

Oscilaciones acústicas y el espectro de potencias

L. CASTAÑEDA* & D. CÁCERES**

Resumen. En el paradigma actual de la cosmología, el modelo que goza de mayor aceptación, dadas las pruebas observacionales, es conocido como Λ CDM (Cosmic Microwave Background). Este modelo está dominado principalmente por dos constituyentes acerca de los cuales la física sabe muy poco: la energía oscura, con un 70 %, es la principal componente y la causante de la expansión acelerada del Universo, mientras que la materia oscura, con un 25 % aproximadamente, es la componente principal de las estructuras auto-gravitantes. En mucho menos proporción se tiene la componente bariónica, la principal constituyente de las estrellas y por ende de la parte luminosa de las galaxias. Otras especies con menor proporción son las constituyentes relativistas, entre las cuales se tienen los neutrinos y fotones. Después del periodo de expansión acelerada del universo, denominado periodo inflacionario, debido a las altas temperaturas el plasma primordial constituido de especies relativistas fue el componente dominante en el Universo. En ese plasma la materia bariónica se encuentra ionizada y se acopla a la radiación via dispersión de Compton. Tal plasma caliente desarrolla inestabilidades mediante la manifiestas en ondas de sonido y rarefacciones. Estas perturbaciones son soportadas hasta cuando el Universo en su expansión se ha enfriado lo suficiente para formar materia neutra. Después de esta recombinación, la radiación se desacopla formando el mar de fotones de CMB. Junto con perturbaciones métricas que aparecen por inflación en el potencial de la materia oscura, las oscilaciones del plasma quedaron impresas tanto en la temperatura de CMB como en el espectro de potencias de materia. Aquí se muestra cómo el *lensamiento débil* puede ser usado para estudiar estas oscilaciones.

Palabras y frases claves: cosmología, oscilaciones acústicas, espectro de potencias, lensamiento débil, ecuación de Boltzmann.

Key words: cosmology, acoustic oscillations, power-spectrum, weak lensing, Boltzmann equation.

PACS: 95.30.Sf, 95.36.+x, 98.62.Py.

* Rheinische Friedrich-Wilhelms, Universität Bonn-Alemania y Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. *e-mail:* leonardo@astro.uni-bonn.de

** Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
e-mail: dlcaceresu@bt.unal.edu.co

Abstract. In the current paradigm of cosmology, the Λ CDM model enjoys greater acceptance given the observational evidence. This model is dominated mainly by two components of which physics knows very little about them. The dark energy, with a 70% is the main component and caused the rapid universe expansion, while the dark matter, with a 25%, is the major component of the self-gravitating structures. In less proportion then exists the baryonic component which is the main constituent of stars and therefore part of the luminous galaxies. Other species in lower proportion are the relativistic neutrinos and photons. After the period of rapid expansion, called inflation, the high temperature relativistic plasma was the dominant component in the Universe. This baryonic plasma matter is ionized and is coupled to radiation dispersal via Compton. This hot plasma develops instabilities and trigger sound waves and rarefaction. These disruptions are supported until the universe in its expansion has cooled enough to form a neutral field. After these recombination, radiation was undocked forming the sea of photons of CMB. Along with disturbances metric placed on the potential for inflation of dark matter, plasma oscillations were printed both in the temperature of CMB as in the power spectrum of matter. Here it is shown how *Weak Lensing* can be used to study these oscillations.

Durante las pasadas décadas se ha discutido el origen de las estructuras en el Universo. Algunos importantes avances como la medición de las anisotropías en la temperatura de CMB han revelado importantes aspectos de los constituyentes del Universo. El satélite COBE midió las anisotropías con un resultado de $\frac{\Delta T}{T} \leq 10^{-5}$, lo cual, considerando adiabaticidad, conlleva a [1]¹

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{3} \left(\frac{\delta \rho}{\rho} \right)_b, \quad (1)$$

lo cual implica que las fluctuaciones en la materia bariónica son del mismo orden. De acuerdo con el modelo de formación de estructura, tales perturbaciones no son suficientes para generar las estructuras observadas hoy, Por tal motivo, una posible alternativa es que las fluctuaciones en otro constituyente sean mayores y así mediante inestabilidad gravitacional formen estructuras autogravitantes. Esta es una de las principales razones para postular la existencia de *materia oscura*. Dentro de los modelos que gozan de mayor aceptación para la generación de perturbaciones cosmológicas se encuentran los modelos inflacionarios. Una expansión acelerada del Universo imprimió perturbaciones distribuidas de forma gaussiana a partir de fluctuaciones cuánticas en el Universo temprano. Dichas perturbaciones se manifiestan en la métrica del Universo y se pueden escribir en la notación newtoniano de la forma

$$g_{00} = -(1 + 2\psi), \quad g_{ij} = -(1 + 2\phi)a^2\delta_{ij}, \quad g_{0i} = 0, \quad (2)$$

¹En general se describe la relación entre la presión y la densidad con una ecuación de estado $p_x = \omega_x \rho_x$.

donde ψ y ϕ son los potenciales perturbadores y $a(t)$ es el factor de escala cosmológico. El mecanismo que genera las oscilaciones acústicas es la competencia entre el campo gravitatorio, generado principalmente por la materia oscura, que es la única forma en que interactúan el plasma y esta última, y la presión de radiación. El primero tiende a comprimir el plasma barión-fotón, mientras que el segundo tiende a oponerse a ello.

Para tener una idea más intuitiva de lo que se quiere estudiar, se puede considerar lo que sucede en un punto particular en el espacio-tiempo donde se tiene una perturbación. Cuando los potenciales perturbativos cambian el estado del plasma se crea una sobrecompresión debida al exceso de fotones, la cual se debe equilibrar. La consecuencia es la aparición de una onda esférica de sonido en el plasma barión-fotón. La onda se propaga con la velocidad del sonido en el plasma, lo cual lleva a un incremento de la densidad de bariones. La onda de sonido es soportada hasta el tiempo del desacople, cuando el camino libre medio de los fotones se hace suficientemente grande (esto significa que la interacción Compton no es eficiente para mantener el estado del plasma) y la onda de sonido deja de propagarse. La consecuencia final es una sobredensidad esférica de material bariónico a unos 150Mpc del origen de la onda y con un tamaño de unos 30 Mpc. En estos sitios de mayor acumulación de material bariónico es más probable que se inicie el proceso de formación de galaxias. Mientras la onda en el plasma se propaga en fracciones de la velocidad de la luz, la materia oscura queda atrás del frente de onda. Una vez se da el desacople entre la radiación y la materia, las fluctuaciones en la temperatura quedan congeladas en el espectro de potencias de la misma y viajan casi sin perturbaciones. De aquí que la posición de los picos en el espectro de CMB se pueda usar como una regla patrón para medir los parámetros cosmológicos, el horizonte sónico deja así su huella en el CMB y su tamaño angular medido hoy nos proporciona una medida directa de la distancia diametral angular, la cual a su vez depende de los parámetros cosmológicos.

La onda en el plasma no para súbitamente en el momento del desacople, debido a entre otros factores que el desacople y la recombinación no se producen simultáneamente, ya que los efectos de difusión y decrecimiento hacen que el proceso se prolongue por un tiempo más (hasta $z \approx 500$).

Con el objeto de estudiar el plasma barión-fotón, se hace uso de la aproximación de fluido para el caso de los bariones, y los fotones se describen mediante la ecuación de Boltzmann, para lo cual se define su distribución $f(x, p)$. La ecuación para fotones en el

Universo perturbado toma la forma:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a} \frac{\partial f}{\partial x^i} - p \frac{\partial f}{\partial p} \left(H + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a} \frac{\partial \psi}{\partial x^i} \right) = C(f), \quad (3)$$

donde H es el parámetro de Hubble y $C(f)$ es el término de colisiones. Los términos que involucran los potenciales perturbadores dan cuenta de corrimientos hacia el rojo de los fotones (efecto *Sachs-Wolf*) y de la redistribución de fotones. Como resultado de la alta densidad a corrimientos al rojo elevados ($z \geq 1100$) el conjunto plasma-fotones se comporta como un plasma. Se acostumbra reescribir la ecuación de Boltzmann en términos del tiempo conforme, $\eta = \int dt/a(t)$, y definir el horizonte sónico como $r_s = \int c_s d\eta$, donde c_s es la velocidad del sonido en el plasma. Esta cantidad es fundamental en la descripción de las oscilaciones acústicas, como veremos adelante. Considerando la distribución para bosones perturbada, la ecuación de movimiento para la fluctuación en la temperatura $\theta = \delta T/T$ a partir de la ecuación de Boltzmann queda escrita como

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a} \frac{\partial \theta}{\partial x^i} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\hat{p}^i}{a} \frac{\partial \Psi}{\partial x^i} = n_e \sigma_T (\theta_0 - \theta + p \cdot \vec{v}_b). \quad (4)$$

Como se observa en esta ecuación, las interacciones fundamentales son la gravitacional y la de Compton, es decir, la dispersión de Compton dada entre los fotones y los bariones. Por lo tanto, no es de extrañar que la ecuación que gobierne las oscilaciones de las fluctuaciones de densidad bariónica y de densidad de fotones dependan, entre otros factores, de la sección eficaz de dispersión de Thomson, σ_T , y de la velocidad (*bulk*) v_b de los electrones, que suelen ser los dispersores de los fotones².

Para la componente bariónica se tiene el siguiente conjunto de ecuaciones de movimiento en el espacio de Fourier:

$$\dot{\delta}_b = -k(v_b - \theta_1) + \frac{3}{4}\dot{\delta}_\gamma, \quad (5)$$

$$\dot{v}_b = -Hv_b + k\Psi + \chi_e n_e \sigma_T a (\theta_1 - v_b)/R, \quad (6)$$

donde χ_e la fracción de ionización y $R = 3\rho_b/4\rho_\gamma$. Las ecuaciones para las perturbaciones gravitacionales y de curvatura son las ecuaciones de Poisson generalizadas

$$k^2 \Phi = 4\pi G a^2 \rho_T \left(\delta_T + 3\frac{\dot{a}}{a} + (1 + w_T) \frac{V_T}{k} \right), \quad (7)$$

$$k^2 (\Psi + \Phi) = -8\pi G a^2 p_T \Pi_T, \quad (8)$$

donde Π_T es el tensor de esfuerzos anisotrópico, importante cuando se consideran los neutrinos.

²La perturbación θ puede descomponerse en representación espectral como $\theta(\eta, \mu) = \sum_l (-i)^l \theta_l P_l(\mu)$.

Cuando se considera el límite de acople fuerte, donde la interacción de Compton es más fuerte que la interacción gravitacional, se obtiene la ecuación para la perturbación de la temperatura de los fotones,

$$\frac{d}{d\eta}(1+R)\dot{\theta}_0 + \frac{k^2}{3}\theta_0 = -\frac{k^2}{3}(1+R)\psi - \frac{d}{d\eta}(1+R)\dot{\phi}. \quad (9)$$

Aquí el punto indica derivada con respecto al tiempo conforme η , θ_0 es la fluctuación isotrópica de la temperatura de los fotones y es un promedio sobre todo el espacio de θ . Así, el segundo término del lado izquierdo de esta ecuación da cuenta de la presión de radiación, como se puede ver por el término k^2 , mientras que el lado derecho describe la interacción gravitacional. R es un factor que da cuenta del efecto inercial producido por la masa de los bariones. Si se considera que este R es constante y nulas las variaciones en los potenciales, la ecuación para la perturbación se convierte en

$$\ddot{\theta}_0 + k^2 c_s^2 \theta_0 = -\frac{1}{3}k^2 \psi, \quad (10)$$

donde la constante $c_s = \frac{1}{\sqrt{3(1+R)}}$ es la velocidad del sonido. La solución de esta ecuación es muy conocida: es la de un oscilador armónico forzado. Estas oscilaciones acústicas se manifiestan en escalas menores al horizonte en el desacople y en el espectro de fluctuaciones de CMB aparecen como excesos de potencia a ciertas escalas angulares. Esto ha sido probado y medido por satélites como WMAP. La posición y alturas de dichos picos son usados para prueba de los modelos cosmológicos. Por ejemplo, la posición del segundo pico es una medida de la cantidad bariónica del Universo.

De igual forma como existe una descripción para la oscilación de las fluctuaciones en la temperatura de los fotones, también se pueden escribir las ecuaciones de Boltzmann-Euler para la densidad de bariones como

$$\frac{d}{d\eta}(1+R)\dot{\delta}_b + \frac{k^3}{3}\delta_b = -k^2(1+R)\Psi - \frac{d}{d\eta}3(1+R)\dot{\Phi}, \quad (11)$$

la cual es de nuevo una ecuación para un oscilador forzado con frecuencia natural $c_s^{-2} = 3(1+R)$. Durante el periodo de acople fuerte, la amplitud de las perturbaciones en los bariones no puede crecer. De acuerdo con la ecuación de movimiento, la amplitud decae como $(1+R)^{-1/4}$.

Una de las preguntas inquietantes es saber si los procesos descritos anteriormente son observables. Mientras que todos los efectos gravitacionales de los potenciales perturbadores y las interacciones en el plasma barión-fotón cambian el espectro primordial fijado por

inflación³, y cuyo resultado se puede codificar en una función de transferencia $T(k)$ para cada especie, las ondas de sonido en el plasma barión-fotón conducen a una expansión de la materia bariónica en una capa esférica alrededor de una perturbación, como se había mencionado, alcanzando el tamaño del horizonte sónico en la época de recombinación dado por

$$r_s(z_*) = \frac{1}{100\Omega_m^{1/2}} \int_0^{a_*} \frac{c_s}{(a + a_{\text{equ}})^{1/2}} da, \quad (12)$$

donde a_* y a_{equ} son los valores del factor de escala en la recombinación y en la época de equilibrio materia-radiación, respectivamente. Con los valores actuales de los parámetros cosmológicos, según mediciones del satélite WMAP, $\Omega_b h^2 \approx 0,02$, la velocidad del sonido $c_s \approx 0,90c/\sqrt{3}$, y $z_* = 1100$, se llega a una escala del horizonte sónico $r_s = 109h^{-1}\text{Mpc}$. En el espacio de Fourier, es decir, en el espectro de potencias de la densidad perturbada, esto corresponde a añadir oscilaciones o rizos al espectro de potencias. Estas oscilaciones ocurren en la escala fijada por la propagación de la onda de sonido y traen como resultado un incremento a la misma escala de la función de correlación de galaxias. Por tal motivo, en los modernos catálogos de galaxias (2dFGRS, SDSS) se han medido las oscilaciones acústicas. Otra posibilidad de detección de las oscilaciones acústicas es usar el fenómeno de lente gravitacional.

A nivel cosmológico la desviación de los haces de luz depende de la densidad de contraste en cada época, lo cual quiere decir que las fluctuaciones en el potencial newtoniano se deben a las estructuras en el universo. En general, las desviaciones por una sola estructura son débiles e imposibles de detectar; sin embargo, cuando se considera estadísticamente la desviación, sobre las formas de las imágenes de las galaxias aparece una correlación debida al desvío coherente de los haces de geodésicas, lo que quiere decir que sus formas y orientaciones después de que la luz ha atravesado las estructuras se ven correlacionadas. Para cuantificar esta correlación se necesita estudiar el exceso de probabilidad sumado a la señal aleatoria de los procesos de formación de estructura; en otras palabras, se necesita calcular el exceso de probabilidad de la ocurrencia de dos estructuras en el Universo. A esto se le conoce como la función de correlación. Dados dos campos cualquiera δ_1 y δ_2 , la correlación se define como

$$\xi(r) = \langle \delta_1(x)\delta_2(x+r) \rangle, \quad (13)$$

donde $\langle \cdot \rangle$ significa el promedio estadístico sobre las realizaciones de los campos. Para el caso de las oscilaciones acústicas, una posibilidad es estudiar este exceso de probabilidad

³El espectro invariante de escala conocido como Harrison-Zeldóvich fija $P(k) \propto k^n$ con $n = 1$.

en la función de correlación de galaxias calculando un exceso de probabilidad en la señal del lensamiento. En otras palabras, uno de los observables que caracteriza la señal de lensamiento debida a la distribución a gran escala de las estructuras es la esquila tangencial, definida como

$$\langle \gamma_t(\theta) \rangle = 6 \pi^2 \left(\frac{H_0}{c} \right)^2 \Omega_m \int_0^{\chi_0} d\chi W_1(\chi) \frac{f(\chi)}{a(\chi)} \times \int dk k P_{g,dm}(k, \chi) J_2[kr(\chi\theta)], \quad (14)$$

donde W_1 y f son funciones de peso cosmológico que describen la muestra de estructuras que producen las correlaciones angulares y la población de galaxias usadas para estudiar dichas correlaciones. Lo más importante es que la señal depende del espectro de potencias $P_{g,dm}$ (transformada de Fourier de la función de correlación definida anteriormente) con escala angular dada por $\chi\theta$. Se presenta un exceso en la escala de las oscilaciones acústicas en la correlación en la función de correlación de galaxias comparada con la correlación en las demás escalas; esa función de correlación angular de galaxias se describe mediante una ley de potencias $\omega(\theta) \propto \theta^{1-\gamma}$, y con $\gamma \approx 1,8$ conduciría a una prueba de las oscilaciones a partir del lensamiento débil. Esto ha sido poco explorado en la literatura y es un campo promisorio, debido a la pureza de la señal de lensamiento gravitacional.

Referencias

- [1] P. HOYNG, *Relativistic Astrophysics and Cosmology*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Printed in the Netherlands, 2006.
- [2] SCOTT DODELSON, *Modern Cosmology*. Academic Press, 2003.

L. CASTAÑEDA
 Rheinische Friedrich-Wilhelms,
 Universität Bonn-Alemania y
 Observatorio Astronómico Nacional,
 Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
e-mail: leonardo@astro.uni-bonn.de

D. CÁCERES
 Observatorio Astronómico Nacional,
 Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
e-mail: dlcaceresu@bt.unal.edu.co