

# Diseño de un controlador digital adaptativo para reactores tubulares

CARMELO FUENTES\*

Ingeniero Químico Universidad del Atlántico  
M. Sc. Lehigh University  
Ph. D. Lehigh University

## RESUMEN

Este artículo muestra un método de diseño para controladores digitales adaptativos en reactores tubulares. Los resultados de este sistema de control se comparan muy favorablemente con los de controladores continuos diseñados de acuerdo a las reglas de Ziegler-Nichols.

## INTRODUCCION

El gran desarrollo tecnológico de los computadores ha hecho posible la implementación de técnicas avanzadas de control tales como: Control Inferencial, adaptativo, por adelantado y sistemas expertos.

Los reactores tubulares y los intercambiadores de calor son procesos que pueden controlarse mediante sistemas de control adaptativo, ya que propiedades de aquellos sistemas tales como ganancia en el estado estacionario, tiempo muerto y constante de

\* Pontificia Universidad Industrial de Santander Apartado Aéreo 970 Bucaramanga, Colombia

tiempo varían considerablemente con la velocidad másica de estos procesos.

Actualmente hay dos mecanismos para la adaptación de sistemas de control. El primero se conoce como control adaptativo programado y el segundo como control auto adaptativo.

En el primer caso, o sea, el de control adaptativo programado corresponde a la situación donde el proceso es bien conocido y hay un modelo matemático adecuado para el proceso. Para estos casos, hay una variable auxiliar que correlaciona los cambios en el proceso con los cambios que se deben hacer en los parámetros del controlador, para mantener constantes los criterios de diseño del sistema de control. Consecuentemente si se miden los cambios en la variable auxiliar se pueden programar los cambios en los parámetros del controlador tales como ganancia  $K_c$ , constante integral de tiempo  $\tau_I$ , período de la toma de muestras, etc.

Si el proceso no se conoce bien, hay la necesidad de evaluar los objetivos del control cuando el proceso esté en funcionamiento usando los valores de la variable controlada, manipulable y los valores de las perturbaciones. El mecanismo de adaptación cambiará los objetivos de control para optimizar los criterios de control. En este caso tenemos un sistema de control autoadaptativo.

Para el sistema que vamos a estudiar, reactores tubulares, el sistema de control adaptativo será programado, ya que el modelo matemático del proceso es adecuado y se pueden programar los cambios en los parámetros del controlador digital, como se verá a continuación.

### DESARROLLO DEL MODELO

El modelo matemático de un reactor tubular para una reacción irreversible de primer orden, está dado por la siguiente ecuación Diferencial (1).

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Z} (v C_A) + K C_A = \frac{\partial}{\partial Z} \left[ D_A \frac{\partial C_A}{\partial Z} \right] \quad (1)$$

Para este caso, hemos supuesto variaciones en la Dirección Z únicamente. Si adicional

mente suponemos que el térmico difusional es pequeño, la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Z} (v C_A) + K C_A = 0 \quad (2)$$

Esta ecuación diferencial parcial no lineal puede resolverse para el caso de  $v$  y  $k$  constantes, tomando la transformada de Laplace de la ecuación (2) para obtener:

$$S C_A(Z,S) + \frac{v \partial C_A}{\partial Z}(Z,S) + K C_A(Z,S) = 0 \quad (3)$$

o después de reordenar

$$\frac{d C_A(Z,S)}{C_A(Z,S)} = - \left[ \frac{S}{v} + \frac{K}{v} \right] dZ \quad (4)$$

Integrando entre 0, el comienzo del reactor, y  $L$ , el final del reactor, obtenemos:

$$\frac{C_{AL}(s)}{C_{AO}(s)} = \frac{C_A(L,S)}{C_A(0,S)} = e^{-\frac{KL}{v}} \cdot e^{-\frac{L}{v} S} \quad (5)$$

o también

$$\frac{C_{AL}(s)}{C_{AO}(s)} = K_P e^{-T_D S} \quad (6)$$

Donde

$$K_P = e^{-\frac{KL}{v}} \quad \text{y} \quad T_D = e^{-\frac{L}{v} S}$$

La función de transferencia del reactor tubular es entonces un tiempo muerto  $T_D$  con una atenuación  $K_P$ , ver Figura 1 (3).

Un esquema bastante usado para controlar la concentración de salida de un reactor tubular se muestra en la Figura 2. El alimento con un flujo volumétrico  $F_D$  y concentra-

ción  $C_{AD}$  se mezcla con un flujo  $F_M$  de  $A_{puro}$ . El flujo  $F_M$  se manipula por un controlador de composición. (Figura 2).

La ecuación (6) indica que pueden surgir problemas de control si hay cambios en el flujo del alimento. Por ejemplo si  $F_D$  aumenta, la ganancia en el circuito abierto  $K_P$  aumenta pero el tiempo muerto  $\tau_D$  disminuye. Esto indica que la ganancia de un controlador continuo puede resultar demasiado conservadora para un aumento en el flujo del alimento y por el contrario, pudiera producir un comportamiento demasiado oscilatorio para una disminución en el flujo del alimento.

Las observaciones anteriores sugieren también la posibilidad de usar un controlador digital adaptativo para compensar los cambios que ocurren en la ganancia en el circuito abierto y en el tiempo muerto  $T_D$  del proceso cuando se varía el flujo del alimento. La Tabla 1 da las condiciones en el estado estacionario y los parámetros del diseño del reactor tubular estudiado.

TABLA 1.- Condiciones en el estado estacionario y parámetros de diseño del reactor tubular

Item	Valor
Diámetro (pulgadas)	1
Longitud (pies)	67
$C_{AM}$ (lb-mol/Pie <sup>3</sup> )	0.8
$C_{AD}$ (lb-mol/Pie <sup>3</sup> )	0.1
$C_{AD}$ (lb-mol/Pie <sup>3</sup> )	0.154
$C_A$ (lb-mol/Pie <sup>3</sup> )	0.05
$F_M$ (Pie <sup>3</sup> /min)	0.05
$F_D$ (Pie <sup>3</sup> /min)	0.6
$F_O$ (Pie <sup>3</sup> /min)	0.65
$K$ (min <sup>-1</sup> )	2.0

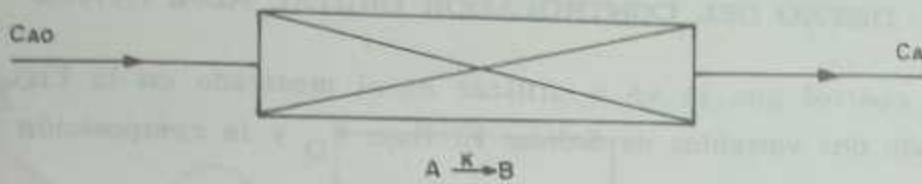


FIGURA 1-A ESQUEMA DE UN REACTOR TUBULAR

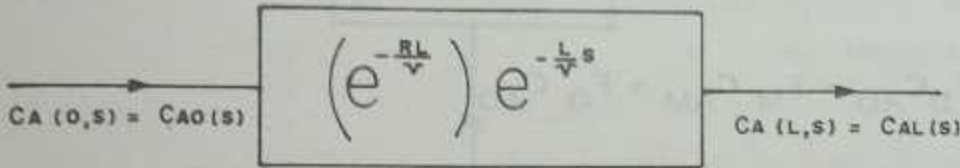


FIGURA 1.B FUNCION DE TRANSFERENCIA DE UN REACTOR TUBULAR

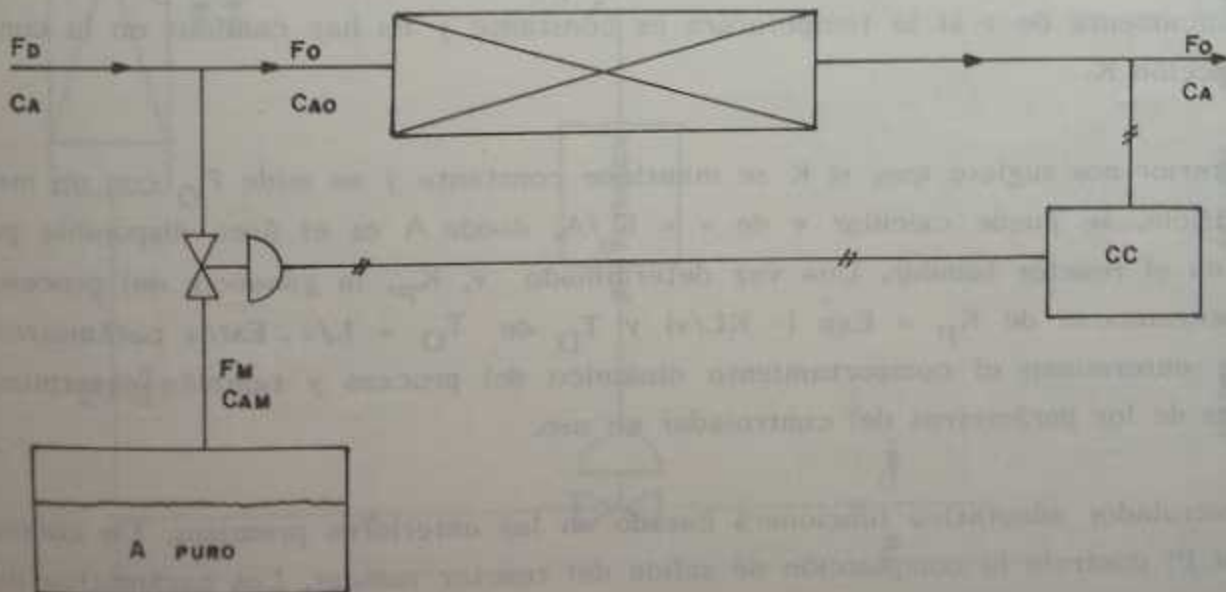


FIGURA 2 ESTRUCTURA DE CONTROL DEL REACTOR TUBULAR

## DISEÑO DEL CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO

El esquema de control que se va a utilizar es el mostrado en la Figura 3. Note que se están midiendo dos variables de Salida: El flujo  $F_D$  y la composición  $C_A$ .

Es también evidente que

$$F_D + F_M = F_O \quad (7)$$

y que

$$F_D C_{AD} + F_M C_{AM} = F_O C_{AO} \quad (8)$$

De la ecuación (5)

$$\frac{C_A(L,S)}{C_A(O,S)} = e^{-\frac{KL}{v}} e^{-\frac{L}{v}S} \quad (5)$$

puede verse claramente que los parámetros  $K_P = \exp(-KL/v)$  y  $T_D = L/v$  dependen únicamente de  $v$  si la temperatura es constante y no hay cambios en la constante de reacción  $K$ .

Lo anterior nos sugiere que, si  $K$  se mantiene constante y se mide  $F_O$  con un medidor de orificio, se puede calcular  $v$  de  $v = F_O/A$ , donde  $A$  es el área disponible para el flujo en el reactor tubular. Una vez determinado  $v$ ,  $K_P$ , la ganancia del proceso puede determinarse de  $K_P = \exp(-KL/v)$  y  $T_D$  de  $T_D = L/v$ . Estos parámetros  $K_P$  y  $T_D$  determinan el comportamiento dinámico del proceso y también determinan los valores de los parámetros del controlador en uso.

El controlador adaptativo funcionará basado en las anteriores premisas. Un controlador digital PI controla la composición de salida del reactor tubular. Los parámetros de este controlador PI, o sea  $K_C$  y  $\tau_I$ , se modifican adaptativamente dependiendo de los valores de  $K_P$  y  $T_D$  calculados por el sistema adaptativo en base a los valores medidos

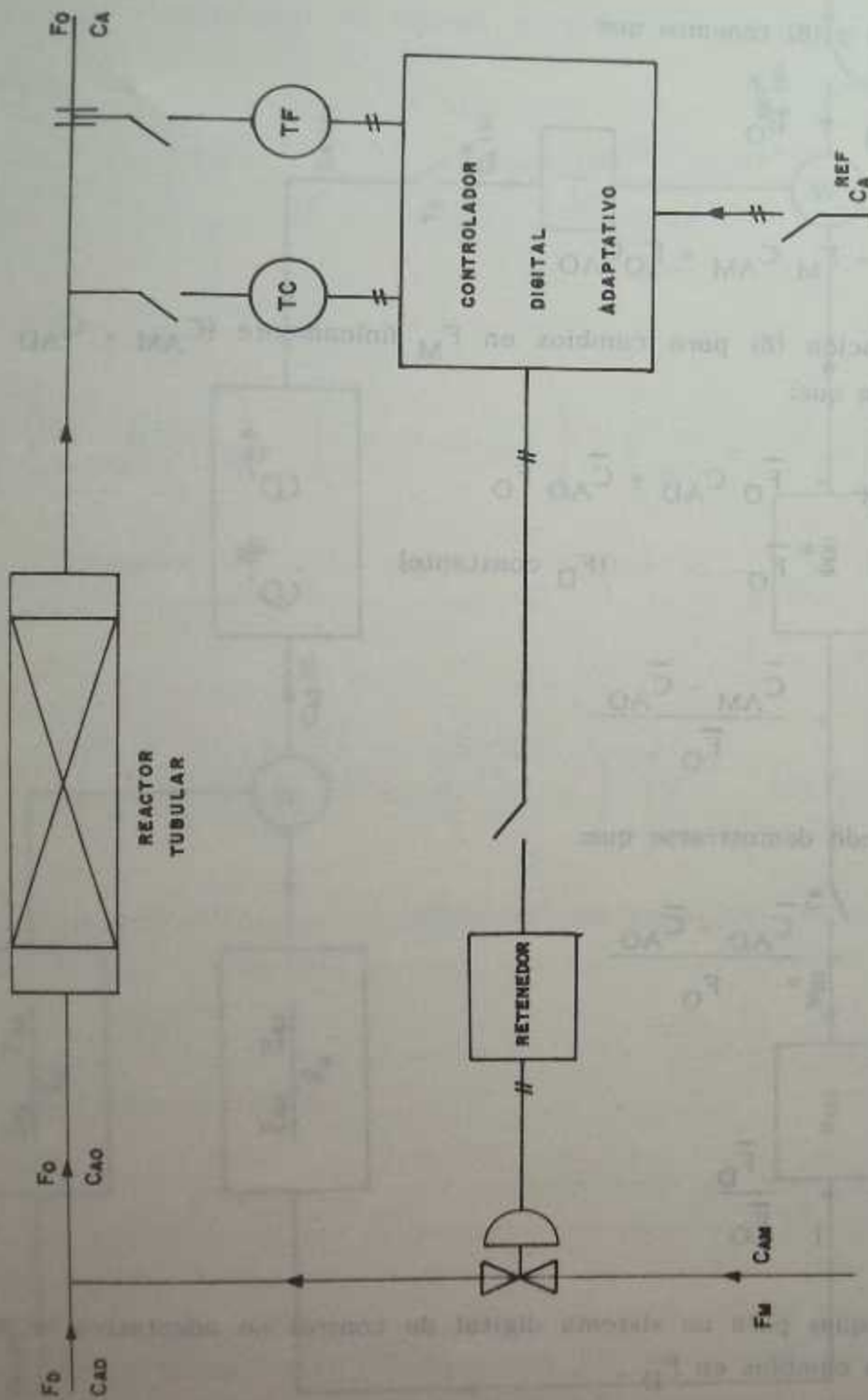


FIGURA 3 ESQUEMA DE CONTROL DIGITAL ADAPTATIVO

de  $F_O$ . Para mayores detalles ver Figura 3.

De las ecuaciones (7) y (8) tenemos que

$$F_D + F_M = F_O \quad (7)$$

y

$$F_D C_{AD} + F_M C_{AM} = F_O C_{AO} \quad (8)$$

Linealizando la ecuación (8) para cambios en  $F_M$  únicamente ( $C_{AM}$ ,  $C_{AD}$  y  $F_D$  constantes) nos queda que:

$$F_M \bar{C}_{AM} = \bar{F}_O C_{AD} + \bar{C}_{AO} F_O \quad (9)$$

$$\bar{F}_M = \bar{F}_O \quad (F_D \text{ constante})$$

$$\frac{C_{AO}(s)}{F_M(s)} = \frac{\bar{C}_{AM} - \bar{C}_{AO}}{\bar{F}_O} \quad (10)$$

De igual manera puede demostrarse que:

$$\frac{C_{AO}(s)}{F_D(s)} = \frac{\bar{C}_{AD} - \bar{C}_{AO}}{F_O} \quad (11)$$

y que

$$\frac{C_{AO}(s)}{C_{AD}(s)} = \frac{\bar{F}_D}{\bar{F}_O} \quad (12)$$

El diagrama de bloques para un sistema digital de control no adaptativo se muestra en la Figura 4 para cambios en  $F_D$ .

$H(s)$  es la transformada de Laplace de un retenedor de orden Cero.



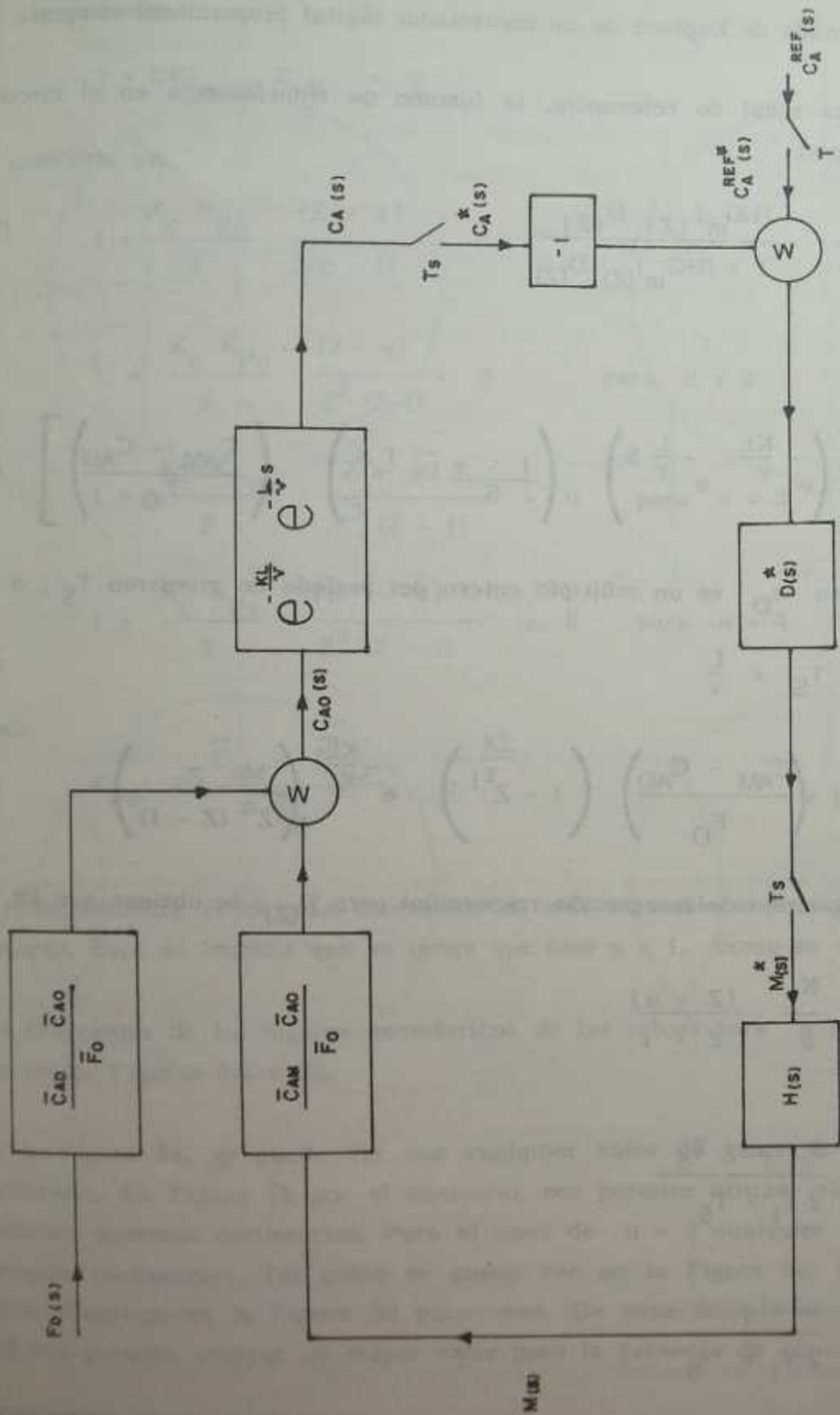


FIGURA 4 DIAGRAMA DE CONTROL EN EL CIRCUITO CERRADO PARA CAMBIOS EN FD

$D(S)$  es la transformada de Laplace de un controlador digital proporcional integral.

Para cambios en la señal de referencia, la función de transferencia en el circuito cerrado está dada por:

$$\frac{X(Z)}{X_{REF}(Z)} = \frac{(HG_m)(Z) D(Z)}{1 + (HG_m)(Z) D(Z)} \quad (13)$$

Donde

$$(HG_m)(Z) = Z \left[ \left( e^{-\frac{KL}{v}} e^{-\frac{L}{v} s} \right) \left( \frac{1 - e^{-T_s s}}{s} \right) \left( \frac{C_{AM} - C_{AO}}{F_O} \right) \right] \quad (14)$$

Si el tiempo muerto  $\tau_D$  es un múltiplo entero del período de muestreo  $T_S$ , o sea

$$\tau_D = n T_S = \frac{L}{v} \quad (15)$$

$$HG_m(Z) = \left( \frac{C_{AM} - C_{AD}}{F_O} \right) \left( 1 - Z^{-1} \right) e^{-\frac{KL}{v}} \left( \frac{Z}{Z^n (Z - 1)} \right) \quad (16)$$

Si se utiliza un algoritmo de integración trapezoidal para  $D(Z)$ , se obtiene que (3)

$$D(Z) = \frac{K_c}{\beta} \frac{(Z - \alpha)}{Z - 1} \quad (17)$$

donde

$$\alpha = \frac{2 \tau_1 - T_S}{2 \tau_1 + T_S} \quad (18)$$

y

$$\beta = \frac{2 \tau_1}{2 \tau_1 + T_S}$$

de esta manera

$$1 + (HG_m) \frac{D_{(2)}}{z} = 0 \quad (20)$$

se convierte en:

$$1 + \frac{K_c K_{Po}}{\beta} \frac{(Z - \alpha)}{Z(Z - 1)} = 0 \quad \text{para } n = 1$$

$$1 + \frac{K_c K_{Po}}{\beta} \frac{(Z - \alpha)}{Z^2 (Z - 1)} = 0 \quad \text{para } n = 2$$

$$1 + \frac{K_c K_{Po}}{\beta} \frac{(Z - \alpha)}{Z^3 (Z - 1)} = 0 \quad \text{para } n = 3$$

$$1 + \frac{K_c K_{Po}}{\beta} \frac{(Z - \alpha)}{Z^4 (Z - 1)} = 0 \quad \text{para } n = 4$$

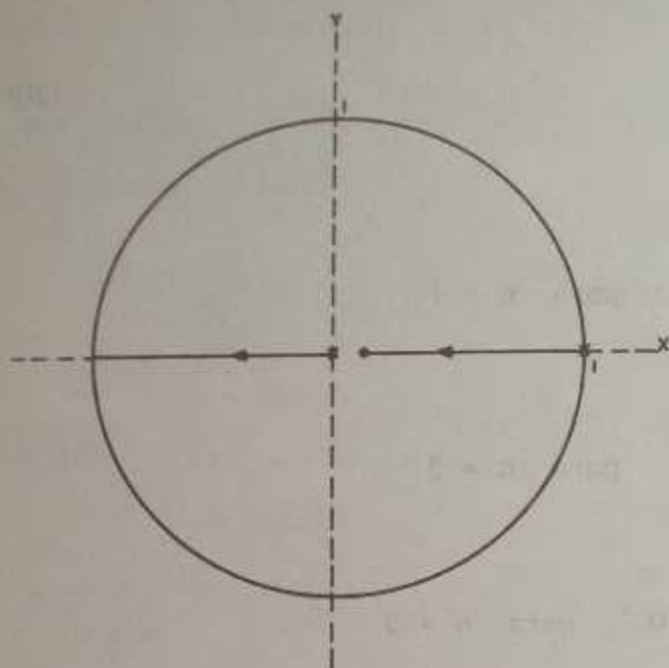
donde

$$K_{Po} = \frac{\bar{C}_{AM} - \bar{C}_{AD}}{\bar{F}_O} e^{-\frac{KL}{v}} \quad (21)$$

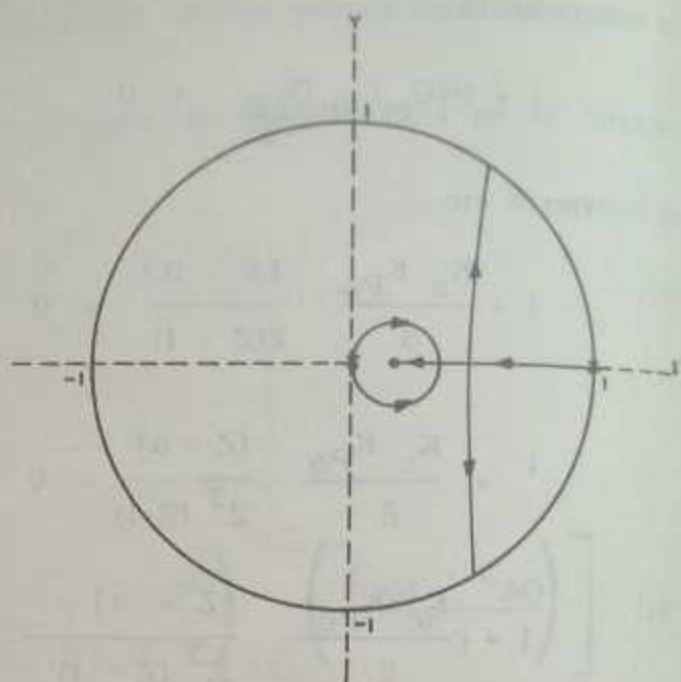
Y aparentemente el sistema controlado es más inestable si la velocidad de muestreo aumenta. Esto no implica que se tenga que usar  $n = 1$ , como se verá a continuación

Los Diagramas de los lugares geométricos de las raíces para  $n = 1$  hasta 4, aparecen en las Figuras 5a. a 5d.

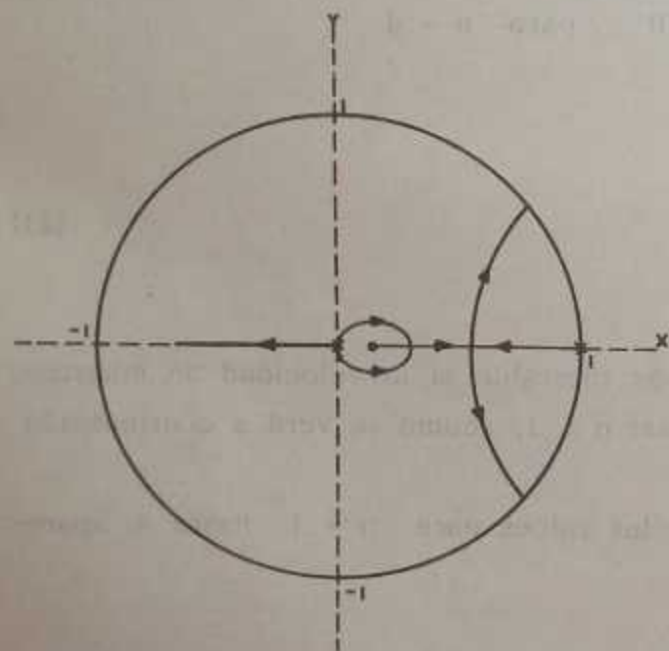
De la Figura 5a, se puede ver que cualquier valor de ganancia produce un sistema oscilatorio. La Figura 5b por el contrario, nos permite utilizar valores de  $K_c$  que no producen sistemas oscilatorios. Para el caso de  $n = 3$  cualquier valor de  $K_c$  origina sistemas oscilatorios. Tal como se puede ver en la Figura 5c. Situación similar se puede observar en la Figura 5d para  $n=4$ . De esta manera se puede observar que  $n=2$  nos permite utilizar un mayor valor para la ganancia de controlador PI y en con-



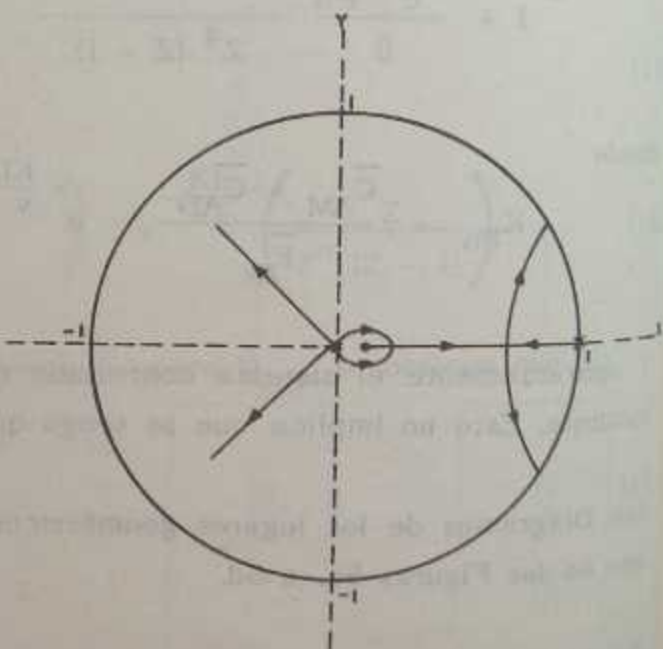
5a N=1



5b N=2



5c N=3



5d N=4

FIGURA 5 LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES EN EL PLANO Z PARA DIFERENTES PERIODOS DE MUESTREO

secuencia vamos a escoger  $T_D = 2T_S$ . Además, el comportamiento no lineal de un reactor tubular influye altamente en la decisión del período de muestreo adecuado.

En Tabla 2, también se dan los valores de la ganancia crítica  $K_u$  y de la ganancia del controlador PI para un  $\alpha = 0.1$ , que produce un  $\xi = 0.707$ . Puede verse de esta tabla que en los casos donde  $n = 3$  y  $n = 4$ , la ganancia del controlador que produce un  $\xi = 0.707$  es extremadamente pequeña. Los valores de  $K_c$  para  $n = 1$  y  $n = 2$ , que producen un  $\xi = 0.707$  son bastante similares, pero obviamente se prefiere  $n = 2$ , porque el proceso se está observando más frecuentemente.

Hay otro factor que nos lleva a preferir  $n = 2$ , el tiempo de estabilización, como se verá a continuación. el plano Z, puede considerarse como un mapeo del plano S, mediante la ecuación  $Z = \exp. (T_s s)$

Un punto  $Z = X + i Y$  corresponde a un punto  $S = X' + i Y'$ , que están relacionados por medio

$$\text{de } Z = e^{T_s S}$$

TABLA 2.- Valores de  $K_c$  que producen un coeficiente de amortiguamiento  $\xi = 0.707$   
También se dan los valores de  $K_u$ ,  $\alpha = 0.1$

n	$K_c$	$K_u$
1	.536	3.098
2	.6898	1.868
3	.001	1.191
4	.0011	0.857

de  $Z = e^{T_s S}$ .

$$X + iY = e^{T_s(X' + iY')} = (e^{T_s X'}) (e^{i T_s Y'}) \quad (22)$$

$$X + iY = e^{T_s X'} [ \cos(T_s Y') + i \text{sen}(T_s Y') ] \quad (23)$$

que es equivalente a

$$X = e^{TsX'} \cos(TsY') \quad \text{y} \quad Y = e^{TsX'} \sin(TsY')$$

resolviendo para  $\cos(TsY')$  y  $\sin(TsY')$

$$\cos(TsY') = \frac{X}{e^{TsX'}} \quad (22) \quad \text{Sen } TsY' = \frac{Y}{e^{TsX'}} \quad (23)$$

Elevando al cuadrado (22) y (23) y sumando los resultados se obtiene

$$X^2 + Y^2 = e^{2TsX'} \quad (24)$$

ya que  $|Z| = \sqrt{X^2 + Y^2}$

$$|Z| = e^{TsX'} \quad (25)$$

o  $X' = \frac{\ln |Z|}{Ts}$

donde

$$\ln |Z| < 0, \quad \text{para tener un sistema estable}$$

$$\delta \quad X' = \frac{n \ln |Z|}{T_D} \quad (26)$$

La ecuación anterior nos indica que a medida que aumente la frecuencia de muestreo ( $T_S$  menor), la parte real  $X'$  en el dominio de  $S$  se hará más negativa lo que equivale a decir que el sistema se estabilizará más rápidamente.

Basados en las anteriores consideraciones escogimos  $n = 2$ , o sea  $T_S = T_D/2$  para el período de muestreo.

Nos queda ahora encontrar el valor óptimo de  $\tau_1$ , o lo que es lo mismo el valor óptimo de  $\alpha$ . La figura 6 nos muestra como varían  $K_c$  y  $K_c/\beta$  con  $\alpha$  para producir un coeficiente de amortiguamiento  $\xi = 0.707$ . De la Figura 6 puede verse que

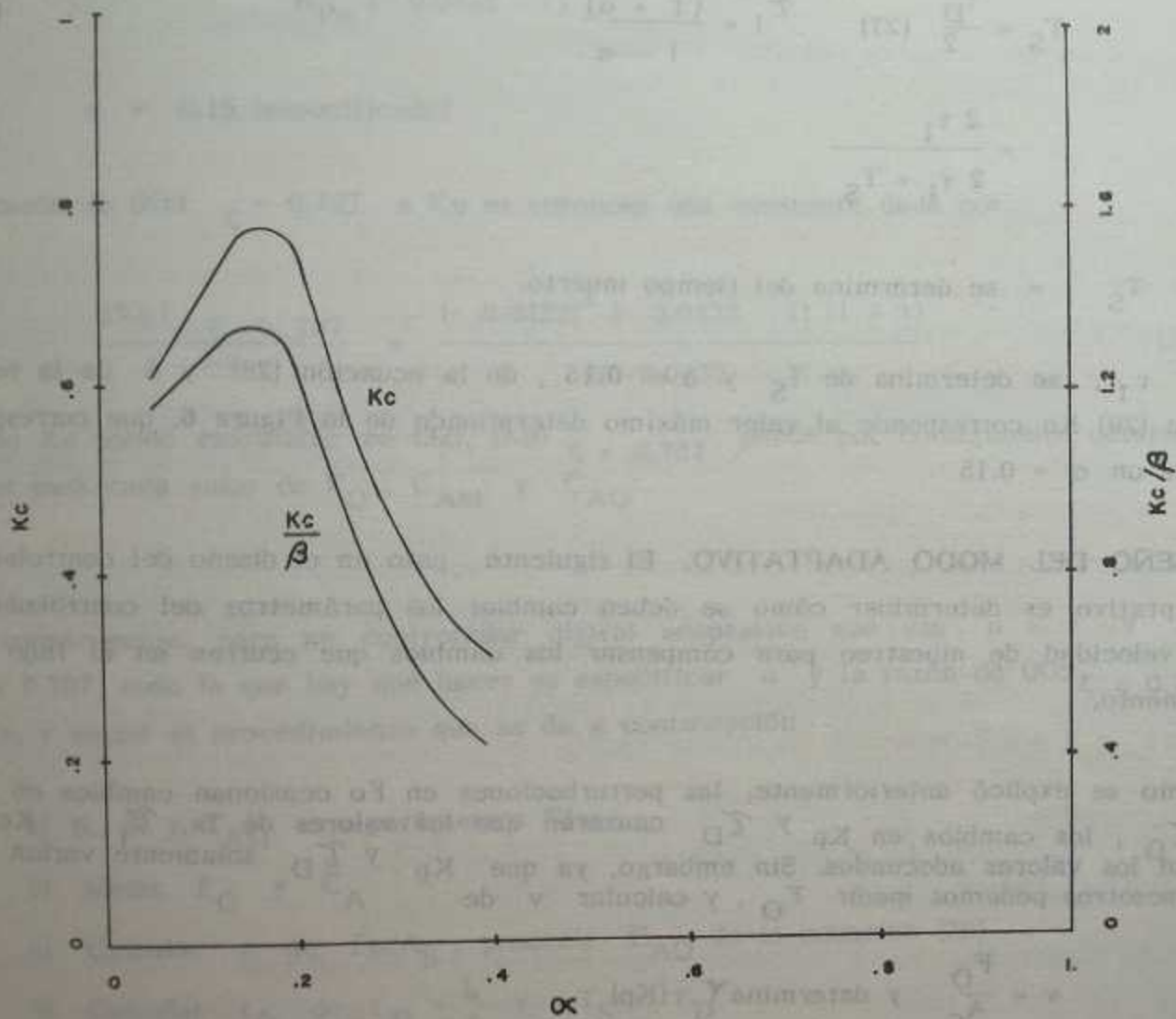


FIGURA 6 VARIACION DE  $K_c$  Y  $K_c/\beta$  CON  $\alpha$

un  $\alpha$  de 0.15 nos produce un valor máximo de  $Kc = 7.8$

Los parámetros del controlador digital están dados por

$$T_S = \frac{\tau_D}{2} \quad (27) \quad \tau_I = \frac{(1 + \alpha)}{1 - \alpha} \quad (28)$$

$$= \frac{2 \tau_I}{2 \tau_I + T_S} \quad (29)$$

$T_S$  = se determina del tiempo muerto.

$\tau_I$ , se determina de  $T_S$  y  $\alpha = 0.15$ , de la ecuación (28) y  $\beta$  de la ecuación (29)  $Kc$  corresponde al valor máximo determinado de la Figura 6, que corresponde a un  $\alpha = 0.15$

**DISEÑO DEL MODO ADAPTATIVO.** El siguiente paso en el diseño del controlador adaptativo es determinar cómo se deben cambiar los parámetros del controlador y la velocidad de muestreo para compensar los cambios que ocurran en el flujo del alimento.

Como se explicó anteriormente, las perturbaciones en  $F_0$  ocasionan cambios en  $K_p$  y  $\tau_D$ , los cambios en  $K_p$  y  $\tau_D$  causarían que los valores de  $T_s$ ,  $\tau_I$  y  $Kc$  no sean los valores adecuados. Sin embargo, ya que  $K_p$  y  $\tau_D$  solamente varían con  $v$ , nosotros podemos medir  $F_0$ , y calcular  $v$  de

$$v = \frac{F_0}{A_S} \quad \text{y determina } K_p$$

de  $K_p = e^{-\frac{Lk}{V}}$  y  $\tau_D$  de  $\tau_D = \frac{L}{v}$

ya que  $C_A$  se está midiendo,  $C_{AO}$  puede predecirse de

$$\frac{C_A}{C_{AO}} = e^{-\frac{LK}{v}} \quad (30)$$



y el valor de  $K_c$  que da un coeficiente de amortiguamiento de 0.707, ( $\xi = 0.707$  corresponde a  $Z = -0.0432$  para  $n = 1$ ), se puede calcular de:

$$K_c = \frac{(-0.0432)^2 - (-0.0432 - 1)(1 + \alpha)}{K_{Po}(-0.0432 - \alpha)}$$

$$\alpha = 0.15 \text{ (especificada)}$$

La razón de  $(K_c)_{\xi = 0.707}$  a  $K_u$  es entonces una constante dada por

$$\frac{(K_c)_{\xi = 0.707}}{K_u} = \frac{(-0.0432)^2 - (-0.0432 - 1)(1 + \alpha)}{2(-0.0432 - \alpha)} \quad (33)$$

Como  $K_u$  puede calcularse de (32),  $(K_u)_{\xi = 0.707}$  puede por consiguiente determinarse para cada valor de  $F_O$ ,  $C_{AM}$  y  $C_{AO}$ .

En consecuencia, para un controlador digital adaptativo que use  $n = 1$  y un  $\xi = 0.707$ , todo lo que hay que hacer es especificar  $\alpha$  y la razón de  $(K_c)_{\xi = 0.707}$  a  $K_u$ , y seguir el procedimiento que se da a continuación

- $L$ ,  $K$  y  $C_{AM}$  con parámetros fijos
- Medir  $F_O$  y  $C_A$
- Calcular  $v$  de  $F_O/A_S$ , predecir  $C_{AO}$  de la ecuación (30)
- Calcular  $\tau_D$  de  $\tau_D = \frac{L}{v}$  y  $T_S = \tau_D$
- Con un  $\alpha = 0.15$  (especificado) calcular

$$\tau_I \text{ de } \tau_I = \frac{T_S}{2} \frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)} \quad \text{y } \beta \text{ de}$$

$$\beta = \frac{2 \tau_I}{2 \tau_I + T_S}$$

Con  $T_S$  calculado de  $T_S = \tau D/2$  y  $\alpha = 0.15$  podemos calcular  $\tau_1$  mediante

$$\tau_1 = \frac{T_S}{2} \frac{(1 + \alpha)}{(1 - \alpha)}$$

a continuación se puede calcular  $\beta$ , de

$$\beta = \frac{2 \tau_1}{2 \tau_1 + T_S}$$

Ya que  $C_{AM}$  es constante ( $C_{AM}$  es la concentración correspondiente a A puro) todos los términos en ecuación característica del circuito cerrado se conocen, exceptuando  $K_c$  y la raíces de la ecuación. La anterior ecuación puede resolverse para  $K_c$  si se especifica el comportamiento en el circuito cerrado (por ejemplo  $\xi = 0.707$ ). Este procedimiento puede ser bastante elaborado y consecuentemente se desarrolló un procedimiento simplificado.

El procedimiento que se siguió para cambiar adaptativamente los parámetros del controlador,  $K_c$  y  $T_1$ , se muestra a continuación para  $n = 1$

Para  $n = 1$ , la ecuación característica es:

$$1 + \frac{K_c}{\beta} \left( \frac{C_{AM} - C_{AD}}{F_O} \right) e^{-\frac{KL}{v}} \left( \frac{Z - \alpha}{Z(Z - 1)} \right) = 0 \quad (31)$$

De la Figura 5a, se ve claramente que para  $n = 1$  el sistema se vuelve inestable para  $Z = -1$ , para  $Z = -1$  se puede encontrar de la ecuación (31) que

$$K_u = \frac{2 \beta}{K_{P0} (1 + \alpha)} \quad (32)$$

donde

$$K_{P0} = \frac{C_{AM} - C_{AD}}{F_O} \exp(-KL/v)$$

f) Calcular  $K_u$  de la ecuación (32)

$$K_u = \frac{2}{K_{Po}(1 + \alpha)} \quad (32)$$

g)  $K_c$ , puede obtenerse de

$$(K_c)_\xi = 0.707 = K_u \quad (RR)$$

$$RR = \frac{(K_c)_\xi = 0.707}{K_u}$$

en el valor de diseño

No es evidente que el mismo procedimiento se mantenga para  $n = 2$ , o sea cuando  $T_S = \tau_D/2$ .

De la Figura 5b, se puede ver que  $K_u$ , se obtiene cuando  $Z$  es diferente de  $-1$ , lo cual nos impide hallar una expresión explícita para  $K_u$ .

Sin embargo, por un procedimiento interactivo se encontró que la razón de  $(K_c)_\xi = 0.707$  a  $K_u$  era aproximadamente constante y  $K_u$  está dado por:

$$K_u = \frac{2\beta}{K_{Po}(1 + \alpha)} \alpha$$

para  $n = 2$

$$(K_c) = 0.707 = RR(K_u) = (RR) \frac{2\beta}{K_{Po}(1 + \alpha)} \alpha \quad (a)$$

El procedimiento seguido para modificar los parámetros del controlador digital adaptativo para  $X = 2$ , es bastante similar para el caso de  $n = 1$ , y se da a conti-

nuación:

- $K, L, \alpha, \beta, A_S, C_{AM}$  especificados
- La razón de  $(Kc)_{\xi} = 0.707/Ku$  especificada
- Se miden  $F_O$  y  $C_A$
- Se predice el valor de  $C_{AO}$  mediante la ecuación (30)
- Se calcula  $v$  de  $v = F_O/A_S$ , con esto se determina  $\tau_D = L/v$  y  $T_S = \tau_D/2$
- Se obtiene  $K_{Po}$  de

$$K_{Po} = \frac{\bar{C}_{AM} - \bar{C}_{AO}}{\bar{F}_O} e^{-\frac{KL}{v}}$$

$$Ku \text{ de } Ku = a \left[ \frac{2\beta}{K_{Po}(1+\alpha)} \right]$$

y  $(Kc)_{\xi} = 0.707$  de

$$(Kc)_{\xi} = 0.707 = Ku RR$$

La razón de  $(Kc)_{\xi} = 0.707$  a  $Ku$ , encontrada por el método anterior nos dio un valor de 0.25. Sin embargo, esta razón produce un comportamiento algo oscilatorio en el controlador adaptativo. El valor usado por nosotros es algo menor e igual a 0.15.

Los resultados de la simulación digital para este sistema de controlador adaptativo más reactor tubular se muestran en las figuras 7, 8 y 9.

## DISCUSION DE RESULTADOS

La Figura 7 nos muestra el comportamiento del sistema para cambios de 10% en la concentración del alimento  $C_{AD}$ , puede verse que el sistema está bien controlado

y que no hay cambios observables en el período de muestreo  $T_s$ .

La Figura 8 nos muestra cómo se comporta el sistema para cambios de un 25% en el flujo del alimento  $F_D$ . el máximo error en la concentración de salida es más o menos el mismo en ambas direcciones. No hay oscilaciones en el sistema, lo que indica que el controlador digital adaptativo trabaja bastante bien para esta clase de perturbaciones. Note también como cambia el período de muestreo: para un aumento en el flujo  $F_D$ , el período de muestreo disminuye y en el caso contrario o se aumenta en  $F_D$ , el período de muestreo aumenta. Además, el sistema demora más en estabilizarse a medida que el período de muestreo  $T_s$  aumenta, un resultado predecible de acuerdo a la ecuación (26). Por lo demás la controlabilidad del sistema es muy satisfactorio.

La Figura 9 nos muestra la controlabilidad de este sistema para cambios en  $F_D$  de un 50%. Aparte de la oscilación que ocurre cuando  $F_D$  disminuye en un 50%, podemos afirmar que el sistema se comporta satisfactoriamente, es más para un aumento de  $F_D$  del 50%, la controlabilidad es muy buena.

La Figura 10, compara el comportamiento del controlador digital adaptativo para cambios del 10% en  $C_{AD}$ , con los resultados de un controlador PI diseñado de acuerdo a las reglas de Z-N. Puede verse que el controlador digital adaptativo es muy superior.

La Figura 11, también compara el controlador digital adaptativo con un controlador continuo diseñado de acuerdo a las reglas de Ziegler Nichols para cambios en  $F_D$  del 50%. De nuevo puede verse como el controlador digital adaptativo estabiliza al sistema más rápidamente. Similares resultados se observaron para cambios del 25% en  $F_D$ .

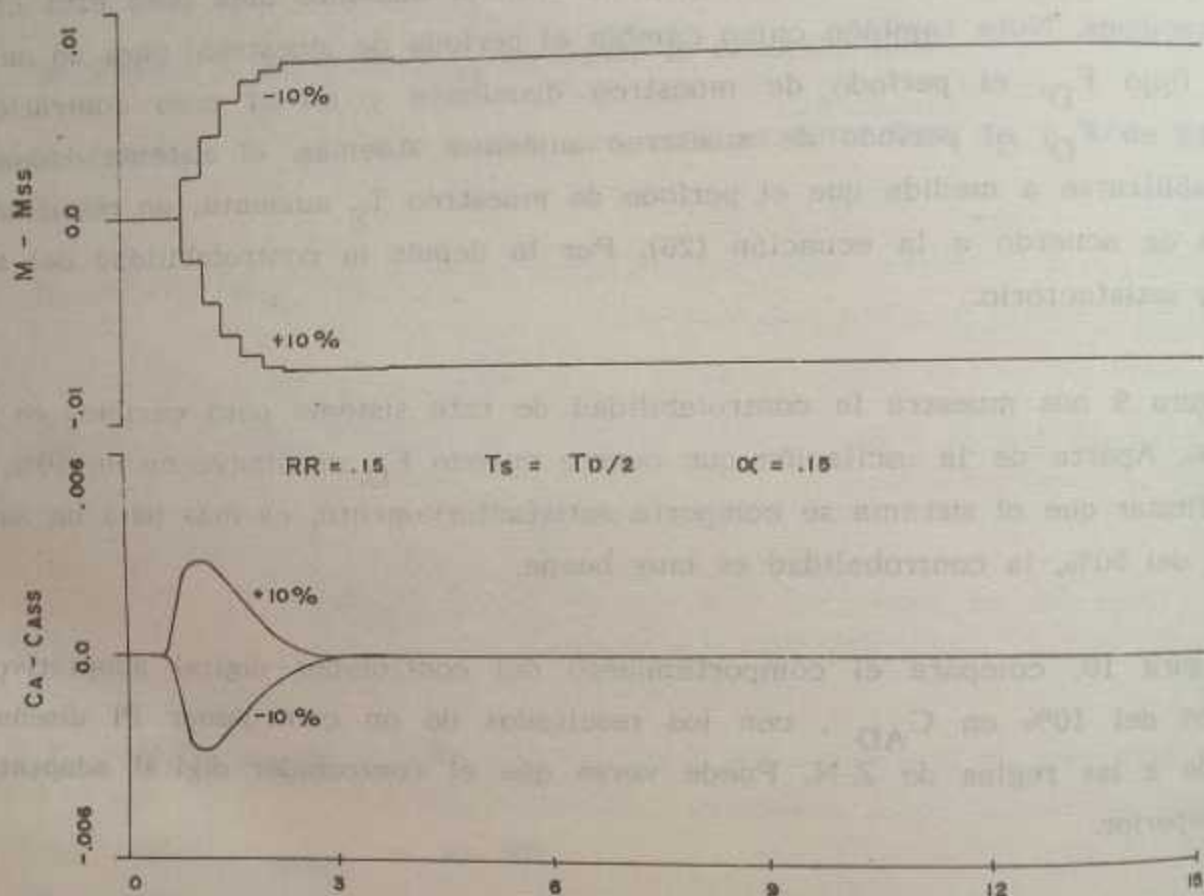


FIGURA 7 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DE CONTROL ADAPTATIVO PARA CAMBIOS DE UN 10% EN CAD

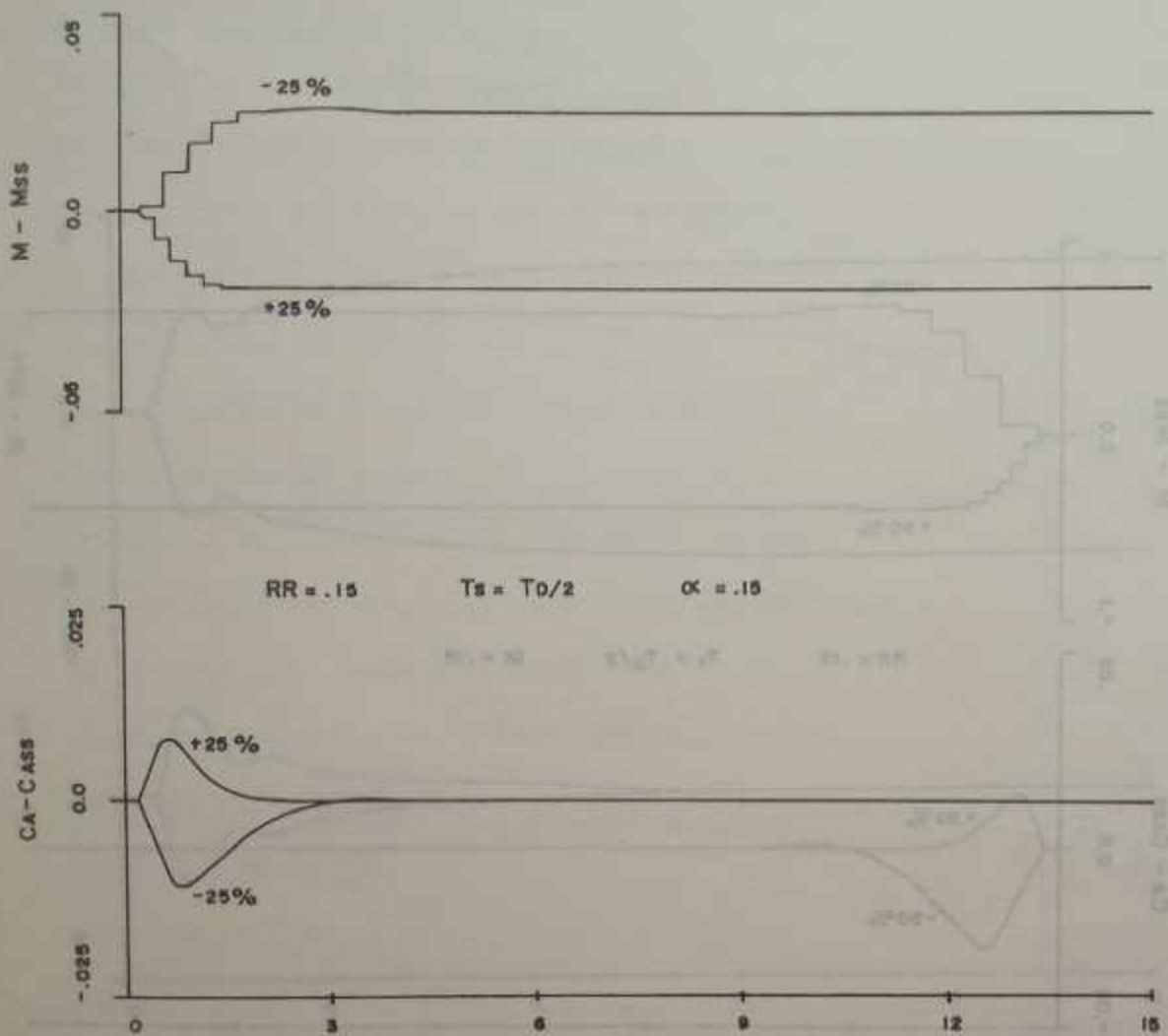


FIGURA 8 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DE CONTROL ADAPTATIVO PARA CAMBIOS DE UN 25% EN  $F_D$

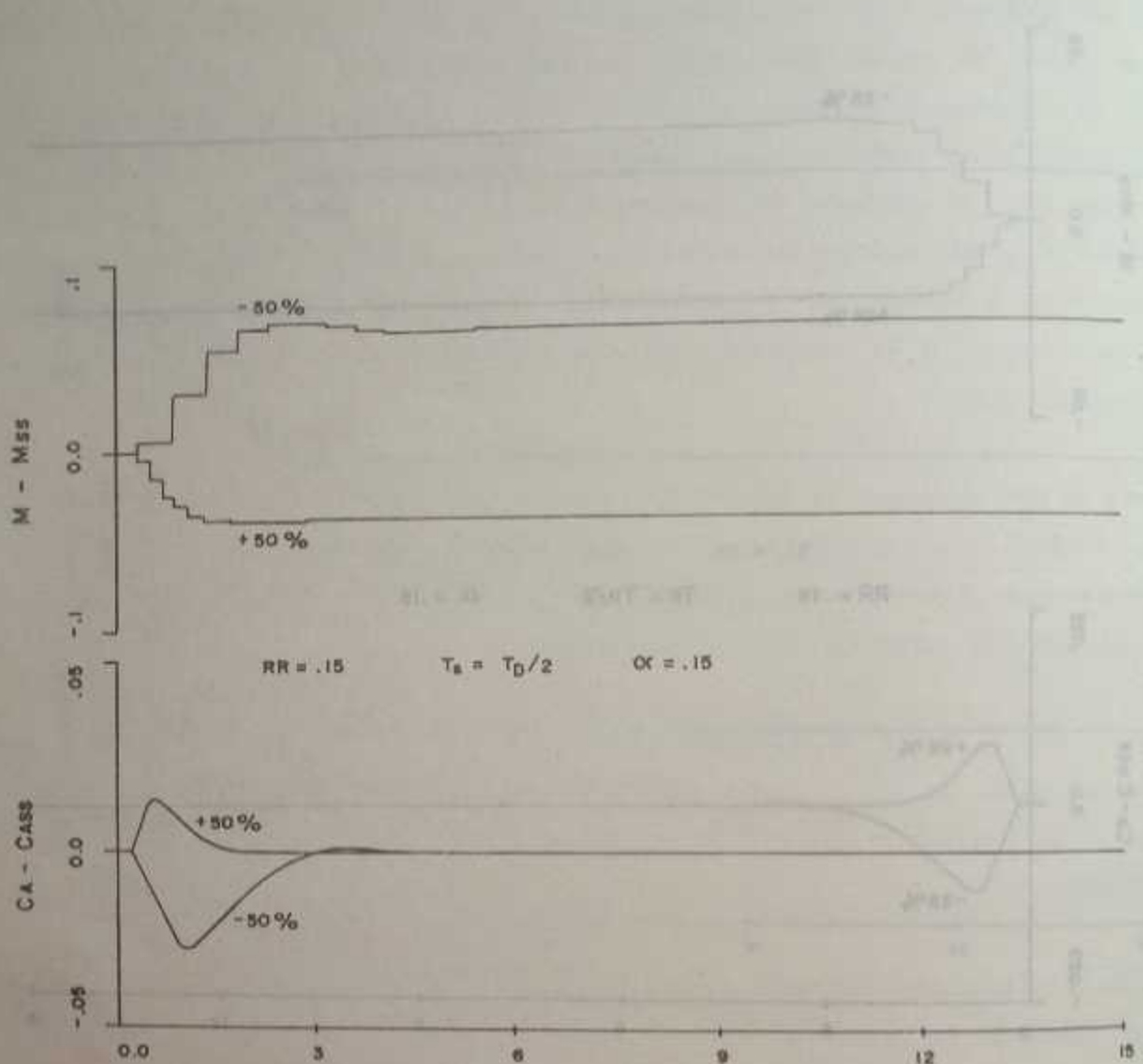


FIGURA 9 COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DE CONTROL ADAPTATIVO PARA CAMBIOS DE UN 50% EN FD



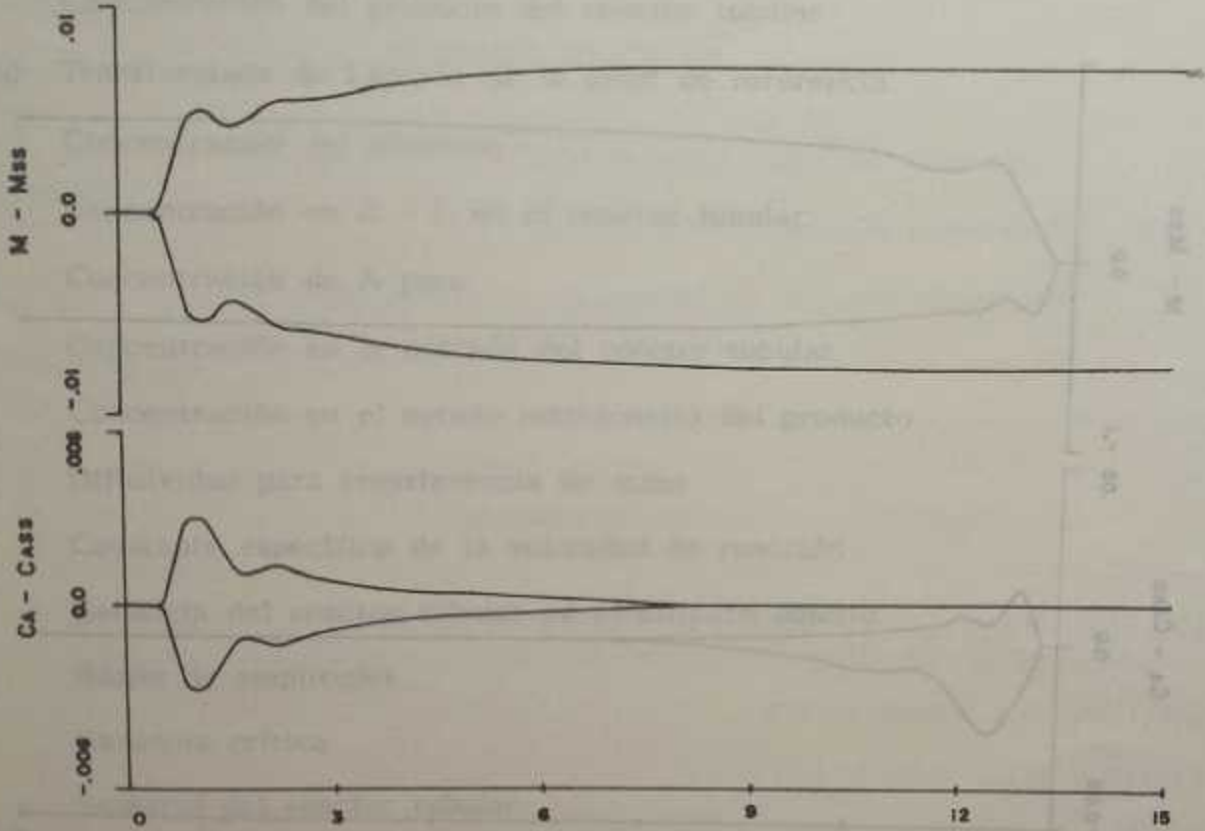


FIGURA 10 COMPARACION DEL CONTROLADOR PI CONTINUO Y DEL CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO PARA CAMBIOS DEL 10% EN CAD

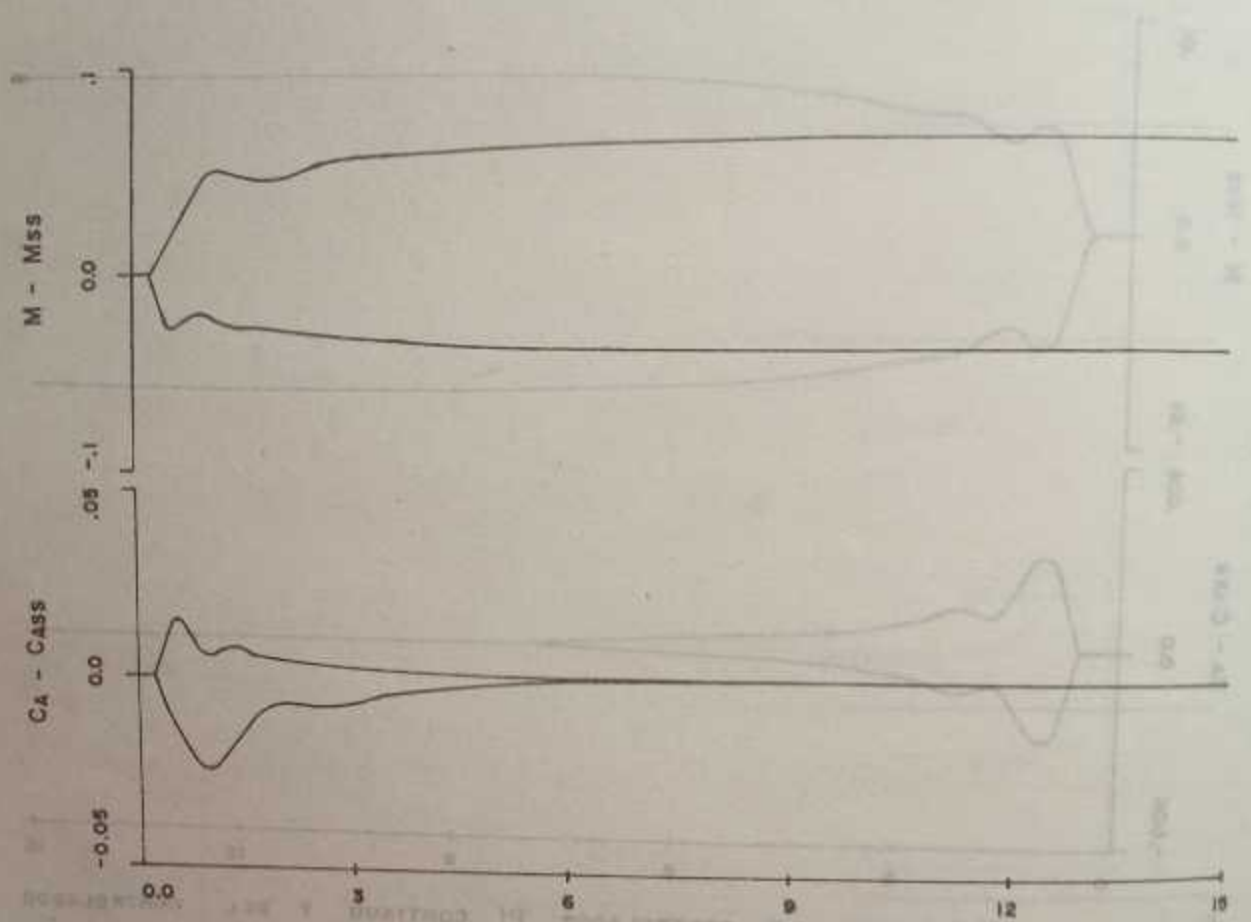


FIGURA II COMPARACION DEL CONTROLADOR PI CONTINUO Y EL CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO PARA CAMBIOS DEL 50% EN  $F_d$

## LISTA DE SIMBOLOS

A	Reaccionante
$A_S$	Area de flujo del reactor tubular
B	Producto de la reacción química
$B(s)$	Función de transferencia del controlador
$C_A$	Concentración del producto del reactor tubular
$C_A^{ref}(s)$	Transformada de Laplace de la señal de referencia
$C_{AD}$	Concentración del alimento
$C_{AL}$	Concentración en $Z = L$ en el reactor tubular
$C_{AM}$	Concentración de A puro
$C_{AO}$	Concentración en la entrada del reactor tubular
$C_{AS}$	Concentración en el estado estacionario del producto
$D_A$	Difusividad para transferencia de masa
K	Constante específica de la velocidad de reacción
$K_P$	Ganancia del reactor tubular en el circuito abierto
$K_{P0}$	Razón de amplitudes
$K_u$	Ganancia crítica
L	Longitud del reactor tubular
M	Variable manipulable
n	Razón entera de $\tau_D$ a $T_S$
RR	Razón de la ganancia del controlador digital adaptativo a $K_u$
s	Variable de la transformada de Laplace
t	Tiempo
v	Velocidad
X	Abcisa en el plano Z
X'	Abcisa en el plano S

Y	Ordenada en el plano Z
Y'	Ordenada en el plano S
Z	Variable en la transformada Z o longitud
Z	Transformada en el dominio de Z

### SIMBOLOS GRIEGOS

$\alpha$	Parámetro del controlador digital
$\beta$	Parámetro del controlador digital
$\tau_I$	Constante integral de tiempo de un controlador PI
$\tau_D$	Tiempo muerto

### REFERENCIAS

1. LUYBEN, W.L. Process Modeling, Simulation and Control For Ch. Eng., Mc Graw Hill, 1973, pp. 22.
2. LUYBEN, W.L. Ibid, p. 470.
3. LUYBEN W.L. Ibid, p. 518
4. ZIEGLER, J.G. and N.B. NICHOLS. Optimum Settings for automatic controllers Trans. of Tae A.S.M.E., July 1953, p. 762.