

## *Cosmología hoy: una revisión*

JORGE L. CERVANTES COTA\* & SANTIAGO DE LOPE AMIGO\*

**Resumen.** Se presenta un resumen del modelo estándar de cosmología, desde su origen hasta hoy. Se discuten primero los resultados observacionales recientes, entre los cuales están las diversas mediciones de la RCF, de supernovas tipo Ia y catálogos de galaxias; se mencionan resultados importantes de las simulaciones cosmológicas de  $N$ -cuerpos. A continuación se presenta una parte teórica que analiza los modelos de FRW, y enseguida se discuten los problemas de la constante cosmológica, de inflación y de oscilaciones acústicas. Finalmente se presentan las ideas generales de quintaesencia.

**Abstract.** A summary of the standard model of cosmology from its origins until today are presented. Firstly, recent observational results, among which are: the various measurements of the RCF, type Ia supernovae, galaxies catalog; significant results of  $N$ -body cosmological simulations are reported. Right after there is a theoretical part which analyzes the FRW models. Following, the problem of the cosmological constant, inflation and acoustic oscillations are discussed. Finally, the general ideas behind quintessence are presented.

### **1. Introducción**

El propósito de esta revisión es mostrar un panorama general de la cosmología moderna. Esta rama de la ciencia está pasando por una era revolucionaria, fundamentalmente porque las observaciones recientes de alta precisión han reducido considerablemente las especulaciones teóricas, y a su vez han abierto nuevas ventanas del cosmos. La historia reciente de la cosmología tiene sus orígenes hacia finales de los años 40 del siglo pasado,

---

**Palabras y frases claves:** Cosmología, materia oscura, energía oscura.

**Key words:** Cosmology, dark matter, dark energy.

**PACS:** 98.80.-k, 95.35.+d, 95.36.+x.

\* Depto. de Física, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, A.P. 18-1027, México D.F. 11801, México. e-mail: jorge@nuclear.inin.mx

cuando George Gamow predijo que el universo comienza de un estado muy denso, caracterizado por una densidad enorme y a temperaturas muy altas. Este escenario, llamado *gran explosión*, predice que la materia y la luz estaban en estados energéticos muy altos, y ambas componentes se comportaban como un fluido de radiación, siguiendo la ley de Stephan–Boltzman. Este estado inicial dejó una huella en la actual radiación cósmica de fondo (RCF). Según el escenario de Gamov, esta radiación se puede medir hoy en día con una temperatura de solamente pocos grados Kelvin; lo cual es posible, porque la expansión del universo enfría cualquier componente de la densidad. R. Dicke y otros, iniciaron la carrera por descubrir esta radiación proveniente del cosmos, y en 1965, A. Penzias y R.W. Wilson de los laboratorios Bell descubrieron por azar esta forma de la radiación, confirmando el escenario general de la gran explosión (ver las referencias originales publicadas en [1]).

Con el curso de los años el escenario de la gran explosión fue aceptado. Sin embargo, algunas preguntas seguían abiertas. Por ejemplo, se necesitaba establecer si esta radiación era de naturaleza planckiana, para confirmar que el universo estaba en equilibrio térmico en su inicio. Otra pregunta era si el universo era perfectamente isotrópico o poseía pequeñas anisotropías. Hacia finales de los años 80 del siglo pasado una versión moderna del experimento de Penzias y Wilson fue llevado a cabo. Este experimento, realizado por el satélite Explorador del Fondo Cósmico (COBE, por sus siglas en inglés), iniciando así, una nueva era experimental de alta precisión en cosmología. El equipo de COBE reveló por primera vez a comienzos de la década de los 90, que el universo sí estuvo en equilibrio, al establecer que la radiación es tipo cuerpo negro, y de hecho es el mejor cuerpo negro descubierto en la naturaleza hasta hoy en día. Por otro lado, COBE también descubrió que el universo era casi homogéneo e isotrópico, pero no perfectamente. Las minúsculas anisotropías descubiertas por COBE fueron las responsables de la posterior formación de estrellas, galaxias, cúmulos de galaxias, y de todas las macro-estructuras de nuestro universo actual.

El origen de estas minúsculas anisotropías se deben, muy probablemente, a fluctuaciones de campos cuánticos fundamentales de la naturaleza, los cuales estaban presentes en el universo muy temprano. Las teorías modernas de campos cuánticos, junto con modelos cosmológicos, ayudan a entender cómo es que las pequeñas fluctuaciones se desarrollaron para pasar a escalas cósmicas, permitiendo a COBE detectarlas. Este satélite y otras pruebas cosmológicas, como los globos BOOMERANG y MAXIMA, y más recientemente el satélite WMAP, junto con las mediciones de supernovas tipo Ia (SNe Ia) llevadas a cabo

por los grupos “Supernova Cosmology Project” (SCP) y por “High-Z Supernova Search Team” (HZT), así como los catálogos de galaxias “2-degree Field” (2dF) y “Sloan Digital Sky Survey” (SDSS), han confirmado cada vez con mayor precisión las predicciones teóricas del modelo cosmológico de la gran explosión, así como también han abierto la posibilidad de probar teorías y escenarios aplicables al universo muy temprano, como la inflación, o en las actuales épocas, como la quintaesencia. De esta manera, la cosmología, que era una ciencia puramente teórica, hoy en día está sujeta a pruebas de alta precisión a la luz de estas nuevas observaciones; para una revisión técnica de todos estos asuntos (ver [2]).

A continuación se presentan algunos de los aspectos más importantes que la cosmología está tratando hoy en día. Este trabajo está organizado como sigue: en la segunda y tercer sección se presentan, respectivamente, la información sobre datos observaciones relevantes y los aspectos teóricos de la cosmología. Se sigue este orden para dar, primero, un panorama observacional sin entrar en la teoría. Segundo, dado que los datos observacionales están pasando por una era revolucionaria, y comenzando con ellos, el lector será motivado y recibirá información actualizada. Así entonces, en la sección de teoría se podrá hacer referencia directa a las observaciones.

## **2. Datos observacionales**

Recientemente se han realizado diversas observaciones que han cambiado nuestra visión del cosmos, diferente a la que se tenía al inicio de la década pasada. Primero se va a dar una descripción cualitativa de estas observaciones de modo que se obtenga una visión general del estado actual del universo. Después, en la sección 3, se explicará el modelo teórico estándar de cosmología, en donde se hará mención a los datos observacionales que se dan a continuación.

### **2.1. Radiación cósmica de fondo**

Si observamos el cielo, y no importa en qué dirección se haga, encontraremos que siempre que hay radiación, ella viene hacia nosotros. Ésta radiación es la luz que fue producida en la gran explosión, durante las primeras etapas de la evolución del universo. Después de los primeros minutos de su evolución, el universo produjo los primeros átomos y algunos isótopos: Hidrógeno, helio, deuterio, litio, y algunos otros pocos elementos de la tabla periódica [3]; el resto fue producido dentro de las estrellas, pero mucho después. Algunos

otros componentes también fueron producidos, por ejemplo, los neutrinos y los fotones primordiales (luz). Los neutrinos se desacoplan de la materia muy temprano, después de los primeros segundos en la evolución, y de hecho deben estar presente hoy en día como un fondo cósmico de neutrinos con una temperatura de aproximadamente  $2K$ ; exactamente es  $T_{\nu_0} = (4/11)^{1/3} T_{\gamma_0} = 1,945 K$ , donde se ha tomado el valor actual de la temperatura de la luz como  $T_{\gamma_0} = 2,725 K$  [4]. Sin embargo, los neutrinos interactúan sólo débilmente, por lo que son extremadamente difíciles de ser detectarlos. Pero la luz y la materia continuaron interactuando por cientos de miles de años, hasta que el universo tenía aproximadamente 380.000 años después de la gran explosión, cuando los fotones se desacoplaron. La superficie de la última interacción, cuando la luz fue dispersada por último, se llama *superficie de última dispersión* (SUD). Después de esto, la luz ha estado viajando hacia nosotros casi sin interacción, salvo efectos secundarios [5]. La luz es caracterizada por su intensidad, longitud de onda y polarización, y sucede que esta luz tiene un máximo en su intensidad que corresponde a microondas con una temperatura de  $2,725 K$ , por cual a veces es referida como RFC de microondas (RCFM). Los cosmólogos encuentran que esta RCFM es, por tanto, una herramienta muy útil para describir las primeras etapas de nuestro universo. Esta es la razón por la cual la RCFM ha llegado a ser tan importante.

Cabe mencionar que en 1965 Penzias y Wilson descubrieron la RCFM utilizando una antena de microonda ultra-sensible para estudiar las emisiones de radio de la Vía Láctea. Ellos observaron que había un cierto ruido en estas emisiones que no tenían ninguna explicación evidente. Inicialmente pensaron que estas emisiones eran debidas a nidos de palomas que estaban sobre la antena, pero después de que éstos fueron quitados, el ruido continuaba. Lo interesante sobre este ruido es que provenía de todas las direcciones y aparecía emanar de fuera de la galaxia. Esto sugería que su origen era de naturaleza cosmológica, no local. Más adelante se concluyó que lo que Penzias y Wilson descubrieron era la RCF. Esta radiación tiene una temperatura de  $2,725 K$  en todas las direcciones y si se traza el espectro de cuerpo negro para esta temperatura, se puede encontrar que el pico está en una longitud de onda de 2-milímetros, correspondiendo a la radiación de la microondas. Aunque Penzias y Wilson no proporcionaron la explicación teórica para este *ruido* (así lo reportaron ellos), no obstante recibieron el premio Nobel de física. La explicación teórica fue hecha inmediatamente por los científicos R. H. Dicke, P. J. E. Peebles, P. G. Roll, D.T. Willkinsson (ver citas originales en [1]). El descubrimiento de la RCFM fue de hecho muy importante al dar certidumbre sobre un origen caliente y

denso de nuestro universo.

## **COBE**

Los modelos cosmológicos predicen que la RCF no debería ser tan isotrópica como se parecía ser: en un mundo perfectamente isotrópico y simétrico, las perturbaciones existentes como las galaxias, las estrellas, los planetas y nosotros mismos ¡no podrían existir! Así, puesto que observamos estas estructuras hoy, los modelos cosmológicos reales deben de incorporar cierto grado de inhomogeneidad y anisotropía. Por lo tanto, en cierto punto del pasado debió haber existido anisotropías en la densidad y, por lo tanto, en la radiación. Específicamente, debió haber anisotropías en la SUD. Lo que vemos hoy en la RCF se cree es una impresión de la última dispersión, como una huella digital del origen del cosmos. Se esperaba entonces que se pudieran observar anisotropías en la RCF, de otro modo, ¡nuestra propia existencia no podría ser explicada!

Sin embargo, la antena que Penzias y Wilson usaron no tenía suficiente resolución para detectar anisotropías en la RCF. En los años 70 llegó a estar claro que se necesitaban medidas más exactas de la RCF. Las medidas deseadas deberían evitar la interferencia de la atmósfera de la Tierra. Por lo tanto, era necesario un satélite, el cual fue lanzado por la NASA en noviembre de 1989 y llamado COBE. COBE fue diseñado específicamente para hacer las medidas más exactas de la RCF en aquella época. El espectrofotómetro FIRAS de COBE midió la forma del espectro, encajando perfectamente con la fórmula de planckiana para la radiación de cuerpo negro [6, 4]. Así, fue probado experimentalmente que la luz es casi isotrópica, con desviaciones solamente de una parte en cien mil, i.e.,  $\delta T/T \sim 10^{-5}$ , en diversas direcciones del espacio. Observar la RCF con esta precisión no fue una tarea fácil. Se requirió lanzar a COBE sobre la atmósfera de la Tierra y enfriarlo abajo de  $1,5 K$ , de modo que la radiación del instrumento no interfiriera con las medidas que se harían. De hecho, este gran logro fue posible debido al desarrollo tecnológico en aquella época, y debido al esfuerzo del equipo de los científicos organizados por George Smoot y John Mather, quienes por estos descubrimientos fueron galardonados con el premio Nobel de física en el año 2006.

El equipo científico de COBE anunció en 1992 que habían detectado las anisotropías en la RCF [7], que fueron detectadas para ángulos grandes en el cielo y de más de 7 grados, escalas que son mucho más grandes que las implicadas en la formación de galaxias. El descubrimiento provocó mucho entusiasmo entre los científicos, puesto que los resultados

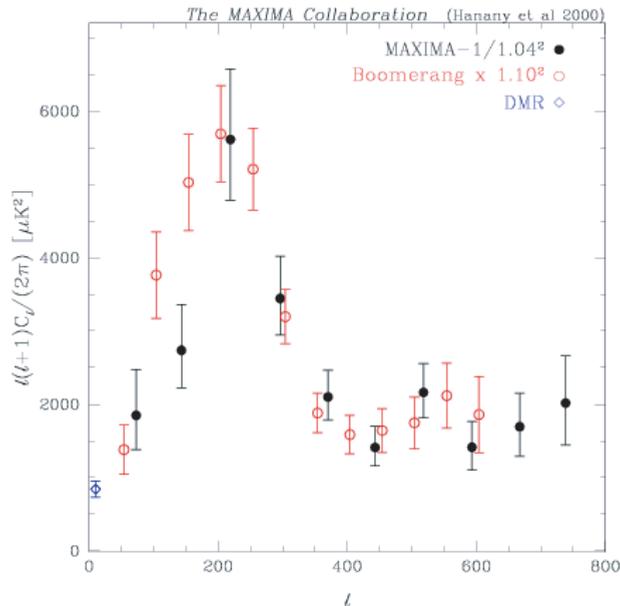
confirmaban el modelo de perturbaciones iniciales y eran parte del modelo de la gran explosión que habían sido predichos por modelos inflacionarios durante los años 80s [8, 9, 10].

### **BOOMERANG AND MAXIMA**

Aunque las medidas de COBE eran asombrosas, las medidas a ángulos pequeños de los anisotropías eran necesarias. Si se pudieran medir las anisotropías en escalas de menos de un grado en el cielo, entonces se podrían analizar las perturbaciones que dieron origen a la formación de la estructura de cúmulos de galaxias, galaxias y otras. Esto representó un gran desafío tecnológico. Los experimentos con base en la Tierra necesitan superar las emisiones atmosféricas grandes que interfieren con las ténues intensidades de la RCF. Por ende, los experimentos se debían realizar en lugares donde la atmósfera es fría y muy seca, como en el Polo Sur o en las cimas de montañas altas. El problema con estos experimentos es que se debe llevar toda la instrumentación en un globo y la duración de los vuelos de estos globos es limitada, así como las regiones del cielo que pueden cubrir. El globo BOOMERANG (Balloon Observations of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics, en inglés) fue uno de los que se propusieron para medir los anisotropías en escalas angulares pequeñas. BOOMERANG, que realizó su primer vuelo largo sobre el antártida en 1998, consistía de 16 detectores sin polarizar que funcionaban en cuatro diversas longitudes de onda. La sensibilidad del instrumento permitió una medida de las fluctuaciones de la temperatura de la RCF sobre una amplia gama de escalas angulares. Otro experimento de este estilo fue MAXIMA (Millimeter Anisotropy Experiment Imaging Array, en inglés), el cual consistió de un arreglo de bolómetros de 16 pixeles enfriados a una temperatura de 100 *mK*, para alcanzar alta sensibilidad. La instrumentación también fue puesta en un globo, el cual exploraba la misma porción del cielo dos veces en un tiempo de más que una hora. Esto se hizo para comparar los datos de ambas exploraciones y para ver si había algún ruido debido al instrumento mismo. Así, se eliminaba el ruido de las medidas para alcanzar la mejor señal de la RCF. Se realizaron dos de estos vuelos, MAXIMA-1 en 1998 y MAXIMA-2 en 1999. Antes de estos años hubo otros experimentos con menos precisión que no se mencionaran.

El modelo estándar de cosmología predice que desde que se crearon los primeros elementos químicos durante la nucleosíntesis hasta la SUD, el universo está compuesto principalmente por un plasma de iones de hidrógeno, electrones y fotones. Se asume que este

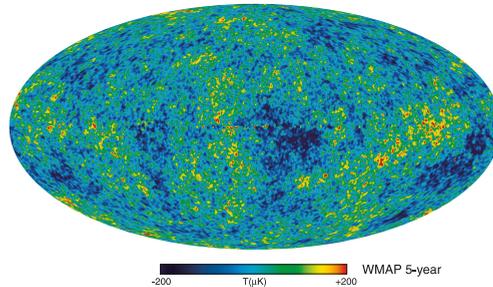
plasma tiene pequeñas fluctuaciones que a la postre servirán como semillas de la formación de estructura que vemos hoy en día. A su vez, estas fluctuaciones tienen un patrón oscilatorio, por lo que se pueden ver como oscilaciones acústicas, en escalas angulares pequeñas ( $\theta \leq 1$ ), los cuales deben haber dejado una impresión anisotrópica en la RCF (ver una discusión más detallada en la sección 3.5). Las oscilaciones amplificarían, en última instancia, una cresta o valle en la longitud de onda de la RCF y esto puede ser determinado analizando cuidadosamente la radiación que viene a nosotros de la SUD. La meta científica principal de BOOMERANG y de MAXIMA fue la de medir los picos acústicos del espectro angular a pequeños ángulos de la RCF. Uno de los principales resultados de ambos experimentos, publicados en el año 2000 [11, 12], fue la localización del primer pico acústico. La figura 1 es un diagrama del espectro de potencias medido por BOOMERANG y MAXIMA-1. Una de las implicaciones teóricas de esta medida es que el universo es esencialmente plano, no curvo. La discusión teórica de este aspecto será considerada en la siguiente sección donde se verá que estos resultados son compatibles con otras mediciones y con cierto modelo teórico.



**Figura 1.** Gráfica del espectro de potencias de la RCF medido por BOOMERANG (negro) y MAXIMA-1 (rojo). El pico acústico principal se puede observar en  $l \approx 200$ . Figura tomada de [13].

## WMAP

El Satélite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, en inglés) fue lanzado el 30 de junio del 2001 para medir las anisotropías de RCF con una precisión mayor que los experimentos anteriores, y ha estado produciendo una distribución completa de temperaturas con una la resolución de 13 arco-minutos. Esta misión tiene un nivel de ruido muy bajo por pixel, ya que fue calibrada muy finamente, y además proporcionó observaciones de frecuencias múltiples. Los datos de WMAP tienen 45 veces la sensibilidad y 33 veces la resolución angular de la misión COBE. WMAP ha dado tres entregas de datos correspondientes al primer, tercer y quinto año de mediciones (ver [14]). La Figura 2 muestra el mapa del cielo de temperatura producido por WMAP en su quinto año de mediciones. Las fluctuaciones de la temperatura, es decir, la diferencia de la temperatura en la cual las anisotropías fueron descubiertas, son del orden de  $10^{-5}$  K.

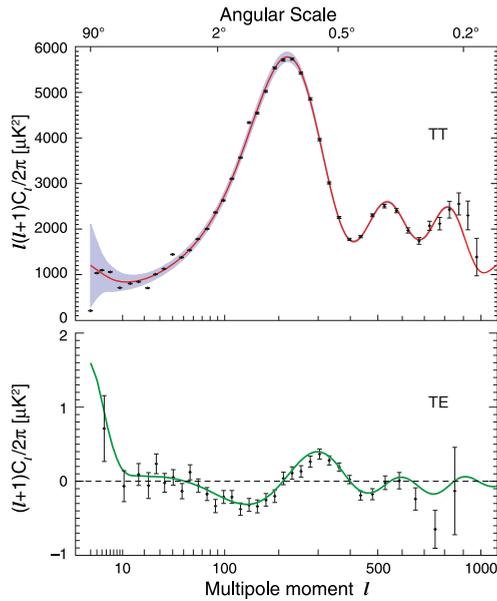


**Figura 2.** Mapa de cielo de las anisotropías en la temperatura de la RCF producido por WMAP y corresponde a 5 años de datos. Los colores azules corresponden a temperaturas más bajas y los rojos a temperaturas más altas, tomado de [15].

La figura 3 es un gráfico del espectro de potencias medido por WMAP, cuya resolución angular es mucho mayor que las medidas por BOOMERANG o MAXIMA. En esta figura 1 únicamente se puede distinguir claramente el primer pico de Doppler, mientras que en la Figura 3 los picos secundarios son evidentes. Este es un ejemplo de como la cosmología observacional ha incrementado su precisión, lo que a su vez implica la depuración de modelos teóricos, como se verá más adelante.

## 2.2. La constante de Hubble

Hacia finales de los años 20 del siglo pasado el astrónomo Edwin Hubble descubrió que varios objetos se alejaban de la Tierra. Estos objetos que Hubble pensó como las galaxias, cumplían con el principio de que cuanto más lejanos estaban, más rápido parecían alejarse



**Figura 3.** Se muestran los espectros de potencia de la temperatura (TT) y de la polarización (TE) de la RCF después de 5 años de datos de WMAP. Estos datos muestran con mayor claridad el tercer pico (TT) y datos para  $l$ -grandes en el espectro TE, tomado de [15].

de nosotros. Este principio se puede explicar mediante el efecto de Doppler, el cual establece que cuando un objeto móvil emite la luz y cuanto más rápido se aleja de nosotros, más grande es su longitud de onda. Esto genera un corrimiento hacia frecuencias más pequeñas cuando se mide donde estamos. Este efecto en el cambio de la frecuencia se le llama *corrimiento hacia el rojo*, que se denota con la letra  $z$ , y se puede expresar como

$$1 + z \equiv \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{a}{a_0},$$

donde  $\lambda$  y  $\lambda_0$  son las longitudes de onda emitida y medida hoy en día, respectivamente, y  $a$  es el factor de expansión o *factor de escala* del universo.

Hubble graficó la velocidad de las galaxias contra su distancia. La pendiente de este gráfico da la razón de expansión del universo, conocido hoy día como *constante de Hubble*, es un parámetro cosmológico fundamental; dado que en términos del factor de escala es  $H = \dot{a}/a$ , donde el punto indica derivada con respecto al tiempo. Se debe mencionar que Hubble confundió algunos de los objetos que él creyó inicialmente ser galaxias con otros objetos astronómicos. Además, el método que él usó para calibrar distancias no era muy exacto, puesto que él confundió dos clases de cefeidas variables. Sin embargo, el hecho de que estos objetos se alejaban de la Tierra podría significar solamente dos cosas: o

estamos en una cierta clase de posición privilegiada en nuestro universo en el cual vemos la expansión, o bien cada galaxia se aleja de la otra en el universo. La segunda explicación fue la correcta: uno no espera que estemos en un marco de referencia privilegiado en la Tierra.

Para la época, la comunidad científica creía que el universo era estático. Es decir, solamente los objetos astronómicos locales –como las estrellas– debían moverse, pero los objetos distantes debían estar estáticos en el cielo. Años atrás, cuando Einstein descubrió que sus ecuaciones cosmológicas predecían que el universo se expande (ver la sección 3.2), entonces introdujo una constante cosmológica ( $\Lambda$ ) en sus ecuaciones para forzar las soluciones del modelo a ser estáticas. Como a la luz del descubrimiento de Hubble, a finales de los años 20 del siglo pasado, el universo no podía ser estático, entonces Einstein admitió que la constante cosmológica era el error más grande de su vida.

Comúnmente la constante de Hubble,  $H$ , se expresa en términos de la cantidad adimensional  $h$ , siendo  $H = h 100 \text{ km/s/Mpc}$ . Actualmente la constante de Hubble se mide usando varios métodos, pero el que ha causado más expectativa es el empleado en las supernovas tipo Ia, que a continuación se describe.

### **2.3. *Supernovas Tipo Ia***

Una fuente de información para medir la constante de Hubble son las supernovas tipo *Ia*. Una supernova ocurre cuando una estrella se colapsa debido a su presión gravitacional, y después estalla debido a la acción de fuerzas nucleares. Esta explosión produce varias formas de radiación electromagnética que se pueden detectar a largas distancias. Un tipo de supernovas son las Ia, las cuales son pobres en hidrógeno y tienen un pico en sus curvas de luz. Además, normalmente no hay nebulosas planetarias a su alrededor. Se cree que el origen de este tipo supernovas está en los sistemas binarios de estrellas que consisten de una gigante roja y una enana blanca. La gigante roja es más grande, pero tiene menos masa que la enana blanca. La enana comienza a adquirir la masa de la gigante, y la presión gravitacional interna de la enana se balancea con la presión de la degeneración del electrón. Esta presión de degeneración del electrón es debida al principio de la exclusión de Pauli que prohíbe que dos electrones ocupen el mismo estado cuántico. Este equilibrio entre la presión gravitacional y la presión de degeneración del electrón continúa mientras que la masa de la enana blanca aumenta. Sin embargo, se alcanza un límite cuando la enana blanca adquiere una masa de 1,44 veces la masa de nuestro Sol.

Este límite se conoce como el límite de Chandrasekhar. A partir de este punto la presión gravitacional excede la presión de degeneración, y la fusión de los núcleos del carbón comienza dentro de la enana blanca. Esto produce una explosión repentina de energía que destruye eventualmente la enana blanca. Ya que sabemos exactamente en qué punto se alcanza este límite, podemos saber la intensidad de la radiación electromagnética que se emite. Esto, aunado al hecho que normalmente no hay nebulosas planetarias alrededor de estos objetos, nos provee una manera única de medir distancias. De esta manera sabemos qué tan intensas son las supernovas tipo Ia, y todas parecen tener la misma intensidad. Así, cuanto más lejanas las supernovas son, menos intensa es la luz que recibimos de ellas.

Desde hace unos diez años se han estado analizando datos de estas supernovas para medir más exactamente la constante de Hubble. Esto lo han realizado principalmente los grupos, SCP [16] y HZT [17], mencionados en la sección 1, (ver [18] para mayores detalles). El resultado es una constante de Hubble muy superior a lo que se pensaba hace más de diez años para distancias cercanas ( $z < 0,1$ ),  $H_0 \approx 72$  (km/s)/megaparsec [18]. Además, la longitud de onda de la luz que llega de lugares más lejanos ( $z > 0,1$ ) llega más elongada, lo cual es consistente con un modelo de expansión acelerada del universo. De aquí proviene la evidencia experimental más sólida para la energía oscura, desde hace ya diez años. El esquema para obtener estas mediciones utiliza la luminosidad, que es la magnitud absoluta

$$M = -19,5 \pm 0,2 \quad (1)$$

y la magnitud aparente  $m$ , dada por la relación

$$m = M + 25 + 5(cz)Ln(cz) - 5LnH_0, \quad (2)$$

en donde  $H_0$  es el valor de la constante de Hubble hoy en día,  $z$  es el corrimiento hacia el rojo, que definimos antes,  $\lambda_o$  es la longitud de onda recibida y  $\lambda$  es la longitud de onda en el momento de emisión. Debido al efecto Doppler, la luz recibida es corrida al rojo por la acción de la supernova que se encuentra en expansión cósmica. Así,  $z \sim 0$  corresponde a los objetos próximos –o que han experimentado menos expansión–, mientras que  $z$ 's más grandes corresponden a objetos más lejanos, o que han experimentado más expansión. Ajustando la mejor curva de la figura 4 uno puede conseguir un valor para  $H_0$ . El valor típico aceptado en la actualidad es [18]:

$$H_0 = 72 \pm 8 \frac{\text{km}}{\text{s}} \frac{1}{\text{Mpc}}. \quad (3)$$

La constante de Hubble está relacionada con otros parámetros cosmológicos. Podemos definir  $\Omega_m \equiv \frac{8\pi G\rho}{3H^2}$  y  $\Omega_\Lambda \equiv \frac{8\pi G\Lambda}{3H^2c^2}$ . El parámetro  $\Omega$  se llama el *parámetro de densidad total*, que se compone de materia y de un término de constante cosmológica. Estos parámetros se pueden calcular. La expresión usada normalmente utilizada para magnitud aparente es

$$m = M + 25 - 5 \text{Ln}H_0 + 5 \text{Ln}(d_L(z; \Omega_\Lambda, \Omega_m)), \quad (4)$$

donde  $d_L \equiv L_s/(4\pi\mathcal{F})$  es la distancia lumínica, donde a su vez  $L_s$  es la luminosidad absoluta y  $\mathcal{F}$  es el flujo de energía a una distancia  $d_L$ . De nuevo ajustamos la curva a los valores obtenidos y después encontramos los valores apropiados para  $\Omega_m$  y  $\Omega_\Lambda$ . Los valores actuales de estos parámetros son

$$\Omega_m = 0,23 \quad \text{y} \quad \Omega_\Lambda = 0,72 \quad (5)$$

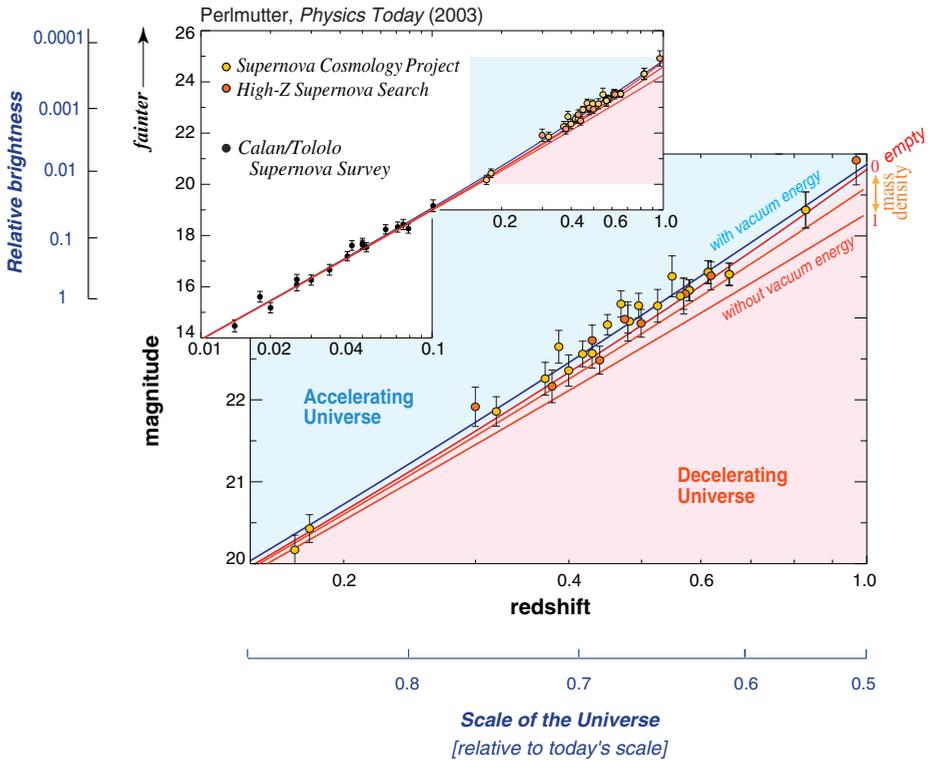
(ver Tabla 1). Esto implica que  $\Omega_k \equiv \frac{kc^2}{a^2H^2}$  es prácticamente cero, lo que implica que el universo es prácticamente plano.

Los grupos SCD y HZT también descubrieron que para valores grandes de  $z$ , las galaxias que albergan a las supernovas, se expanden mucho más rápido de lo que sería predicho por la ley de Hubble estándar (ver Figura 4). La conclusión es que hay un exceso en la aceleración de las galaxias, el cual podría ser provocado por la presencia de una constante cosmológica con valor de  $\Lambda = 10^{-120}M_{\text{pl}}^4$ , donde  $M_{\text{pl}} = 10^{19}\text{GeV}/c^2$  es la masa de Planck. Otra posibilidad es que halle una nueva esencia cósmica, llamada *quintaesencia*, típicamente consistente de campos escalares. Es decir, una nueva y quinta esencia presente en el cosmos, diferente a las cuatro ya antes conocidas: fotones, bariones, neutrinos, y materia oscura. Genéricamente al agente que produce esta expansión extra se llama *energía oscura*, ya que ni se ve ni se siente: sólo actúa gravitacionalmente a distancias cosmológicas. Quizás más correctamente se la debería llamar energía transparente, ya que actúa como un gran medio óptico que desvía la luz y según su energía asociada.

## 2.4. Catálogos de galaxias

El catálogo de corrimientos al rojo de galaxias 2dF es un proyecto que utilizó un telescopio de 4 metros con un campo visual de 2 grados. Este proyecto terminó en junio del 2003, durante este tiempo examinó 245.591 objetos, incluyendo los cuántares y las galaxias, y obtuvo la información de cada uno de estos objetos tales como los espectros, sus corrimientos y otras informaciones relevantes. Con el catálogo 2dF los científicos midieron de

## Type Ia Supernovae



**Figura 4.** Se muestran datos de  $m$  vs.  $z$  del grupo SCP. La pendiente de las curvas determina la constante de Hubble, donde se muestra la necesidad de una constante o función cosmológica, tomado de [19].

nuevo la constante de Hubble y también obtuvieron las funciones de la luminosidad para las galaxias con diversos tipos espectrales. El proyecto 2dF fue muy importante puesto que proporcionó mucha información sobre la distribución de la materia de nuestro universo. El equipo de los mismos científicos está actualmente trabajando en la continuación de este proyecto, este vez llamado catálogo 6dF ya que están utilizando un telescopio con ángulo del campo visual de seis grados en el cielo, el cual mide más de ocho veces el área que cubría el 2dF, correspondientes al hemisferio sur.

Con éste catálogo ha sido posible predecir diferentes aspectos la formación de estructura del universo. Por ejemplo, el estudio de la distribución espacial de objetos como función de los tipos de espectros o distorsiones en el espacio del corrimiento al rojo, del espectro de potencias como función de la longitud de onda del objeto cósmico (galaxias, cúmulos, etc.) y finalmente, la determinación con todo esto de los parámetros cosmológicos antes

mencionados. Los parámetros obtenidos de los datos finales del catálogo 2dF y las mediciones de la RCF arrojan los siguientes resultados [20]. El parámetro de densidad total es  $\Omega = 0,237 \pm 0,020$  y el de densidad bariónica  $\Omega_b = 0,041 \pm 0,002$ , con una constante de Hubble de  $H_0 = 74 \pm 2 \text{ km/s/Mpc}$ , un índice espectral escalar de  $n_s = 0,954 \pm 0,023$ , y la constante de la ecuación de estado igual a  $\omega = -0,85^{+0,18}_{-0,17}$ . Con más y más datos espectrales tendremos constricciones mayores a estos parámetros (ver más información en [21]).

Otro proyecto de esta clase es el catálogo SDSS (Sloan Digital Sky Survey, en inglés), un ambicioso proyecto que pretende medir más de un cuarto del cielo, y determinar las distancias y brillos de más de un millón de galaxias y cuasares. Diversos análisis detallados de los datos han sido publicados recientemente [22] en los que analizan tridimensionalmente más de 200 mil galaxias. Los datos arrojan los parámetros cosmológicos  $h\Omega_m = 0,213 \pm 0,023$ ,  $\Omega_b/\Omega_m = 0,17$  y el parámetro de Hubble  $h = 0,72$  (para mayor información ver [23]).

## 2.5. Simulaciones de $N$ -cuerpos

Quisiéramos mencionar de otro tipo de “experimentos” que también son importantes y consistentes con los parámetros mencionados arriba. Se trata de simulaciones cosmológicas numéricas de formación de estructura en el cosmos, en los cuales principalmente se usa principalmente el método de  $N$ -cuerpos. Estas simulaciones, conocidas como *de  $N$ -cuerpos*, resuelven cuerpo a cuerpo la gravitación newtoniana en un universo en expansión. Hay una larga historia de desarrollo de esta disciplina que va desde principios de los años 80s hasta la fecha. Desde entonces, las simulaciones arrojaban resultados inconsistentes con los mapas de galaxias de la época si no se consideraba una constante cosmológica y una componente grande de materia oscura. Más aún, otros resultados importantes aparecieron a mediados de los años 90 [24] donde se muestra la predicción del tipo de distribución esperada por estos experimentos, el ya famoso perfil NFW, que es válido para halos de materia oscura a diversas escalas astronómicas. Una simulación muy detallada de estos resultados se realizó hace pocos años [25] y se emplearon más de diez mil millones de partículas para simular una extensión de 2000 millones de años luz al cubo, abarcando alrededor de 20 millones de galaxias en formación. Estas simulaciones demostraron ser consistentes con los valores de los parámetros cosmológicos arriba mencionados.

Hemos presentado hasta ahora las observaciones cosmológicas principales y las evidencias de los “experimentos” numéricos. Ahora, procedemos a explicar la teoría dentro de la cual se entienden estas observaciones.

## 2.6. Resumen de mediciones

En esta sección transcribimos los resultados experimentales reportados en [15], donde se deducen de los datos de cinco años de mediciones de WMAP, en combinación con los datos más recientes de supernovas y de oscilaciones acústicas en la distribución de galaxias (BAO, Baryon Acoustic Oscillations, en inglés). Los principales datos se encuentran en la Tabla 1.

Descripción	Símbolo	Valor dado por WMAP+SN+BAO
Edad del universo	$t_0$	$13,73 \pm 0,12$ Giga años
Constante de Hubble	$H_0$	$70,1 \pm 1,3$ km/s/Mpc
Densidad de bariones	$\Omega_b$	$0,0462 \pm 0,0015$
Densidad de materia oscura	$\Omega_{mo}$	$0,233 \pm 0,013$
Densidad de energía oscura	$\Omega_\Lambda$	$0,721 \pm 0,015$
Índice espectral escalar	$n_s$	$0,960^{+0,014}_{-0,013}$
Corrimiento al rojo en la igualdad materia-radiación	$z_{eq}$	$3280^{+88}_{-89}$
Edad en SUD	$t_{SUD}$	$375\,938^{+3148}_{-3115}$ años
Corrimiento al rojo en SUD	$z_{SUD}$	$1091,00^{+0,72}_{-0,73}$
Densidad total	$\Omega$	$1,0052 \pm 0,0064$
Ecuación de estado	$\omega$	$-0,972^{+0,061}_{-0,060}$

**Tabla 1.** Resumen de los principales parámetros cosmológicos, asumiendo válida la RG. Datos tomados de [15].

### 3. *Cosmología teórica*

La comprensión de la cosmología puede ser hecha siempre y cuando se analicen las ecuaciones del modelo teórico subyacente. El modelo teórico le da sentido a los datos observacionales. Según lo mencionado anteriormente, la cosmología está pasando por una época muy emocionante. Los nuevos telescopios y satélites equipados con instrumentos sensibles de alta tecnología nos han dado una visión totalmente diferente de nuestro universo en la última década. Muchas teorías del universo, que se creían validas en el pasado, han tenido que ser desechadas a la luz de esta nueva información. No obstante, el trabajo de los teóricos por muchos años fue muy importante porque contribuyó, aun con la carencia de observaciones exactas, a la comprensión de escenarios y teorías cosmológicas, así como también al desarrollo de las matemáticas subyacentes.

El propósito de esta sección no es hacer una comprensión meticulosa de las ecuaciones y de la teoría, sino entender el significado físico de las ecuaciones. El estudio de la teoría de la relatividad general (RG) de Albert Einstein es esencial para entender la cosmología moderna. Incluso si uno todavía no ha tomado un curso en este campo, uno debe poder entender cualitativamente la naturaleza de algunas ecuaciones. Sin embargo, debe decirse, que entender cualitativamente la cosmología no es suficiente, puesto que en un cierto punto se debe profundizar en las ecuaciones. Solamente de esa manera se puede entender completamente este campo.

#### 3.1. *Elementos de relatividad general*

La teoría de relatividad general, RG, se utiliza extensamente en cosmología hoy en día. Las matemáticas detrás de la teoría son algo elaboradas y salen del alcance de este estudio. Sin embargo, haremos una discusión general sobre la teoría y sobre la física detrás de las matemáticas. La ecuación de campo de la RG es

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}(T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}), \quad (6)$$

donde  $c$  ( $\equiv 3 \times 10^{10}$  cm/s) es la velocidad de la luz y  $G$  ( $\equiv 6,67 \times 10^{-8}$  cm<sup>3</sup>/g s<sup>2</sup>) es la constante de gravitación universal de Newton. Esta ecuación tensorial representa diez ecuaciones diferenciales parciales acopladas, más las simplificaciones que vienen de la libertad de norma de la teoría. Esto parece complicado, ¡y lo es!; pero hay algunos casos simétricos importantes en los cuales se encuentra una solución relativamente fácil. Algo importante de la teoría es que la gravedad no está considerada como fuerza, sino como un efecto

de la curvatura del espacio-tiempo, este último en términos matemáticos de *variedad*. El espacio y el tiempo se consideran en esta ecuación como una entidad, mezclados el uno con el otro en el tensor métrico,  $g_{\mu\nu}$ . Así, el lado izquierdo de la ecuación representa la geometría del espacio-tiempo. Con el tensor métrico se construye el tensor de Ricci,  $R_{\mu\nu}$ , que su vez se construye contrayendo ( $\alpha = \beta$ ) el tensor de Riemann,  $R^\alpha_{\mu\beta\nu}$ , que es proporcional al cambio de los vectores cuando se transportan paralelamente en un circuito cerrado del espacio-tiempo, es decir, contiene toda la información de la curvatura del espacio-tiempo. Cabe mencionar que hay tres convenciones de signos que dan lugar a diversas representaciones de la ecuación (6). Así, que no se sorprenda si aparece el lado derecho de esta ecuación con signo menos. El lado derecho de la ecuación está determinado por el contenido energético del fluido o materia a considerar como sistema. El tensor  $T_{\mu\nu}$  se llama *tensor del energía-momento*, e involucra a la materia, la presión, y todos los tipos de energías asociadas al fluido. Así, la presión y la energía mismos pueden modificar la estructura del espacio-tiempo en la teoría de RG. Finalmente, el último término del lado derecho de la ecuación (6) es el término de constante cosmológica ( $\Lambda$ ), que fue introducido originalmente por Einstein para hacer estático su modelo del universo, de lo cual después se arrepintió al conocer los resultados Hubble sobre la expansión del universo. Sin embargo, sucede que otra solución posible con este término constante implica una expansión exponencial, acelerada, que será importante para la descripción moderna del universo muy temprano, y también de hoy en día.

### 3.2. Modelos de Friedmann-Robertson-Walker

El modelo cosmológico más simple hace uso del *principio cosmológico*, el cual indica que en escalas grandes el universo es homogéneo e isotrópico. Homogéneo en este contexto significa que en escala de cientos de megaparsecs, la masa y la energía están igualmente distribuidas. Isotrópico significa que no importa en qué dirección miramos, las características físicas del universo siguen siendo muy parecidas. Este principio era una hipótesis hace algunos años, pero ahora, a la luz de las observaciones a gran escala descritas en la sección 2, podemos utilizarlo con toda seguridad: ¡el modelo cosmológico más simple es el correcto! Para calcular las ecuaciones cosmológicas resultantes de la ecuación (6), debemos introducir una métrica o un elemento de línea. El principio cosmológico impone algunas restricciones a éste modelo. El modelo cosmológico apropiado es dado en

coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$  como

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (7)$$

donde  $a(t)$  es una escala cosmológica típica, llamada factor de escala, mencionado en la sección 2.2, que mide la evolución de cualquier escala física de longitud del universo.  $k$  es una constante, que se puede escalar para ser  $+1$ ,  $-1$  y  $0$ , respectivamente, que determina la geometría del universo. Si  $k = 0$  se considera que el universo es plano, si  $k = -1$  que es abierto o hiperbólico, y si  $k = +1$  que el universo es cerrado o parabólico. A su vez, para el tensor de energía-momento se asume un fluido perfecto, que en este contexto toma la forma

$$T_{\mu\nu} = \rho c^2 u_\mu u_\nu + p(u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}), \quad (8)$$

donde  $u_\mu = \delta_\mu^0$  es la cuádrivelocidad del fluido en coordenadas comóviles,  $\rho$  y  $p$  son la densidad y la presión del fluido, respectivamente. Si introducimos esto en la ecuación (6), obtenemos las ecuaciones de Friedmann–Robertson–Walker (FRW):

$$H^2 \equiv \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} (\rho c^2 + \Lambda) - \frac{kc^2}{a^2} \quad (9)$$

y

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2} (\rho c^2 + 3p - 2\Lambda), \quad (10)$$

donde  $H$  es el parámetro de Hubble mencionado atrás, el cual tiene dimensiones del tiempo inverso, y por lo tanto,  $H^{-1}$  sirve como medida de la edad del universo. Como explicamos en la sección 2.2, lo que esta constante nos dice es cómo es la expansión del universo, es decir, cuanto mayor es la distancia (el factor de escala), más rápido se alejan los objetos astronómicos de nosotros, según la ley de Hubble. Sin embargo, ver sección 2.3, la evidencia demuestra que si miramos atrás en el tiempo, este parámetro no es una constante. Esto a su vez nos indica que desde los tiempos recientes ( $z \sim 0,5$ ) hemos entrado en una era en cual la constante  $\Lambda$  domina la solución de las ecuaciones (9) y (10) (ver la sección 3.3).

Es importante notar que hay una tercera ecuación que se puede derivar de las ecuaciones (9) y (10):

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p/c^2) = 0. \quad (11)$$

Esta ecuación es la ley de la conservación del tensor de energía-momento y representa la continuidad de la materia y energía del fluido. Esta ecuación también se puede obtener tomando la derivada covariante del tensor de energía-momento igual a cero,  $T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$ .

El sistema de ecuaciones (9)–(10) consiste de tres ecuaciones diferenciales *ordinarias*, debido a que el principio cosmológico nos impone sólo dependencia temporal sobre los potenciales de la métrica, esencialmente, que el factor de escala sólo dependa del tiempo,  $a(t)$ . Las variables del sistema son tres:  $a(t)$ ,  $\rho(t)$  y  $p(t)$ , y sólo dos ecuaciones del sistema son linealmente independientes. Para resolver el sistema se necesita entonces especificar una relación entre  $p$  y  $\rho$ , es decir, una ecuación de estado. Típicamente, se asume un fluido barotrópico, caracterizado por la condición

$$p/c^2 = \omega\rho, \quad (12)$$

donde  $\omega$  es una constante adimensional que se determina mediante la microfísica o por experimentos, dependiendo de la información que tenemos del fluido. Si  $\omega$  es constante, podemos integrar la ecuación de continuidad

$$\rho = \frac{M_\omega}{a^{3(1+\omega)}}, \quad (13)$$

donde  $M_\omega$  es una constante de la integración que se relaciona con la masa-energía del fluido. En general, el valor de  $\omega$  depende del tipo de fluido que representa. En particular, para un fluido sin la presión, llamado en cosmología *polvo*, se tiene que  $\omega = 0$ , y por lo tanto  $\rho = \frac{M_0}{a^3}$ . Esto es lo que uno espera, que la densidad sea igual a la masa total ( $M_0$ ) dividida por el volumen total ( $\sim a^3$ ).

Al reemplazar en (9) la solución dada en (13) se obtienen las soluciones para el factor de escala. Las más sencillas de ellas son aquellas curvatura nula ( $k = 0$ ), a saber,

$$a(t) = [6\pi GM_\omega(1 + \omega)^2]^{1/3(1+\omega)} (t - t_o)^{2/3(1+\omega)}$$

$$= \begin{cases} (\frac{32}{3}\pi GM_{\frac{1}{3}})^{1/4} (t - t_o)^{1/2}, & \omega = \frac{1}{3} \text{ radiación,} \\ (6\pi GM_0)^{1/3} (t - t_o)^{2/3}, & \omega = 0 \text{ polvo,} \\ (24\pi GM_1)^{1/6} (t - t_o)^{1/3}, & \omega = 1 \text{ fluido rígido.} \end{cases} \quad (14)$$

De esta ecuación se ve de inmediato que  $a_0 = 0$  en  $t = t_0$ , y de (13) que  $\rho_0 = \infty$ . Por tanto, la solución presenta una singularidad en  $t = t_0$ . Normalmente se toma a  $t_0 = 0$  como el inicio de la gran explosión, hace 13 700 millones de años, aproximadamente. Más exactamente, lo que la singularidad nos muestra es la imposibilidad de una descripción física del modelo en  $t = 0$ . De hecho el modelo de FRW es adecuado a partir del tiempo de Planck  $t_{\text{pl}} = 10^{-43}$ s, escala determinada por la constante de Newton,  $t_{\text{pl}} = l_{\text{pl}}/c$  con  $l_{\text{pl}} = \sqrt{G\hbar/c^3} = 10^{-33}$ cm.

Nótese que utilizando las definiciones de los parámetros de la densidad definidos en la sección 2.3, la ecuación (9) se puede escribir de la forma

$$\Omega \equiv \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 + \Omega_k. \quad (15)$$

Así, los diversos valores para los parámetros de la densidad  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  impondrán diversos valores para el término de la curvatura. Por ejemplo, si  $\Omega > 1$ , resulta que  $k$ , o bien  $\Omega_k$ , es mayor de cero, lo que implica un universo con una curvatura positiva (universo cerrado). Si  $\Omega < 1$ , entonces  $\Omega_k < -1$ , lo cual corresponde a una curvatura negativa (universo abierto). Un valor crítico se obtiene obviamente cuando  $\Omega = 1$ , donde la curvatura espacial es nula,  $\Omega_k = 0$ . De hecho, el valor de la densidad de energía para la cual  $\Omega = (\rho c^2 + \Lambda)/\rho_c c^2 = 1$  se conoce como *densidad crítica*, donde  $\rho_c \equiv 3H^2/8\pi G$ .

La integración de la ecuación (15) proporciona la evolución del factor de escala. Según se explicó en la sección 2, las observaciones actuales favorecen los valores  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda) \approx (0,3,0,7)$ : el universo se parece ser casi plano,  $\Omega = 1$ , es decir,  $\Omega_k \sim 0$ . Entonces, el universo se expandirá por siempre. Además, desde épocas recientes,  $z \sim \mathcal{O}(1)$ , la expansión es acelerada. Pareciera que estamos viviendo en una época peculiar hoy en día, dado que los parámetros  $\Omega_m \sim \Omega_\Lambda$ , cuando en general son funciones del tiempo y han tenido valores muy distintos en el pasado, pero hoy coinciden [26]. Esta coincidencia, que hace que el presente sea acelerado, puede ser una curiosidad, sin embargo, sería deseable entenderla más a profundidad desde el contexto de una teoría cosmológica completa.

La ecuación (10) se puede escribir, en términos del parámetro de desaceleración  $q \equiv -\ddot{a}a/\dot{a}^2$  como

$$q = \frac{1}{2}(1 + 3\omega)\Omega_m - \Omega_\Lambda, \quad (16)$$

de donde se observa que una constante cosmológica positiva actúa como un agente de aceleración ( $q < 0$ ).

### 3.3. La constante cosmológica

Como mencionamos en la sección 2.2, Einstein en su trabajo original quería que su modelo del universo fuera estático, pero de sus ecuaciones se obtenía un universo en expansión y esto contradecía lo que los astrónomos de ese tiempo creían, que el universo era estático, un universo que estuvo por siempre y estaría por siempre estático. Einstein buscó entonces soluciones en las cuales las derivadas del factor de escala fuesen nulas. Pero no es posible de obtener, según lo muestra la ecuación (10) con  $p = 0$  y  $\Lambda = 0$ . Es por esto que Einstein

inventó el término de constante cosmológica  $\Lambda$ . Esta constante no afecta la invariancia ante difeomorfismos (transformación de coordenadas) de su teoría, ecuación (6), que es algo fundamental a mantener. Las ecuaciones (9) y (10) con  $\Lambda \neq 0$  nos indican que la constante cosmológica hace que la densidad efectiva aumente y la presión disminuya, es decir, la presión aumenta pero con signo negativo, y esto a su vez permite una solución con  $\ddot{a} = \dot{a} = 0$ , donde la constante  $a$  es el tamaño del universo de curvatura cerrada.

Hemos visto ya cómo el descubrimiento Hubble de los años 20 mostró que las galaxias se alejaban de la Tierra, y esto a su vez implicaba que la derivada del factor de escala no era nula. Este hecho forzó a Einstein más tarde a declarar que la inclusión de la constante cosmológica era la equivocación más grande de su vida.

El tema de la constante cosmológica fue abandonada por muchos años. Sólo hasta hace poco tiempo ha ganado importancia otra vez. Tomando como base el modelo matemático anterior y las observaciones cada vez más precisas mostradas en la sección 2, todo parece indicar la presencia de una constante cosmológica que domina la dinámica del cosmos desde hace pocos giga-años ( $z \sim \mathcal{O}(1)$ ). Esto nos lleva a concluir que el universo parece estar acelerándose, más que frenándose. Esto se puede entender cualitativamente de la siguiente manera. Pensemos en un ejemplo que nos ayude a entender a manera de analogía. Si estamos en la superficie de la Tierra y lanzamos una pelota en la dirección vertical, la velocidad de la pelota va disminuyendo paulatinamente antes de alcanzar su altura máxima. Después se vendrá abajo para caer sobre la Tierra. Si imaginamos esto en una escala cosmológica grande sería natural pensar que el universo se expandirá pero desaceleradamente, hasta que alcance un cierto valor crítico y después tendería a colapsar. Esto sucedería si el universo fuese cerrado, con  $k = +1$ , pero esto es exactamente lo que no está sucediendo. De observaciones mencionadas sabemos que el universo se está expandiendo, y de manera acelerada. Algo debe estar empujando al universo hacia su expansión. Pero la materia tendría el efecto opuesto (veáse la ecuación (10)). Así pues, debe ser algo “nuevo”. Una posibilidad es que sea la presencia del vacío cuántico de algún campo fundamental, lo que proporcione la fuente de energía positiva y presión negativa. Precisamente éste es el efecto de la constante cosmológica. Genéricamente se lo llama a este agente energía oscura, como mencionamos antes.

Por consiguiente, para explicar lo que estamos observando en el universo estamos forzados, al igual que Einstein lo estuvo, introducir de nuevo la constante cosmológica. Lo irónico es que con las mismas ecuaciones cosmológicas introduzcamos una constante, pero esta vez con un valor diferente, para obtener el efecto contrario a lo estático, que es una

expansión acelerada. La física detrás de la constante cosmológica es hoy confusa puesto que las teorías de la gran unificación predicen un valor típico de la energía del vacío del orden de  $\Lambda_{\text{teo}} = \text{Mpl}^4$ , pero el valor ajustado de las observaciones es  $\Lambda_{\text{obs}} = 10^{-120} \text{Mpl}^4$ : ¡un valor muchísimo más pequeño! No hay manera teórica, de origen fundamental, para explicar el valor favorecido por las observaciones. Éste es el *problema de la constante cosmológica*.

Ahora pensemos que estamos en un espacio vacío, sin materia y ninguna densidad de la energía, y también supongamos que el universo es plano. Bajo estas suposiciones la solución a las ecuaciones (9) y (10) se conoce como la solución de de Sitter:

$$a = a_0 e^{Ht}, \quad (17)$$

donde  $H$  resulta ser constante. Esta solución exponencial se cree que pudo haber ocurrido en las épocas muy tempranas de nuestro universo cuando no había tanta masa y ni presión positiva, así que  $\Lambda$  dominó la dinámica del universo temprano. Este período se llama *inflación*, y lo consideraremos abajo. También, esta solución, pero ahora aplicada a la era actual, parece ser uno de los candidatos fuertes para explicar la dinámica observacional explicada en la sección 2. Si en la época actual es válida, tenemos que  $p = -\rho = -\Lambda_{\text{obs}}$ , es decir que  $\omega = -1$ , lo cual es compatible con las observaciones mostradas en la tabla 1.

### 3.4. Inflación

El modelo de la gran explosión es acertado al explicar el escenario general del principio del universo. Sin embargo tiene algunos problemas que no se podrían entender sin la inclusión de la física de partículas y campos a temperaturas muy altas. El esquema teórico apropiado fue desarrollado en los años 70 y aplicado a la cosmología desde principios de los años ochenta 80 (del siglo pasado). De esta manera, un nuevo escenario fue propuesto: *inflación*, que amplía la física más allá de la gran explosión, basado en el modelo estándar de partículas elementales, a distancias mucho más pequeñas y energías muy altas, basados en teorías de gran unificación. Ha habido una evolución en los modelos inflacionarios, después de más de dos décadas de modelos, pero las características importantes se plantearon desde los primeros años.

Recordemos la motivación principal para inventar la inflación. Uno de los problemas del modelo de la gran explosión se conoce como el *problema del horizonte*. Sabemos que la velocidad de la luz es la velocidad máxima permisible en el universo. Todos los acontecimientos en el universo están “conectados” si están dentro de este límite de velocidad.

Por ejemplo, no podemos ver qué está sucediendo *ahora* en la galaxia de Andrómeda. Mi evento, considerar qué está sucediendo alrededor de mí, y el acontecimiento de la galaxia de Andrómeda están causalmente desconectados actualmente, solamente estarán conectados cuando la luz que viaja desde Andrómeda llegue a mí, y la mía llegue allá. Podemos representar esta idea mejor con la ayuda de los conos de luz, en el cual se grafican los eventos como puntos en un diagrama del espacio tiempo. Los eventos dentro del cono están causalmente conectados, los de afuera no, cuando fijamos un tiempo en particular. Ahora bien, el problema del horizonte se puede plantear como sigue: cuando miramos el cielo vemos que la RCF tiene un perfil de temperaturas característica de cuerpo negro de alrededor de  $2,7 K$ . Todas las regiones del cielo parecen tener esta temperatura con una diferencia pequeña de solamente de  $10^{-5} K$ . Esto sugiere que el universo entero que estamos viendo hoy debió estar en equilibrio térmico en algún momento del pasado, y puesto que observamos la luz de la SUD, entonces la isotropía debió haber estado presente en la época de la SUD. Pero la teoría muestra que los espacios causalmente conectados, que evolucionan como  $d_H \sim H^{-1} \sim t$ , disminuyen en el pasado en relación al factor de expansión del universo que va como  $a \sim t^n$ , con  $n < 1$ , ver ecuación (14). De esta manera, la causalidad presente implica no-causalidad en el pasado, entonces en la SUD muchos conos de luz no estuvieron causalmente conectados. El número de regiones causalmente desconectas es cien mil,  $(d_H/L)^3 = t_{SUD}/t_0 \sim 10^{-5}$ . Entonces, en este contexto, no hubo manera de que el equilibrio térmico se pudo haber alcanzado en la SUD; sin embargo, hoy observamos luz que sí estuvo en equilibrio en esa época. De hecho vimos antes que este equilibrio fue muy bueno ya que la RCF tiene un perfil exacto de cuerpo negro. A esta contradicción de las mediciones con la teoría se conoce como el *problema del horizonte*.

El escenario inflacionario, que primero fue propuesto por A. Starobinsky [27] y por A. Guth [28], resolvió el problema del horizonte, pero algunos otros problemas aparecieron (para ver un repaso de los diez problemas fundamentales ver [29]). Este escenario propone que la energía de los campos de la unificación cuánticos, que es del orden de energías de la escala de Planck ( $\sim 10^{19} \text{ GeV}$ ) o un poco menores, estaba presente durante un período muy breve en la época más temprana de nuestro universo, cuando el universo nacía en tiempos de la escala de Planck,  $t_{pl} \sim 10^{-43} \text{ s}$ . Esta energía del vacío desempeña el papel de una constante cosmológica en las ecuaciones de FRW. Como vimos en la ecuación (17), el universo se expande muy rápidamente: el factor de escala cambia exponencialmente. Con esta solución, sucede que la región de la cual uno recibe la información –a través de luz–, llamado *horizonte de eventos*, llega a ser constante e igual a  $H^{-1}$ . Entonces, veamos

cómo es la evolución de las regiones causalmente conectadas para permitir entender cómo eventos causales hoy habían estado conectados en el pasado. La forma de los conos de luz cambia de tal manera que  $d_H = H^{-1}(e^{Ht} - 1)$ , con  $H$  constante, mientras que una escala típica evoluciona como  $L \sim e^{Ht}$ , de tal manera que  $\frac{d_H}{L} = \frac{H^{-1}(e^{Ht}-1)}{L_* e^{Ht}} \gtrsim 1 - e^{-Ht}$  y para escalas iniciales  $L_* \lesssim H^{-1}$ , los eventos estaban inicialmente conectados. Después de algunos *e-folds* el horizonte causal es tan grande como cualquier escala de longitud que fuese más pequeña que el horizonte. Por lo tanto, si el pedazo original, que constituía nuestro universo inicial, estaba causalmente conectado, y en equilibrio<sup>1</sup>, y después de la inflación, esta región de causalidad es exponencialmente más grande. Entonces, todo nuestro universo actual observado (universo aparente) puede provenir del pedazo original. Por lo tanto, en algún tiempo posterior, por ejemplo, en la SUD el universo puede tener todas las regiones mencionadas,  $10^5$  –¡y más que eso!–, causalmente conectadas, por lo tanto se soluciona el problema del horizonte. De hecho, si la etapa de la inflación es suficientemente larga, pudieran existir hoy en día regiones que siguen siendo tan distantes de uno que no están en contacto, aunque vienen originalmente del mismo pedazo original causal; estarán en contacto de nuevo cuando la luz alcance estos puntos distantes.

Tomando en cuenta la inflación, una escala original de longitud  $L_*$  evoluciona según la fórmula, dada por la expansión del factor de escala, en diferentes épocas (sin tomar en cuenta la aceleración actual):

$$L = L_* e^N \left( \frac{t_{\text{eq}}}{t_f} \right)^{1/2} \left( \frac{t}{t_{\text{eq}}} \right)^{2/3}. \quad (18)$$

El primer término se debe a la etapa inflacionaria, el segundo a la etapa dominada por la radiación y la tercera a la etapa dominada por la materia. De esta manera podemos averiguar cuál es el número mínimo  $N$ , el número de *e-folds* de inflación, necesario para que las escalas físicas crezcan a un valor razonable hoy en día. La solución está dada por:

$$N = \frac{1}{\log e} \left( \log \frac{L_n}{L_*} - \frac{1}{2} \log \frac{t_{\text{eq}}}{t_f} - \frac{2}{3} \log \frac{t_n}{t_{\text{eq}}} \right). \quad (19)$$

En principio uno puede substituir el valor  $t_f \approx NH_*^{-1}$  en la ecuación (19) e intentar resolverla para  $N$ , pero no hay una solución analítica. Es un hecho práctico que  $t_f \approx 10^2 H_*^{-1}$  y esto genera una buena aproximación. Las condiciones físicas del comienzo

---

<sup>1</sup>Uno puede imaginar que en etapa inicial del universo el pedazo original poseía algunas inhomogeneidades y anisotropías, y una distribución de partículas o campos de una manera caótica. En un cierto momento posterior, después de la escala de Planck,  $10^3 t_{\text{pl}}$ , uno espera que las anisotropías en la métrica y las inhomogeneidades se amortigüen, y debido a procesos estadísticos, que el universo se termalice en alguna escala local ( $< d_H$ ), la cual ahora estamos llamando *pedazo original* [28].

del modelo típico inflacionario son:  $L_* = H_*^{-1} \approx 10^{-1} M_{\text{pl}}/T_*$ .  $T_*$  es la temperatura que caracteriza a alguna transición de fase y es del orden de  $T_* = 10^{14}$  GeV. Entonces,  $H_*^{-1} = 10^{-24}$  cm,  $t_* = 10^{-35}$  s,  $\frac{t_{\text{eq}}}{t_f} = \frac{10^{12}\text{s}}{10^{-33}\text{s}} = 10^{45}$ ,  $\frac{t_0}{t_{\text{eq}}} = \frac{10^{17}\text{s}}{10^{12}\text{s}} = 10^5$ , y  $\frac{L_0}{L_*} = \frac{10^{28}\text{cm}}{10^{-24}\text{cm}} = 10^{52}$  para dar como solución  $N = 60,2$ . Éste es el número de veces mínimo necesario que debe el universo inflarse para obtener una expansión correcta, con condiciones de energía en la escala de las teorías de gran unificación.

Hay otro problema que el modelo de la gran explosión encuentra; se conoce como el problema de la *planitud*. Esencialmente implica que tenemos que ajustar exactamente las condiciones iniciales de la densidad crítica para explicar la curvatura del espacio que estamos viendo hoy. Resulta que la solución con  $\Omega = 1$  no es estable, así que uno tiene que ajustar muy cuidadosamente las condiciones iniciales, e.g. en los tiempos de Planck a  $\Omega = 1 \pm 10^{-59}$ . Si no, el universo no sería como el que parece ser hoy con  $\Omega = 1 \pm 10^{-1}$ , ver tabla 1. La inflación también resuelve este problema, porque con un gran aumento del factor de escala no se necesita ajustar fino las condiciones iniciales en la densidad. Incluso si el universo no estaba muy cerca de ser plano al inicio, después de la inflación se verá localmente plano. La inflación hace el factor de escala crezca  $e^{60} \sim 10^{26}$  veces su tamaño inicial: fue un período de la expansión enorme. En la comparación, si el universo tuviera el tamaño de un átomo, después de la inflación tuviera el tamaño de una galaxia entera. Así, una predicción robusta de inflación es que  $\Omega_0 \approx 1$ , lo cual es favorecido por las mediciones de los últimos años, como lo muestran los datos de la tabla 1.

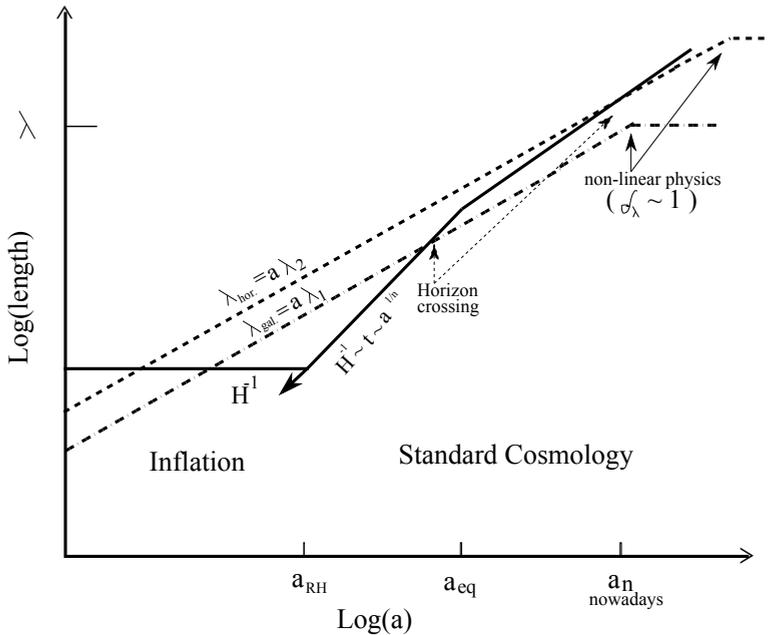
Si inflación no hubiera ocurrido, entonces el universo se habría colapsado en sí mismo en mucho menos que un segundo. Así, la inflación parece ser inevitable. Se cree que la inflación pudo haber ocurrido entre  $10^{-43}$  y  $10^{-34}$  segundos después de la gran explosión, aunque también hay escenarios de inflación en la escala electrodébil (ver por ejemplo [30]). También se cree que antes de la inflación coexistían fuerzas de unificación con la gravedad. La energía del vacío prohibía a la fuerza superunificadora la separación en las fuerzas fuertes, débiles y electromagnéticas. Este estado inestable, al enfriarse, condujo eventualmente transiciones de fase entre diversos estados de los campos. La transición, a partir de un estado a otro, hizo la densidad de la energía constante por un cierto tiempo, por lo menos  $\Delta t \sim 60H^{-1}$ , durante el cual la inflación ocurrió.

Es interesante que las observaciones cosmológicas antedichas parecen implicar una expansión acelerada actual, es decir, una época de la inflación moderna. La inflación sucedió entonces en los primeros tiempos, muy al principio del universo, y está sucediendo hoy, en la etapa dominada por la energía oscura.

Finalmente queremos mencionar que la energía de vacío responsable de la inflación está asociada con algún campo escalar, el cual experimenta fluctuaciones cuánticas alrededor de cierto valor cuántico. La teoría de fluctuaciones cuánticas en un espacio de de Sitter fue desarrollada por Bunch y Davis [31] y fue aplicada por varios autores [8, 9, 10] al universo inflacionario. Podemos pensar que estas fluctuaciones se traducen en fluctuaciones del contenido energético del sistema, incluyendo a la curvatura del espacio. De esta manera, se generan fluctuaciones escalares (materia) y tensoriales (ondas gravitacionales) primordiales durante la inflación. Si  $\lambda$  es una escala típica al principio del universo tal que  $\lambda < H^{-1}$  entonces su evolución futura se puede ilustrar como lo muestra la figura 5. Las fluctuaciones iniciales están causalmente conectadas dentro del horizonte de eventos,  $H^{-1}$ , y se expanden exponencialmente durante la inflación, para después expandirse con  $a \sim t^n$  con  $n < 1$ . Las fluctuaciones salen del horizonte de eventos y mucho tiempo después vuelven a entrar generando las anisotropías que quedaron marcadas en la SUD, las cuales observamos hoy en día con el satélite WMAP. Cabe mencionar que el espectro de perturbaciones típicamente predicho por los modelos de inflación es tipo Harrison-Zeldóvich con índice espectral,  $n_s \sim 1$ , lo cual coincide con las mediciones de los últimos años, como se corrobora en los datos de la tabla 1.

### 3.5. *Oscilaciones acústicas*

Como se dijo atrás, el universo después de la época de la nucleosíntesis consistía de un plasma de fotones y de bariones esencialmente. En un cierto punto las anisotropías provenientes de la inflación se hicieron presentes. Si no estuvieran ahí, sería muy difícil explicar la estructura del universo presente: tenemos las estrellas, las galaxias, los cúmulos y otros objetos astronómicos que forman anisotropías en la materia y la energía. La inflación entonces precide que en cierto momento fluctuaciones de materia y curvatura entran al horizonte de eventos. Estas fluctuaciones de materia y energía crearon los potenciales gravitacionales que hacían que el plasma empezará a oscilar. De la física elemental sabemos que un volumen más pequeño significa una mayor presión en el plasma. Así, la presión se aumentaba en este proceso. Pero la presión tiene exactamente el efecto opuesto al del potencial gravitacional. Empuja la materia hacia fuera, mas que atraerla. Así, después de cierto punto el plasma comienza a expandirse, entonces la presión disminuye y el potencial gravitacional vuelve a ser importante, otra vez atrayendo la materia más y más. Este proceso de la expansión y contracción continuó y produjo oscilaciones en el plasma caliente. Aproximadamente 380 000 años después de la gran explosión, la temperatura



**Figura 5.** Las fluctuaciones cuánticas eran inicialmente más pequeñas que el tamaño del horizonte de eventos. Durante la inflación éstas crecen exponencialmente ( $\lambda_{\text{phys.}} = \lambda a(t)$ ), mientras que el horizonte de eventos ( $H^{-1}$ ) permanece constante. Eventualmente las fluctuaciones cruzan  $H^{-1}$  y evolucionan como perturbaciones clásicas. Tiempo después ellas re-entran al horizonte para producir un espectro de densidad tipo Harrison-Zel'dovich (con índice espectral,  $n_s = 1$ ). De esta forma inflación puede explicar el valor de  $n_s \sim 1$  medido que se muestra en la tabla 1. En la figura se muestran las escalas de fluctuaciones correspondientes a dos escalas físicas: del tamaño de una galaxia y del tamaño del horizonte actual. Figura adaptada de ref. [32].

del plasma fue lo suficientemente fría para permitir la formación de átomos neutros, es decir, el universo alcanzó una temperatura muy inferior a la temperatura de ionización del átomo del hidrógeno. De esta manera, los electrones y los iones de hidrógeno se combinaron para producir el hidrógeno neutro, en un proceso llamado *recombinación*, y éste formó la SUD, que fue explicada en la sección 2.1. Antes de la recombinación, los iones y los electrones de hidrógeno estaban libres y móviles, y era muy probable que los fotones perdieran su energía al colisionar con los electrones libres. Los fotones cedían su energía via efecto Compton. La trayectoria libre media del fotón era muy corta. Después de la recombinación los fotones pudieron viajar más lejos sin perder su energía en colisiones con los electrones. Su trayectoria libre media era entonces muy grande. De hecho, era tan grande como el tamaño nuestro universo visible. De esta manera, las oscilaciones del plasma que se imprimieron en los fotones de la RCF evolucionaron casi sin ninguna distorsión en el universo que se expandía. Esta es la razón por la cual los satélites

(COBE, WMAP) y los globos (BOOMERANG, MAXIMA), mencionados en la sección 2, pudieron observar las diferencias minúsculas de la temperatura en la RCF a través del cielo.

Las oscilaciones del plasma que fueron impresas en la RCF se pueden pensar en como ondas. Como sabemos que cualquier onda se puede descomponer en una suma de modos de onda con diferente número de onda  $k = 2\pi/\lambda$ . Sin embargo estas longitudes de onda están en el cielo, y por lo tanto se miden como ángulos más que como distancias. Por consiguiente, en vez de descomponer la onda en una serie de Fourier, que se hace normalmente, se debe descomponer la onda en términos de armónicos esféricos. Estos pueden ser expandidos en polinomios de Legendre;  $l$  jugará el mismo papel de  $k$ , así  $l \approx 1/\theta$ . En última instancia, estamos interesados en las fluctuaciones de la temperatura que se analizan experimentalmente en pares de las direcciones  $n$  y  $n'$ . Entonces se hace un promedio de estas fluctuaciones que se obtienen de multipolos de expansión [33]:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum \frac{(2l+1)}{4\pi} C_l P_l(\cos\theta). \quad (20)$$

$P_l$  son los polinomios de Legendre. Hay varios modos en esta expansión. El modo más grande en longitud de onda corresponde al pico principal en la figura 3 en  $l = 200$ . Esto se llama el modo fundamental o el primer pico. En la figura también se observan algunos modos secundarios, claramente el segundo y tercer pico.

Toda esta información se puede utilizar para determinar los parámetros cosmológicos  $\Omega_m$  y  $\Omega_\Lambda$ . No discutiremos los cálculos detallados para realizar los ajustes. Observamos solamente que para el modo fundamental uno puede obtener la relación:

$$l = \frac{200}{\sqrt{\Omega}}. \quad (21)$$

BOOMERANG encontró un valor de  $l = 197 \pm 6$  y MAXIMA-1 encontró también un valor de  $l \sim 200$ . Esto implica que el parámetro cosmológico de la densidad es  $\Omega \approx 1$ , verificando de nuevo que el universo sea prácticamente plano. Estos resultados fueron confirmados por los datos de WMAP en sus diferentes entregas de datos.

### 3.6. Quintasencia

El universo está compuesto por materia ordinaria (bariones), fotones, neutrinos, materia oscura, y según las evidencias observacionales por una esencia (o campo) nueva, diferente a las cuatro anteriores. Se denota genéricamente como quintaesencia al algún campo

escalar cuya dinámica esté generando desde un pasado cercano ( $z \sim \mathcal{O}(1)$ ) una expansión acelerada en el universo, ver artículo original [34]. Hay una variedad amplia de modelos de quintaesencia, con nombres de lo más exótico. Podemos pensar a la quintaesencia como un modelo de inflación moderno, que sucede en épocas actuales.

Las ecuaciones básicas son las mismas de FRW antes estudiadas, pero ahora los términos de materia están dados por campos, genéricamente indicados con la letra  $Q$ :

$$\rho_Q = \frac{1}{2}\dot{Q}^2 + V(Q), \quad p_Q = \frac{1}{2}\dot{Q}^2 - V(Q), \quad (22)$$

con  $\omega_Q = \rho_Q/p_Q$ , la cual típicamente toma valores cercanos a  $-1$  en las épocas recientes. Por otro lado, en el pasado remoto el campo  $Q$  no tenía influencia apreciable en la dinámica. Dadas las limitaciones de espacio, aquí simplemente referimos al excelente artículo de revisión sobre energía oscura y quintaesencia [35].

#### 4. Conclusiones

El panorama de la historia de nuestro universo está mucho más claro ahora. Hemos analizado algunas de las principales observaciones astronómicas actuales y aplicado sus resultados a algunos de los principales escenarios del universo. El modelo matemático descrito, junto con los escenarios físicos, forman parte del modelo estándar de cosmología moderno, que parte de la inflación, pasando por la nucleosíntesis, oscilaciones acústicas, formación de estructura y quintaesencia. Dada la extensión del presente trabajo nos limitamos a hacer explicaciones más o menos cualitativas de algunos de los puntos que consideramos interesantes en el mundo basto de la cosmología moderna y hemos intentado dar las referencias originales o de revisión de los diferentes temas tratados, así como también proporcionamos algunos sitios web de los experimentos involucrados.

#### Agradecimientos

Los autores Agradecen a los organizadores de la Segunda Reunión Colombo-Venezolana de Relatividad y Gravitación por la invitación al encuentro, producto del cual es el presente trabajo. Un agradecimiento especial a José David Sanabria Gómez.

#### Referencias

- [1] E.W. KOLB & M.S. TURNER, *The Early Universe: Reprints*, Addison-Wesley Pu. Co, Series: Frontiers in physics, 1988.

- [2] See various authors, in *The Early Universe and Observational Cosmology* LNP 646, Eds. N. Breton, J.L. Cervantes-Cota & M. Salgado, Springer-Verlag, 2004.
- [3] S. WEINBERG, *The first three minutes: A modern view of the origin of the Universe*. BasicBooks, Second Edition, 1993.
- [4] J.C. MATHER, D.J. FIXSEN, R.A. SHAFER, C. MOSIER & D.T. WILKINSON, *ApJ*, 512 (511), 1999.
- [5] M. TEGMARK. *Doppler peaks and all that: CMB anisotropías and what they can tell us* Proc. Enrico Fermi, Course CXXXII, Varenna. astro-ph/9511148, 1995
- [6] J.C. MATHER *et al.*, *ApJ*, 420 (439-444), 1994.
- [7] G.F. SMOOT *et al.*, *ApJ Lett.* 396 (L1), 1992.
- [8] S.W. HAWKING, *Phys. Lett. B*, 115 (295), 1982.
- [9] A.H. GUTH & S.Y. PI, *Phys. Rev. Lett.* 49 (1110), 1982.
- [10] J.M. BARDEEN, P.J. STEINHARDT & M.S. TURNER, *Phys. Rev. D*, 28 (679), 1983.
- [11] P.DE BERNARDIS *et al.*, *Nature*, 404 (995), 2000.
- [12] S. HANANY *et al.*, *ApJ*, 545 (L5), 2000.
- [13] MAXIMA-I. webpage: <http://cosmology.berkeley.edu/group/cmb/>
- [14] WMAP. website: <http://map.gsfc.nasa.gov/index.html>
- [15] G. HINSHAW *et al.*, 2008, arXiv:0803.0732v1 [astro-ph] 2008.
- [16] S. PERLMUTTER, *ApJ*, 517 (565), 1999.
- [17] A.G. RIESS *et al.*, *Astrophys. J.*, 116 (1009), 1998.
- [18] A.V. FILIPPENKO, "The Accelerating Universe and Dark Energy: Evidence from type Ia Supernovae", in *The Early Universe and Observational Cosmology*, LNP 646, Springer verlag, edited by N. Breton, J. L. Cervantes-Cota, M. Salgado. (191-221) 2004.
- [19] S. PERLMUTTER, *Physics Today*, April 2003.
- [20] J.A. PEACOCK *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 366 (189-207), 2006.
- [21] Catálogo 2dF: <http://msowww.anu.edu.au/2dFGRS/>  
Catálogo 6dF: <http://www.aao.gov.au/local/www/6df/>
- [22] M. TEGMARK *et al.*, *Astrophys. J.*, 606 (702-740), 2004.
- [23] Catálogo Sloan: <http://www.sdss.org/>
- [24] J.F. NAVARRO *et al.*, *ApJ*, 462 (563) 1996; 1997, *ApJ*, 490 (493) 1997
- [25] V. SPRINGEL *et al.*, *Nature*, 435 (629), 2005.

- [26] I. ZLATEV, L. WANG & P.J. STEINHARDT, *Phys. Rev. Lett.*, 82 (1999), 896.
- [27] A.A. STAROBINSKY, *Phys. Lett. B*, 91 (99), 1980.
- [28] A.H. GUTH, *Phys. Rev. D*, 23 (347), 1981.
- [29] J.L. CERVANTES-COTA, “An introduction to standard cosmology”, in *The Early Universe and Observational Cosmology*, LNP 646, Springer verlag, edited by N. Breton, J.L. Cervantes-Cota, M. Salgado. (7-51) 2004.
- [30] J.L. CERVANTES-COTA & H. DEHNEN, *Nucl. Phys. B*, 442 (391), 1995.
- [31] T.S. BUNCH & P.C.W. DAVIES, *Proc. Roy. Soc. London A*, 360 (117), 1978.
- [32] E.W. KOLB & M.S. TURNER, *The Early Universe*. Frontiers in Physics no. 69, Addison-Wesley, 1990.
- [33] S. DODELSON, *Modern cosmology*, Academic Press, 2003.
- [34] R.R. CALDWELL, R. DAVE & P.J. STEINHARDT, *Phys. Rev. Lett.*, 80 (1582), 1998.
- [35] E. COPELAND, M. SAMI & S. TSUJIKAWA, *Int. J. Mod. Phys. D*, 15 (1753-1936), 2006.

JORGE L. CERVANTES COTA & SANTIAGO DE LOPE AMIGO  
Depto. de Física,  
Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares,  
A.P. 18-1027, México D.F. 11801, México.  
*e-mail*: jorge@nuclear.inin.mx