

No gaussianidad y correcciones de lazo en un modelo inflacionario de rodadura lenta con potencial escalar cuadrático de dos componentes. Parte II

HEINER R. S. COGOLLO*,
YEINZON RODRÍGUEZ** & CÉSAR A. VALENZUELA-TOLEDO*

Resumen. Se calcula el trispectro $T_\zeta(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3, \vec{k}_4)$ de la perturbación en la curvatura ζ , generado durante una época inflacionaria de rodadura lenta y considerando un potencial escalar cuadrático de dos componentes. En el cálculo se consideran contribuciones a nivel árbol y a un lazo, y se muestra que es posible obtener un valor observable para el nivel de no gaussianidad τ_{NL} si T_ζ es dominado por la contribución a un lazo. El trabajo se desarrolla teniendo en cuenta que existen algunas restricciones físicas que reducen la ventana de parámetros disponible. Estas condiciones son: la existencia de una constante de acoplamiento que garantiza la realización del cálculo en un régimen perturbativo, el peso relativo de las contribuciones a nivel árbol y a un lazo, la normalización del espectro, el índice espectral observado y el monto de inflación mínimo necesario para resolver el problema de horizonte.

Abstract. We calculate the trispectrum $T_\zeta(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3, \vec{k}_4)$ of the curvature perturbation ζ , generated during an inflationary slow-roll epoch and considering a two-component quadratic scalar potential. At calculating we consider tree-level and one-loop contributions, showing that it is possible to obtain an observable value for the non-gaussianity level τ_{NL} if T_ζ is dominated by the one-loop contribution. The work is developed taking into account that there exist some physical restrictions that reduce the

Palabras y frases claves: no gaussianidad, trispectro, correcciones de lazo.

Keywords: non-gaussianity, trispectrum, loop corrections.

PACS: 98.80.Cq.

* Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
e-mail: heiner.sarmiento@ciencias.uis.edu.co, cavalto@ciencias.uis.edu.co

** Centro de Investigaciones, Universidad Antonio Nariño, Cra 3 Este # 47A - 15, Bogotá, y
Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
e-mail: yeinzon.rodriguez@uan.edu.co

available parameter window. Such conditions are: the existence of a coupling constant that guarantees making the calculation in a perturbative regime, the relative weight of the tree-level and one-loop contributions, the spectrum normalisation, the observed spectral index, and the minimum amount of inflation required to solve the horizon problem.

1. Modelo de dos componentes

El modelo inflacionario de rodadura lenta considerado [1, 2, 3] está descrito por el potencial escalar cuadrático de dos componentes

$$V = V_0 \left(1 + \frac{1}{2} \eta_\phi \frac{\phi^2}{m_P^2} + \frac{1}{2} \eta_\sigma \frac{\sigma^2}{m_P^2} \right), \tag{1}$$

en donde el primer término en el paréntesis domina sobre los otros, η_ϕ y η_σ son los parámetros usuales de rodadura lenta asociados a los campos ϕ y σ , y m_P es la masa reducida de Planck. Dadas las condiciones de rodadura lenta es posible, a partir del anterior potencial, obtener la evolución temporal de los campos ϕ y σ en términos del monto de inflación N calculado desde el momento en que las escalas cosmológicas relevantes salen del horizonte (denotado este tiempo por el símbolo \star) de la forma

$$\phi(N) = \phi_\star \exp(-N\eta_\phi), \quad \sigma(N) = \sigma_\star \exp(-N\eta_\sigma). \tag{2}$$

El formalismo δN en [1] permite calcular el espectro \mathcal{P}_ζ y el triespectro T_ζ de la perturbación en la curvatura ζ , incluyendo contribuciones a nivel árbol y a un lazo. El cálculo riguroso, eligiendo como trayectoria inflacionaria $\sigma = 0$, proporciona las siguientes expresiones para las diferentes contribuciones [3]:

$$\mathcal{P}_\zeta^{arbol} = \frac{1}{\eta_\phi^2 \phi_\star^2} \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^2, \tag{3}$$

$$\mathcal{P}_\zeta^{un\ lazo} = \frac{\eta_\sigma^2}{\eta_\phi^4 \phi_\star^4} \exp[4N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)] \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^4 \ln(kL), \tag{4}$$

$$T_\zeta^{arbol} = \frac{1}{\eta_\phi^4 \phi_\star^6} \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^6 \left[\frac{2\pi^2}{k_2^3} \frac{2\pi^2}{k_4^3} \frac{2\pi^2}{|\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4|^3} + 11\ permut. \right], \tag{5}$$

$$T_\zeta^{un\ lazo} = \frac{\eta_\sigma^4}{\eta_\phi^8 \phi_\star^8} \exp[8N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)] \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^8 \ln(kL) \times \left[\frac{2\pi^2}{k_2^3} \frac{2\pi^2}{k_4^3} \frac{2\pi^2}{|\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4|^3} + 11\ permut. \right], \tag{6}$$

donde el corte infrarojo L es escogido de tal manera que las cantidades son calculadas en una caja mínima.

2. Consideraciones físicas

Un factor importante al considerar correcciones de orden superior es la aparición de términos exponenciales, los cuales están relacionados con la forma del potencial. Los factores exponenciales en las ecuaciones (4) y (6) abren la posibilidad de que las correcciones a un lazo dominen sobre las cantidades calculadas a nivel árbol (3) y (5). Sin embargo, dado que los cálculos se han realizado utilizando cuasidiagramas de Feynman [4], existe la probabilidad de que se trabaje incorrectamente en un régimen no perturbativo. Este problema se soluciona con la existencia de una “constante de acoplamiento” g , la cual permite trabajar en un régimen perturbativo si es mucho menor que uno como

$$g = \frac{\eta_\sigma^2}{\eta_\phi^2} \frac{1}{\phi_\star^2} \left(\frac{H_\star}{2\pi} \right)^2 \exp[2N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)] \ll 1, \quad (7)$$

o bien

$$\left(\frac{\phi_\star}{m_P} \right)^2 \gg \frac{r\mathcal{P}_\zeta}{8} \frac{\eta_\sigma^2}{\eta_\phi^2} \exp[2N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)], \quad (8)$$

siendo r la razón tensor a escalar.

La determinación de la constante de acoplamiento se realizó utilizando dos procedimientos distintos que arrojaron la misma expresión para dicha constante [2, 3]. El primer procedimiento fue por inspección, calculando diferentes cuasidiagramas a un número diferente de lazos, y así identificando cuál era el factor que aumentaba de orden al aumentar el orden del lazo [2]. El segundo procedimiento [3] involucra un método no perturbativo que toma ventaja en el hecho de que en una hipersuperficie de densidad de energía uniforme, con tiempo cósmico constante, el potencial en un punto del espacio en donde se presentan perturbaciones en los campos escalares debe ser igual al potencial en un punto en donde no se presenten tales perturbaciones. Esto es,

$$V_0 \left(1 + \frac{1}{2}\eta_\phi \frac{\phi^2}{m_P^2} + \frac{1}{2}\eta_\sigma \frac{\sigma^2}{m_P^2} \right) = V_0 \left[1 + \frac{1}{2}\eta_\phi \frac{(\phi_\star + \delta\phi_\star)^2}{m_P^2} e^{-2(N+\delta N)\eta_\phi} + \frac{1}{2}\eta_\sigma \frac{(\sigma_\star + \delta\sigma_\star)^2}{m_P^2} e^{-2(N+\delta N)\eta_\sigma} \right]. \quad (9)$$

Luego, considerando que $|2\delta N\eta_\phi| \ll 1$, se pueden realizar aproximaciones con total control de orden n sólo si un determinado factor g es mucho menor que uno. Este factor g resulta ser la constante de acoplamiento encontrada por inspección.

Cuando se consideran correcciones de orden superior se tiene que determinar cuál término en la expansión es el dominante. En el presente trabajo se consideran correcciones a nivel

árbol y a un lazo, tanto en el espectro como en el triespectro, debido a que las correcciones de orden mayor o igual a dos son suprimidas por potencias de g . Se considera en este trabajo sólo el caso en el que el espectro está dominado por la contribución a nivel árbol y el triespectro está dominado por la contribución a un lazo, ya que es el caso físicamente más interesante [3]. Comparando las ecuaciones (3) con (4) y (5) con (6), se requiere en este caso que

$$\frac{r\mathcal{P}_\zeta}{8} \frac{\eta_\sigma^2}{\eta_\phi^2} \exp[4N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)] \ll \left(\frac{\phi_\star}{m_P}\right)^2 \ll \frac{r\mathcal{P}_\zeta}{8} \frac{\eta_\sigma^4}{\eta_\phi^4} \exp[8N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)]. \quad (10)$$

Además de la anterior restricción, se considera que ζ es generada durante inflación. Por lo tanto se introduce una condición adicional: la normalización del espectro. De acuerdo con la ecuación (3), se obtiene

$$\mathcal{P}_\zeta^{arbol} = \frac{1}{\eta_\phi^2 \phi_\star^2} \left(\frac{H_\star}{2\pi}\right)^2 = \frac{1}{\eta_\phi^2} \left(\frac{m_P}{\phi_\star}\right)^2 \frac{r\mathcal{P}_\zeta}{8}, \quad (11)$$

la cual se reduce a

$$\left(\frac{\phi_\star}{m_P}\right)^2 = \frac{1}{\eta_\phi^2} \frac{r}{8}. \quad (12)$$

El valor del índice espectral n_ζ también debe ser considerado. En el caso en el que \mathcal{P}_ζ está dominado por la contribución a nivel árbol se encuentra, haciendo uso del formalismo δN , que $n_\zeta - 1 = -2\epsilon + 2\eta_\phi$. Teniendo en cuenta que para el modelo en estudio el parámetro $\epsilon \ll |\eta_\phi|$ [2, 3], se obtiene finalmente que $\eta_\phi = -0,021$ mediante comparación con el tercer año de resultados del satélite WMAP: $n_\zeta - 1 = -0,042 \pm 0,016$.

Finalmente, se debe considerar que el período inflacionario debe ser lo suficientemente largo para resolver el problema del horizonte. Es bien conocido que el número de pliegues de expansión desde el tiempo en que las escalas cosmológicas relevantes salen del horizonte hasta el final de inflación, debe ser de alrededor de 70, o menos. La evolución de rodadura lenta del campo ϕ en la ecuación (2) nos dice que el monto de inflación está dado por

$$N = \frac{1}{|\eta_\phi|} \ln\left(\frac{\phi_{fin}}{\phi_\star}\right) \lesssim 70. \quad (13)$$

Asumiendo que, por algún mecanismo aún desconocido pero diferente a la violación de las condiciones de rodadura lenta [2, 3], la inflación termina cuando $|\eta_\phi|\phi^2/2m_P^2 \sim 10^{-2}$ (para que el primer término del potencial en (1) siempre domine), se encuentra que

$$N = \frac{1}{|\eta_\phi|} \ln\left(\frac{0,141m_P}{|\eta_\phi|^{1/2}\phi_\star}\right) \lesssim 70, \quad (14)$$

ó

$$\frac{\phi_\star}{m_P} \gtrsim \frac{0,141}{|\eta_\phi|^{1/2}} \exp(-70|\eta_\phi|). \quad (15)$$

3. Cálculo del parámetro τ_{NL}

El trispectro T_ζ está parametrizado en términos del espectro \mathcal{P}_ζ y del nivel de no gaussianidad τ_{NL} a través de la expresión

$$\frac{1}{2}\tau_{NL} = \frac{T_\zeta^{un\ lazo}}{8\pi^6 \left[\frac{1}{k_2^3 k_4^3 |\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4|^3} + 11\ permut. \right] (\mathcal{P}_\zeta^{arbol})^3}. \quad (16)$$

Con base en (3), (6), (14), y (16), se calcula el nivel de no gaussianidad representado en el parámetro τ_{NL} como

$$\frac{1}{2}\tau_{NL} = \eta_\sigma^4 \exp[8N(|\eta_\sigma| - |\eta_\phi|)] \mathcal{P}_\zeta \ln(kL) \quad (17)$$

$$\approx 2,5 \times 10^{-9} \eta_\sigma^4 \exp[381 \ln(5,78 \times 10^{-2} r^{-1/2})(|\eta_\sigma| - 0,021)], \quad (18)$$

y se presentan los resultados en una gráfica de r vs $|\eta_\sigma|$ (ver Figura 1) teniendo en cuenta las restricciones físicas estudiadas en la sección 2. Nótese que implementando el valor del índice espectral a la normalización del espectro en (12) y a la restricción sobre el monto de inflación en (15) se concluye que la razón tensor a escalar posee una cota inferior: $r \gtrsim 1,77 \times 10^{-4}$.

Las observaciones del satélite WMAP proporcionan una cota superior para el valor de τ_{NL} de la forma $|\tau_{NL}| \lesssim 2 \times 10^4$, siendo uno de los principales retos de las próximas observaciones de las anisotropías en la radiación cósmica de fondo hacer más restrictivo dicho límite. Se estima que el satélite PLANCK llegará a $|\tau_{NL}| \lesssim 560$.

Como se observa en la Figura 1, el intervalo observacional permitido por las anisotropías en la línea espectral de 21 cm asociadas a la distribución de Hidrógeno neutro, para valores positivos para τ_{NL} en el rango $10 \lesssim \tau_{NL} \lesssim 2 \times 10^4$, está completamente dentro de la región permitida por las restricciones estudiadas en la sección 2. Por lo tanto, se concluye que *si T_ζ es dominado por las contribuciones a un lazo, pero \mathcal{P}_ζ es dominado por las contribuciones a nivel árbol, se genera un nivel de no gaussianidad observable incluso si ζ es generada durante inflación.* Se concluye también que *para que la no gaussianidad sea observable, las ondas gravitacionales primordiales deben ser indetectables.*

Agradecimientos: Este trabajo cuenta con el apoyo de COLCIENCIAS a través del proyecto de investigación No. 1102-333-18674 CT-174-2006, y de la DIF (UIS) a través del proyecto de investigación No. 5134, H.R.S.C. agradece a la Fundación Mazda para el Arte y la Ciencia por su beca de posgrado, y Y.R. agradece al programa ECOS-NORD, proyecto C06P02, por su apoyo en movilidad.

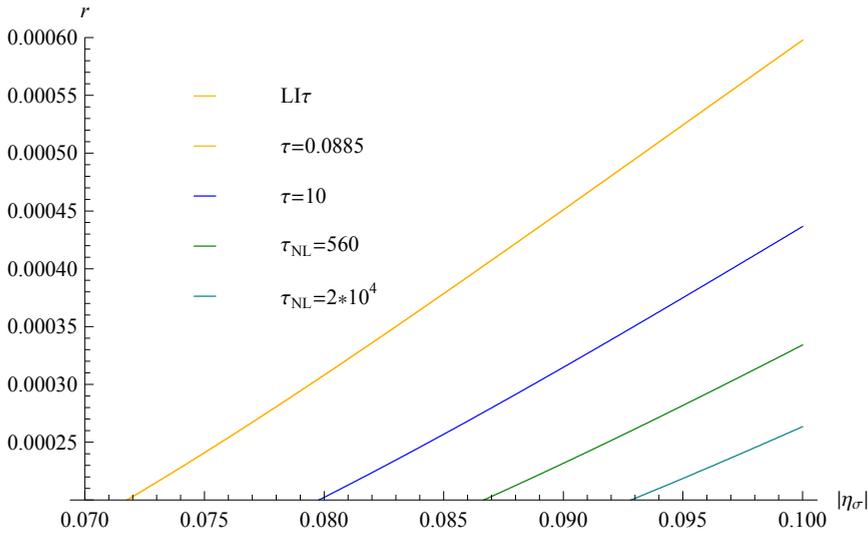


Figura 1. Líneas de τ_{NL} constante en la gráfica r vs $|\eta_\sigma|$. La región permitida por las restricciones físicas de la sección 2 está delimitada por las líneas $LI\tau$ y $LS\tau$, esta última no observable en la ventana de parámetros presentada. El rango observacional permitido por las anisotropías en la línea espectral de 21 cm asociadas a la distribución de hidrógeno neutro, para valores positivos de τ_{NL} en el rango $10 \lesssim \tau_{NL} \lesssim 2 \times 10^4$, está completamente adentro de esta región permitida. Nótese que la línea $LI\tau$ coincide casi exactamente con la línea $\tau_{NL} = 0,0885$.

Referencias

- [1] D.H. LYTH, Y. RODRÍGUEZ, “Inflationary Prediction for Primordial Non-Gaussianity”, *Physical Review Letters*, **95**, 121302 (2005).
- [2] H.R.S. COGOLLO, Y. RODRÍGUEZ, C.A. VALENZUELA-TOLEDO, “Non-Gaussianity and Loop Corrections in a Quadratic Two-Field Slow-Roll Model of Inflation. Part I”, To be submitted.
- [3] H.R.S. COGOLLO, Y. RODRÍGUEZ, C.A. VALENZUELA-TOLEDO, “Non-Gaussianity and Loop Corrections in a Quadratic Two-Field Slow-Roll Model of Inflation. Part II”, To be submitted.
- [4] C.T. BYRNES, K. KOYAMA, M. SASAKI, D. WANDS, “Diagrammatic Approach to Non-Gaussianity from Inflation”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **0711**, 027 (2007).

H. R. S. COGOLLO & C. A. VALENZUELA-TOLEDO
 Escuela de Física, UIS,
 Bucaramanga, Colombia
 e-mail: heiner.sarmiento@ciencias.uis.edu.co,
 cavalto@ciencias.uis.edu.co

YEINZON RODRÍGUEZ
 Centro de Investigaciones,
 Universidad Antonio Nariño,
 Cra 3 Este # 47A - 15, Bogotá, y
 Escuela de Física, UIS,
 Bucaramanga, Colombia
 e-mail: yeinzon.rodriguez@uan.edu.co