

# DETERMINACION EXPERIMENTAL ALTERNATIVA DE PARAMETROS USADOS PARA EL MODELAMIENTO DEL FLUJO DE SUSPENSIONES SOLIDO- FLUIDO

<sup>1</sup>E. CASTILLO, <sup>2</sup>R. DI FELICE

<sup>1</sup>Escuela de Ingeniería Química  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia

<sup>2</sup>Istituto di Ingegneria Chimica e di Processo "G.B. Bonino".  
Università degli Studi di Genova  
Genova (Italia)

## RESUMEN

Para el modelamiento matemático del flujo de suspensiones homogéneas sólido-fluido generalmente se ha aceptado como válida y suficiente una ecuación semi-empírica con dos parámetros, la velocidad de la suspensión y la fracción vacía del lecho. Esta ecuación es de vital importancia para la simulación y el control de operaciones de fluidización y sedimentación dinámicas, razón por la cual en este artículo se discute sobre la validez de las suposiciones realizadas en el cálculo de los citados parámetros y además se aporta una nueva evidencia experimental con el objeto de mejorar la precisión en general del modelo.

## INTRODUCCIÓN

En primer lugar, es conveniente realizar un somero recuento de la teoría generalmente aceptada hasta ahora sobre el comportamiento hidrodinámico de las suspensiones sólido-fluido. Aunque en los últimos años importantes procesos industriales como reacciones catalíticas heterogéneas y sistemas de purificación de aguas residuales han sido diseñados sobre esta base teórica, ha sido necesario realizar algunas correcciones y ajustes que se sospecha han sido provocados por la inexactitud del modelo matemático empleado. Como es bien conocido, los lechos fluidizados líquidos homogéneos se expanden en la medida en que la velocidad del fluido supera el valor de la velocidad mínima de fluidización. Dentro de la nomenclatura utilizada en la operación de

Determinación experimental alternativa de parámetros usados para el modelamiento del flujo de suspensiones sólido - fluido.

fluidización es común representar la expansión del lecho como una función de la fracción vacía  $\varepsilon$ , la cual se entiende como la fracción del volumen total del lecho que corresponde al fluido; es evidente entonces que  $\varepsilon$  es a su vez función de la velocidad superficial del fluido  $u$ . Esta conceptualización tiene la desventaja, particularmente a valores altos de expansión del lecho, de conducir a valores errados. Para efectos del modelamiento matemático, las variables utilizadas son las siguientes:

d	diámetro de la partícula, m.
D	diámetro de la columna, m.
k	$u_i/u_t$
n	parámetro numérico.
$Re_t$	Número de Reynolds de la suspensión, punto terminal. ( $D\rho u_t/\mu$ ).
u	Velocidad del fluido, m/s.
$u_i$	Velocidad del fluido extrapolada para $\varepsilon=1$ , m/s.
$u_t$	Velocidad terminal de sedimentación de partícula simple, m/s.
$\varepsilon$	Fracción vacía de la suspensión, adimensional.
$\mu$	Densidad del fluido, $kg/m^3$
$\rho$	Viscosidad del fluido, $kg/m/s$

Los análisis realizados con base en una gran cantidad de datos publicados en la literatura especializada indican que si se utilizan coordenadas logarítmicas, para la mayor parte de los casos existe una relación lineal entre  $\varepsilon$  y  $u$ ,

$$u = u_i \varepsilon^n \quad (1)$$

La ecuación (1) es conocida como la ecuación de Richardson-Zaki (Richardson et al, 1954), pero también se encuentran otras aproximaciones teóricas sobre el mismo problema en publicaciones anteriores al citado trabajo (Lewis, 1952). La simplicidad de la ecuación (1) es quizá su más fuerte característica, ya que condensa en solo dos parámetros ( $u_i$ ,  $n$ ) la influencia de la velocidad del fluido y las características físicas de las partículas sólidas. Algunos esfuerzos que se han realizado para reproducir la ecuación de Richardson-Zaki a partir de consideraciones básicas de la dinámica de fluidos, solo han obtenido hasta el momento éxitos parciales.

Richardson y Zaki fueron sin duda alguna los primeros en estudiar extensivamente la influencia de las características físicas del sistema representadas en los parámetros  $u_i$  y  $n$ , por medio de una investigación experimental que abarcó una gran variedad de suspensiones líquido-sólido comprendidas en el rango de fracción vacía  $\varepsilon$  mayor a 0,4 y menor a 0,9.

Como función del régimen de la dinámica del fluido (es decir, del número adimensional de Reynolds), sus resultados se pueden resumir en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores propuestos para  $n$  y  $u_i$  por Richardson y Zaki.

Régimen	N	$u_i$
$Re_t < 0.2$	$4.65+19.5d/D$	$u_t 10^{-d/D}$
$0.2 < Re_t < 1$	$(4.5+17.5d/D) Re_t^{0.03}$	$u_t 10^{-d/D}$
$1 < Re_t < 200$	$(4.45+18d/D) Re_t^{0.1}$	$u_t 10^{-d/D}$
$200 < Re_t < 500$	$4.45 Re_t^{0.1}$	$u_t 10^{-d/D}$
$Re_t > 500$	2.39	$u_t 10^{-d/D}$

Debe notarse que estos resultados fueron obtenidos para los regímenes de fluidización y sedimentación, con la única diferencia en que para sedimentación Richardson y Zaki encontraron que  $u_i = u_t$ .

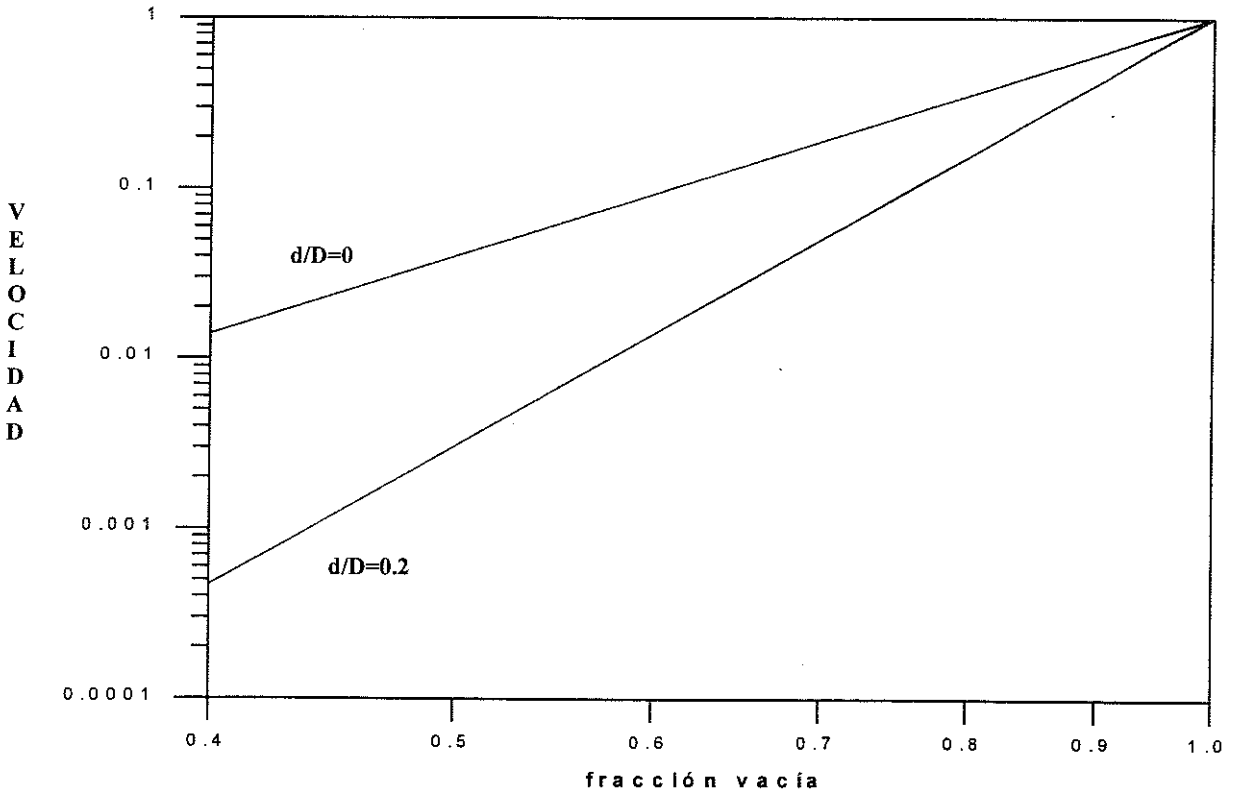
Desde su publicación (hace más de 40 años), el trabajo de Richardson y Zaki ha gozado de gran éxito; se puede decir que prácticamente todas las publicaciones realizadas a partir de la fecha de su aparición sobre el tema de suspensiones sólido-fluido, hacen referencia explícita a la ecuación sugerida por ellos. La simplicidad de la misma (solo se necesitan dos parámetros) es ciertamente la principal causa de su popularidad. Los valores numéricos propuestos para los dos parámetros  $u_i$  y  $n$  son generalmente aceptados, pero a través de la experiencia y de reciente evidencia experimental, se han encontrado algunas incongruencias que ameritan una mayor investigación.

Tomemos el caso del coeficiente  $n$ , que corresponde a la pendiente de la curva en el diagrama a escala logarítmica  $u$  .vs.  $\varepsilon$  (también conocido como expansión característica). El parámetro  $n$  es en realidad una función del número de Reynolds, pero es discutible que a su vez sea función de la relación de diámetros partícula-lecho. En otras palabras,

Determinación experimental alternativa de parámetros usados para el modelamiento del flujo de suspensiones sólido - fluido.

se discute si la pared del lecho ejerza alguna influencia sobre el parámetro  $n$ . En efecto, si se consideran dos suspensiones constituídas por sólidos idénticos que fluyen a bajos regímenes de Reynolds y solo hacemos variar la relación  $d/D$ , encontramos que el comportamiento observado es el representado en la Figura 1.

Esta figura revela una característica inesperada: Los efectos de pared son más importantes para aquellas soluciones con una concentración alta de sólidos que para las suspensiones diluídas, en contraste con lo que el sentido común pueda sugerir. Algunos trabajos posteriores (Chong, 1979) han confirmado este hallazgo intuitivo. La Figura 2 muestra los valores experimentales de  $n$  como una función de  $d/D$ ; si los dos valores experimentales encontrados por Richardson y Zaki se ignoran (en la figura se señalan por medio de una flecha), se puede concluir razonablemente que la pared no afecta fuertemente el valor del parámetro  $n$ .



**Figura 1. Comportamiento de los parámetros de la ecuación Richardson-Zaki tomando en cuenta los efectos de pared para régimen de flujo viscoso.**

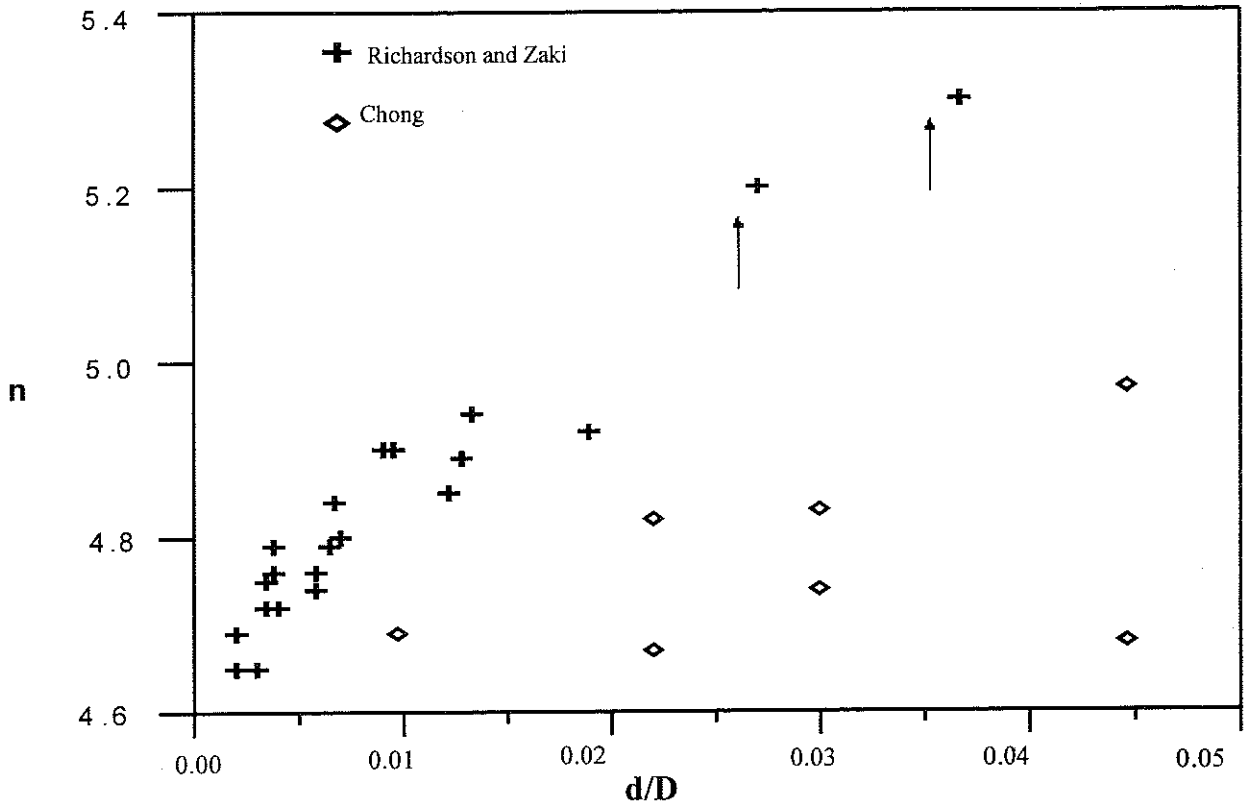


Figura 2. Valores reportados para el parámetro  $n$  como función del parámetro  $d/D$

Otra suposición realizada originalmente por Richardson y Zaki y sobre la cual se presentan ahora dudas, se refiere a la extrapolación de la velocidad del fluido hasta un valor de  $\varepsilon = 1$  (correspondiente a  $u_i$ ). Richardson y Zaki encontraron que  $u_i$  está relacionado con  $u_t$  por un factor constante, independientemente del número de Reynolds.

Sin embargo, se conoce bien ahora que el efecto de la pared sobre la velocidad terminal de una partícula simple está fuertemente relacionado al régimen de flujo, tomando valores de alrededor de 0,6 en el régimen de flujo viscoso y de 0,95 en el régimen de flujo inercial (si por ejemplo se considera  $d/D=0,2$ ). Además, se ha encontrado que el citado efecto es

cada vez menos importante a medida que la concentración de partículas en la solución se incrementa.

## **DESCRIPCION DEL TRABAJO EXPERIMENTAL**

El trabajo experimental que aquí se describe se ha llevado a cabo con el propósito de aportar nuevos elementos de juicio sobre los problemas anteriormente expuestos. Para el efecto se midieron las velocidades de sedimentación de partículas en proceso batch, utilizando suspensiones monodiales de esferas en fluidos newtonianos para un amplio rango de números de Reynolds.

Para este tipo de experimentos, los problemas típicos que se presentan tienen que ver con la aparición de una interfase suspensión-fluido claro difusa a concentraciones bajas de sólidos (que es debida a la difusión de la partícula en el fluido) lo que conduce a una incertidumbre de hasta el 10% en la determinación experimental o teórica de la velocidad terminal de sedimentación de una partícula simple. Para obviar parte de los problemas experimentales intrínsecos ya señalados, se recomienda el uso de esferas de diámetro constante bien definido ya que en esta forma se obtiene un medio efectivo para reducir la incertidumbre en la determinación de las velocidades de sedimentación; estas esferas se pueden encontrar en un gran rango de diámetros que van desde muy pequeños (del orden de 1  $\mu\text{m}$  o menos) hasta los muy grandes (de 1 mm o más).

Es importante anotar que por lo general, el material más frecuentemente utilizado en experimentos de fluidización y sedimentación a nivel de laboratorio tiene un diámetro medio de partícula entre 0,1-1 mm pero con el inconveniente que presenta además una distribución no uniforme y significativa de su tamaño a lo largo del proceso. En cambio, para el desarrollo experimental de este artículo se utilizaron partículas grandes cuyos diámetros fueron prácticamente iguales, lo que ofrece las siguientes ventajas: Una determinación menos ambigua de la velocidad terminal de sedimentación de la partícula y la posibilidad de seguir por inspección ocular la sedimentación de una partícula simple.

Se utilizaron tres tipos de sólidos: Esferas de acetato de 3 y 4 mm de diámetro con una densidad de  $1280 \text{ kg/m}^3$  y esferas de material plástico (tipo perdigón) de 5,9 mm de diámetro con una densidad de  $1050 \text{ kg/m}^3$ . Para todos las tres clases diferentes de sólidos, la máxima desviación en el diámetro de cada partícula referida al valor medio del grupo de esferas de cada tipo fue menor a 0,05 mm, es decir menos del 1%. Los fluidos utilizados fueron soluciones acuosas de glicerol, con contenidos de glicerol que variaban desde 0% hasta el 88% en peso, de tal forma que la densidad del fluido se encontraba en el intervalo que va desde 1000 a  $1231 \text{ kg/m}^3$ , mientras que la viscosidad del fluido fluctuó desde 0,001 a 0,205 kg/m/s. Las características señaladas del fluido están referidas a  $20^\circ\text{C}$ , la temperatura a la cual se llevaron a cabo los ensayos experimentales.

Los experimentos se llevaron a cabo usando dos métodos diferentes. El primero de ellos fue utilizado para sistemas de sedimentación lenta. Para el efecto, se utilizaron columnas cilíndricas con un diámetro de 24, 40, 74 y 107 mm y altura de 500 mm, las cuales se llenaron con una cantidad conocida de fluido y sólido. Posteriormente se realizó un proceso de mezcla del fluido, rotando la columna en forma axial y lateral. Después del mezclado, se procedió a medir la velocidad de sedimentación de la interface descendente sólido-fluido claro por medio de un cronómetro, utilizando distancias de referencia de 50 o 100 mm.

Para sistemas que presentan altas velocidades de sedimentación, el procedimiento experimental anteriormente descrito no es apropiado. Para estos casos, se obtuvo la suspensión homogénea partícula-fluido inicial haciendo circular el fluido y las partículas en un lecho fluidizado de líquido circulante. La sección de prueba tiene un diámetro interno de 140 mm y una altura de 1800 mm. Generalmente no se necesitó más de un minuto de circulación vigorosa de la suspensión para obtener una homogeneidad satisfactoria. Llegado este punto, se puso fuera de servicio la bomba impulsora y se cerró la válvula de mariposa del circuito. Posteriormente se midió la velocidad de sedimentación en un tramo de 600 mm de longitud.

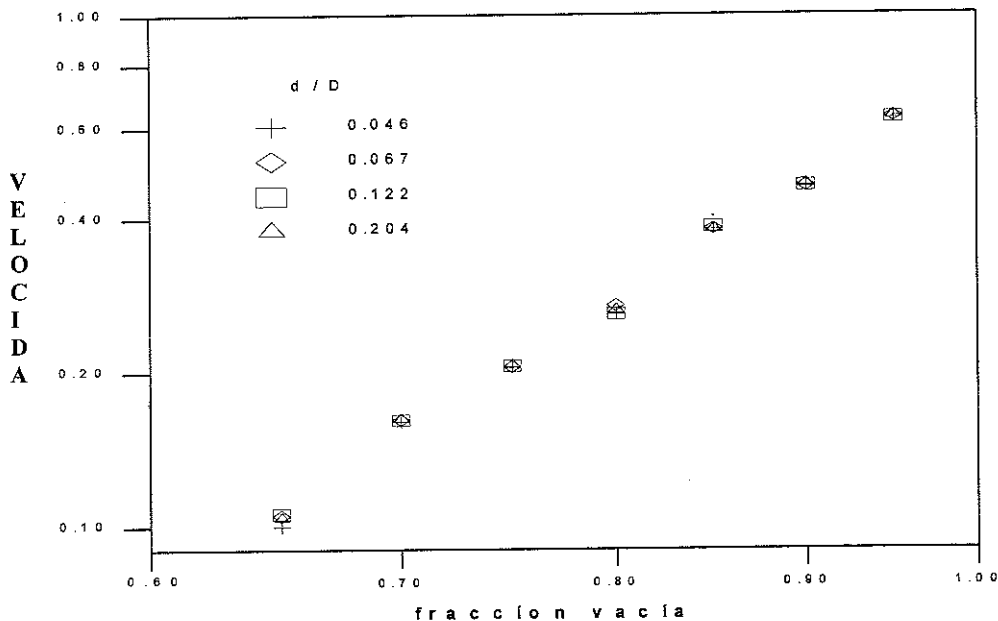
Determinación experimental alternativa de parámetros usados para el modelamiento del flujo de suspensiones sólido - fluido.

Para poder mantener la temperatura en el rango de  $20 \pm 0,1^\circ\text{C}$ , la primera (y más pequeña) columna se mantuvo inmersa dentro de un baño termostataado. Este procedimiento no pudo ser aplicado para la segunda columna, razón por la cual se diseñó un sistema alternativo de control de temperatura, basado en el monitoreo continuo de la temperatura del fluido. Cuando la temperatura sobrepasó el límite permisible máximo, se drenó una parte del fluido y se reemplazó con fluido fresco más frío hasta alcanzar el límite mínimo permisible.

Las velocidades de sedimentación libre fueron medidas experimentalmente dejando caer una partícula simple sobre el eje del mismo tubo en el cual se había llevado a cabo el experimento de sedimentación.

### RESULTADOS

En primer lugar se investigó experimentalmente el efecto del diámetro de la columna; La Figura 3 muestra la representación convencional de la relación velocidad-fracción vacía para sistemas donde solo se varió el factor  $d/D$ .



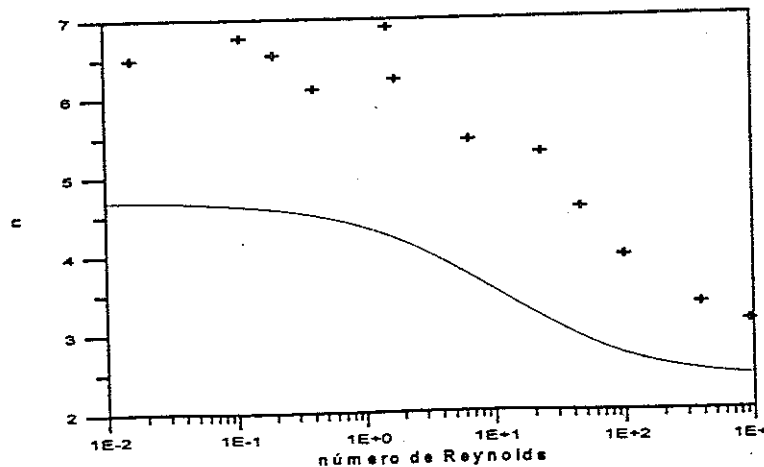
**Figura 3. Velocidades de sedimentación experimentales para sistemas concentrados.**



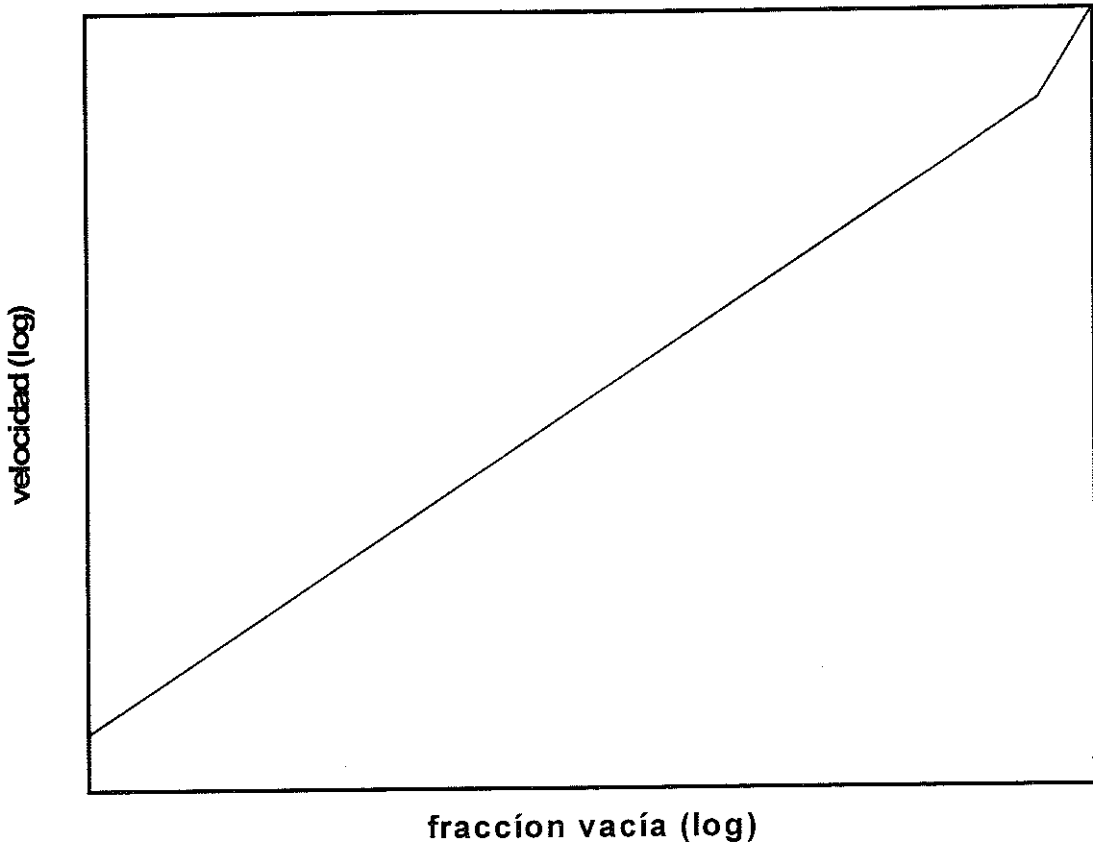
Como se esperaba, la pared de la columna no tiene efecto sobre la velocidad de sedimentación para soluciones concentradas (en el intervalo de experimentación utilizado). Los valores de  $n$  estuvieron en el rango de 4,6 - 4,75. El efecto del factor  $d/D$  sobre el parámetro  $n$  sugerido por Richardson y Zaki es por lo tanto poco confiable y su extrapolación a un alto valor de  $d/D$  es extremadamente peligrosa (por ejemplo su predicción de  $n$  para un valor  $d/D=0,2$  en el régimen de flujo viscoso es cerca de 8).

Con el objeto de investigar el límite de la velocidad de fluidización-sedimentación cuando la fracción vacía  $\epsilon$  se aproxima a 1, se llevaron a cabo una serie de experimentos utilizando soluciones diluídas ( $\epsilon$  mayor que 0,95). Para estos experimentos, fue posible correlacionar los datos aún mediante el uso de la ecuación (1). Se encontró además que el parámetro  $n$  fue definitivamente más grande que el reportado por Richardson y Zaki, tal como se puede observar en la Figura 4.

La relación existente entre la velocidad del fluido y la fracción vacía  $\epsilon$  que corresponde al rango completo de fracciones vacías de las suspensiones que se estudiaron se muestra esquemáticamente en la figura 5.



**Figura 4. Parámetro  $n$  para suspensiones diluidas comparado con el sugerido por Richardson-Zaki**

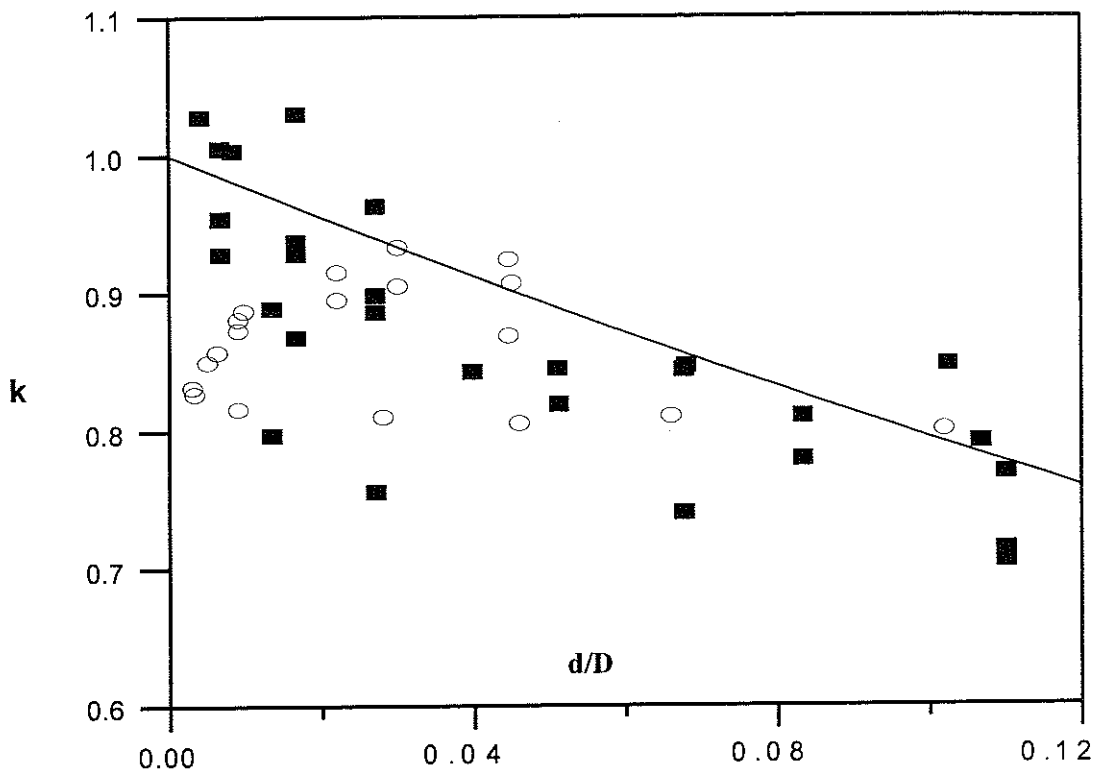


**Figura 5. Relación velocidad-fracción vacía para el rango completo de soluciones estudiadas.**

Como puede observarse, la Figura 5 corresponde también a las características de expansión de lecho fluidizado para sólidos grandes, de baja densidad (tales como plásticos o vidrio) para números de Reynolds más grandes que 100 (Riba, 1977). Si este mismo comportamiento se presenta en cualquier sistema sólido-fluido, es una pregunta aún sin respuesta. Para resolverla se hace necesario utilizar suspensiones de prueba con una mayor relación densidad del sólido a densidad del fluido que las utilizadas en este trabajo experimental.

La Figura 6 muestra, sin lugar a dudas, una muy interesante tendencia. En ella se reportan valores experimentales de  $k=u_i/u_t$  para sistemas fluidizados según los trabajos experimentales de Richardson y Zaki (corresponden a los puntos cerrados) y valores

experimentales encontrados por otros investigadores (Chong et al, 1979. Di Felice et al, 1996. Steinour, 1944. Mertes et al, 1955. Oliver, 1961).



**Figura 6. Parámetro  $k$  en suspensiones en proceso de fluidización y sedimentación como una función del parámetro  $d/D$ .**

A partir de esta figura se puede concluir lo siguiente:

- No parecen existir diferencias entre los experimentos de fluidización y los de sedimentación.
- La dependencia del factor  $k$  sobre la relación  $d/D$  tal y como fue sugerida por Richardson y Zaki (corresponde a la línea continua en la figura) parece optimista. La

mayor parte de los puntos experimentales toman valores en la región de 0,8 - 0,9 independientemente del valor de  $d/D$ .

## CONCLUSIONES

A partir de los resultados experimentales de este trabajo y junto a una inspección de otros datos experimentales publicados por diversos autores, se puede concluir lo siguiente:

- \* La ecuación (1) es una representación satisfactoria de las características de expansión de suspensiones en fluidización o sedimentación.
- \* El parámetro  $n$  es una función del número de Reynolds pero no una función de la relación de diámetros entre la partícula y la columna.
- \* La extrapolación de la velocidad del fluido hasta un valor de  $\varepsilon = 1$  no es una función única de  $d/D$ . Es en efecto menor que  $u_t$  por un factor que se encuentra en el rango 0,8 - 0,9.

## AGRADECIMIENTOS

Uno de los autores (E. Castillo) agradece el apoyo brindado por COLCIENCIAS-Colombia para el desarrollo de este trabajo investigativo.

## ABSTRACT

The Richardson and Zaki equation is by far the most popular equation used to describe voidage-velocity relationship for fluidising and sedimenting homogeneous solid-fluid suspensions, with only two empirical parameters needed, in this paper, some of the Richardson and Zaki suggestion for the two parameters are challenged on the basis of new and old experimental evidence.

## REFERENCIAS

1. Chong, Y.S., Ratkowsky, D.A., Epstein, N., *Powder Technol.* **23** (1979) 55.
2. Di Felice, R., *Int. J. Multiphase Flow* **22** (1996) 527.
3. Di Felice, R., Parodi, E., *A.I.Ch.E. J.* **42** (1996) 927.

4. Lewis, E.W., Bowermann, E.W., *Chem. Engng Prog.* **48** (1952) 603.
5. Mertes, T.S., Rhodes, H.B., *Chem. Engng Progress* **51** (1955) 429.
6. Oliver, D.R., *Chem. Engng Sci.* **15** (1961) 230.
7. Rapagnà, S., Di Felice, R., Gibilaro, L.G., Foscolo, P.U., *Chem. Engng Comm.* **79** (1989) 131.
8. Riba, J.P., Couderc, J.P., *Can. J. Chem. Engrs* **55** (1977) 118.
9. Richardson, J.F., Zaki, W.N., *Trans. Instn Chem. Engrs* **32** (1954) 35.
10. Steinour, H.H., *Ind. Engng Chem.* **36** (1944) 618.
11. Whitmore, R.L., *British J. Appl. Phys.* **6** (1955) 239.