., estrellas en una galaxia) se comportan como partículas de un gas ideal en cuyo centro existe una concentración de masa infinita. La densidad superficial en este modelo es  $\Sigma(\xi) = \sigma_v^2/2G\xi$ , donde  $\sigma_v$  representa la dispersión de velocidades de las partículas, la cual es constante [4]. La Ecuación de la Lente es

$$y = x - \frac{x}{|x|}. \tag{3}$$

*El modelo de Plummer, útil para describir estrellas*, es la solución autoconsistente más simple de las ecuaciones sin colisiones de Boltzmann con masa total infinita; la densidad de masa superficial para dicho modelo es  $\Sigma(\xi) = \Sigma_0 \left[1 + (\xi/\xi_0)^2\right]^{-2}$ , donde  $\xi_0$  y  $\Sigma_0$  son el radio y la densidad superficial del núcleo de la esfera en el plano de la lente [7]. La Ecuación de la Lente con  $\kappa_0 = \Sigma_0/\Sigma_{cr}$  es [5]

$$y = x - \frac{\kappa_0 x}{1 + x^2}. \tag{4}$$

*La Esfera Isoterma No Singular, útil para describir galaxias*, tiene masa total infinita y un núcleo central con radio  $\xi_0$ , al igual que la esfera de Plummer. Su densidad superficial viene dada por  $\Sigma(\xi) = (\sigma_v^2/2G) [\xi^2 + \xi_0^2]^{-1/2}$  [3], y la Ecuación de la Lente que describe el lensamiento en este modelo es

$$y = x - \frac{2\kappa_0(\sqrt{x^2 + 1} - 1)}{x}. \tag{5}$$

Para la elaboración de la simulación se invirtieron (analítica y numéricamente) las expresiones (2) a (5), de manera que se obtiene la posición de las imágenes  $x$  a partir de la posición de la fuente  $y$ .

### 3. *Resultados*

El usuario de LINSE puede observar los efectos del lensamiento gravitacional causado por masas descritas con los modelos antes mencionados. Entre estos efectos están: la posición de la(s) imagen(es), la esquila, la magnificación y la paridad; estas características pueden ser estudiadas variando la posición y la forma de la fuente emisora, lo cual además permite contrastar las imágenes de un mismo modelo y compararlas con las de otros.

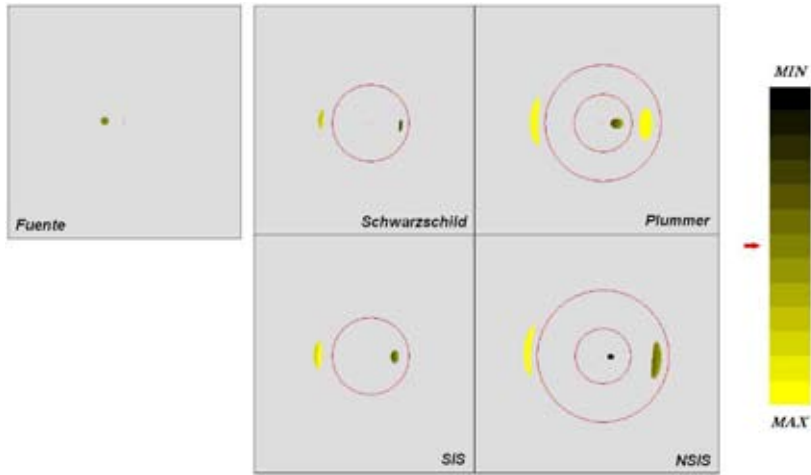
**La magnificación**, propiedad que da cuenta de la variación del brillo de las imágenes respecto al brillo de la fuente, es ilustrada por medio de una escala de amarillos que representa los diferentes brillos que pueden obtener las imágenes, y una flecha roja que indica el brillo propio de la fuente (Fig. 1).

**La paridad**, característica que da cuenta de la inversión de la imágenes, se representa por medio de una disposición de colores en la fuente que se ve alterada en sus imágenes (Fig. 2). La simulación brinda al usuario la posibilidad de combinar el tipo de fuente (figuras geométricas y galaxias espirales) con la propiedad de lensamiento (múltiples imágenes, paridad, magnificación) a observar, permitiendo un estudio del comportamiento de tales propiedades, y por ende, una visualización completa del fenómeno de lensamiento gravitacional.

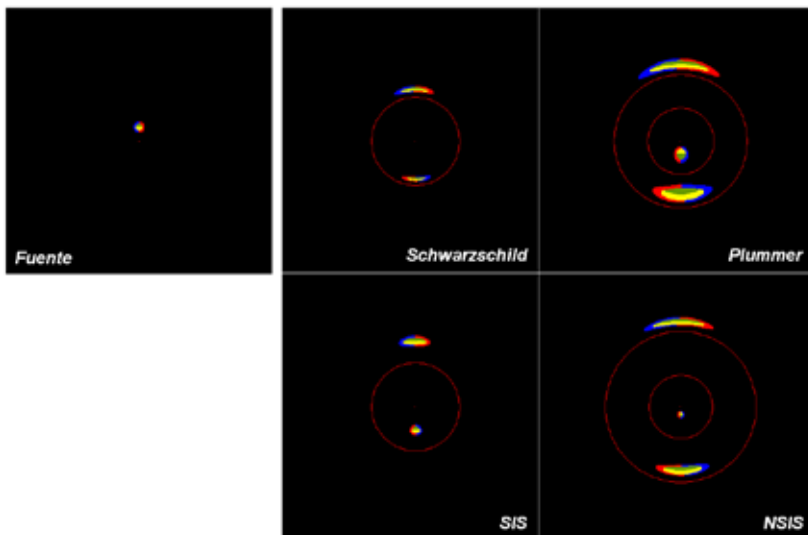
Para mostrar la formación de múltiples imágenes y el efecto de esquila no se precisa más que el mapeo punto a punto del plano de la fuente al plano de la lente y, dependiendo del tipo de lente considerada, se observarán imágenes distorsionadas de diferente forma.

### 4. *Discusión*

A través de las imágenes obtenidas de LINSE es fácil notar las diferentes configuraciones de imágenes que se presentan tanto para lentes singulares, como para no singulares haciendo énfasis en los fenómenos de paridad y magnificación, no evidenciables con otros programas del lensamiento gravitacional antes mencionados; más aún, LINSE da la posibilidad de contrastar imágenes producidas por las dos clases de lentes recién mencionadas, que, junto con otras propiedades susceptibles de modificar, generan un ambiente propicio para la iniciación en el estudio del lensamiento gravitacional. Sumado a lo anterior,



**Figura 1.** Magnificación de una fuente circular en los 4 modelos de lentes simuladas. Imagen tomada de LINSE.



**Figura 2.** Paridad de una fuente circular en los 4 modelos de lentes simuladas. Imagen tomada de LINSE.

LINSE permite visualizar el lensamiento gravitacional de una forma más completa al trabajar por separado sus fenómenos constituyentes, obteniendo así un análisis completo del fenómeno simulado, que está en total acuerdo con la teoría propia del lensamiento.

## Referencias

- [1] <http://redfive.rutgers.edu/~keeton/gravlens/>
- [2] <http://www.tat.physik.uni-tuebingen.de/~frutto/>
- [3] L. CASTAÑEDA, *Efecto de la constante cosmológica en la probabilidad de lensamiento gravitacional*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, 102–103, 2000.
- [4] R. NARAYAN & M. BARTELMANN, “Lectures on Gravitational Lensing”, *astro-ph/9606001*, **18**, (2004).
- [5] P. SCHNEIDER, J. EHLERS & E.E. FALCO, *Gravitational Lenses*. 1992.
- [6] J. WAMBSGANSS, “Gravitational Lensing in Astronomy”, *Living Rev. Relativity*, 10–15, (1998).
- [7] M.C. WERNER & M.W. EVANS, “A Simple Model for Lensing by Black Holes in Galactic Nuclei”, *astro-ph/0602368*, 1–2, (2006).

N. MORENO, D. NOGUERA & M. VALENCIA-D.  
Grupo de Física y Matemática, Departamento de Física,  
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia  
e-mails: [natasotelito@yahoo.es](mailto:natasotelito@yahoo.es), [dfenp2005@yahoo.es](mailto:dfenp2005@yahoo.es), [monikvalencia@gmail.com](mailto:monikvalencia@gmail.com)