

# COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE ASIGNACIÓN A REDES PARA DISTINTOS VOLÚMENES DE TRÁNSITO

## COMPARISON OF TRAFFIC ASSIGNMENT METHODS FOR DIFFERENT TRAFFIC VOLUMES

---

**LUIS GABRIEL MÁRQUEZ DÍAZ**

*Magíster en Ingeniería con énfasis en Transporte*

*Escuela de Transporte y Vías*

*Grupo de Investigación y Desarrollo en Planeación y Operación del Transporte – GIDPOT*

*Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia*

*lgmarquezd@gmail.com*

**HENRY JAIMES MONSALVE**

*Candidato a Magíster en Ingeniería con énfasis en Transporte*

*Grupo de Investigación y Desarrollo en Planeación y Operación del Transporte – GIDPOT*

*Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia*

*hjaimesm@hotmail.com*

*Fecha de Recibido: 04/02/2010*  
*Fecha de Aprobación: 26/05/2010*

### RESUMEN

Este artículo presenta los resultados obtenidos a partir de la experimentación con distintos métodos de asignación de tránsito en una red prototipo para distintos volúmenes de tránsito. La experimentación generó 21 simulaciones resultantes de la aplicación de 7 métodos de asignación y 3 niveles de tránsito. Los métodos de asignación utilizados son: todo o nada, estocástico, capacidad restringida, asignación incremental, equilibrio de usuario, equilibrio estocástico y sistema óptimo. Las matrices utilizadas son: una matriz densa, una matriz media y una matriz semivacía. Los resultados obtenidos demuestran que en ausencia de congestión es indiferente la utilización de uno u otro método de asignación ya que los resultados convergen al equilibrio óptimo del sistema.

**PALABRAS CLAVE:** Métodos de asignación de tránsito, equilibrio en redes, redes sin congestión.

### ABSTRACT

Experimenting with different methods of traffic assignment is presented, using prototype network traffic. 21 simulations were performed, using seven methods of allocating three levels of traffic. We use the following traffic assignment methods: All-or-Nothing Assignment, Stochastic Assignment, Incremental Assignment, Capacity Restraint, User Equilibrium, Stochastic User Equilibrium and System Optimum Assignment. We use three kinds of matrixes: a dense, half and half empty. In networks that are not congested, the results show that is indifferent to use one or another traffic assignment method, as the results converge to the system optimum assignment equilibrium.

**KEY WORDS:** Traffic assignment methods, equilibrium assignment networks, not congested networks.

### 1. INTRODUCCION

La planeación del transporte es un proceso que implica el análisis del patrón actual de viajes y su pronóstico, para determinar indicadores del uso de la infraestructura de

transporte que permitan tomar decisiones a futuro [1]; normalmente este proceso se basa en el modelo clásico de planificación del transporte, que es presentado como una secuencia de cuatro sub-modelos: generación de viajes, distribución, partición modal y asignación [2];

los tres primeros sub-modelos están relacionados con el pronóstico de la demanda de viajes, mientras que el sub-modelo de asignación de viajes se usa para estimar los flujos vehiculares en una red, tomando como insumo la demanda de viajes, convenientemente representada por una matriz origen – destino (O-D), y considerando características propias de los arcos tales como el tiempo (costo) de viaje o cualquier otra variable de impedancia que permita modelar el costo de las rutas alternativas que podrían ser utilizadas [3].

Los métodos más sencillos de asignación no se basan en el equilibrio pero son de gran utilidad ya que su uso iterativo permite encontrar soluciones razonables con menos esfuerzo que el requerido por otros métodos más complejos que exigen la estimación de parámetros como la capacidad y los coeficientes de las funciones volumen-demora. El método de asignación todo o nada es el más simple de todos, ya que los flujos son asignados a la ruta más corta que conecta cada par O-D; la búsqueda de las rutas más cortas se hace con el algoritmo de Dijkstra [4]; dicho modelo no es muy real pues plantea que solo es usado un camino entre cada par O-D y ni siquiera son usados otros caminos con el mismo tiempo de viaje o costo. De otra parte, el método de asignación estocástica distribuye los flujos entre múltiples caminos alternativos que conectan los pares O-D, la proporción de viajes que es asignada a cada camino particular es igual a la probabilidad de elegir ese camino; el algoritmo que resuelve este método es conocido en la literatura como el algoritmo de Dial, cuyo procedimiento implementa el modelo Logit de elección de ruta con parámetro  $\theta$  [5]; este método de asignación no emplea todas las rutas posibles, pero asigna viajes a todos los arcos considerados razonables, es decir, aquellos por medio de los cuales se aleja del origen y se acerca al destino.

El método de asignación incremental asigna la matriz O-D en varias etapas; en cada etapa, una porción fija del total de la demanda es asignada, con base en el algoritmo todo o nada, después de cada etapa, los tiempos de viaje en cada arco son recalculados con base en los volúmenes asignados a cada arco [6]; la asignación incremental está influenciada por el orden en que son asignados los flujos O-D, lo que produce sesgos adicionales en los resultados.

Finalmente, el método de asignación con restricción de capacidad permite aproximarse a una solución de equilibrio mediante la iteración entre asignaciones todo o nada, recalculando los tiempos en función de la relación existente entre el volumen asignado y la capacidad; este método presenta el problema de que sus resultados dependen fuertemente del número de iteraciones que se ejecuten.

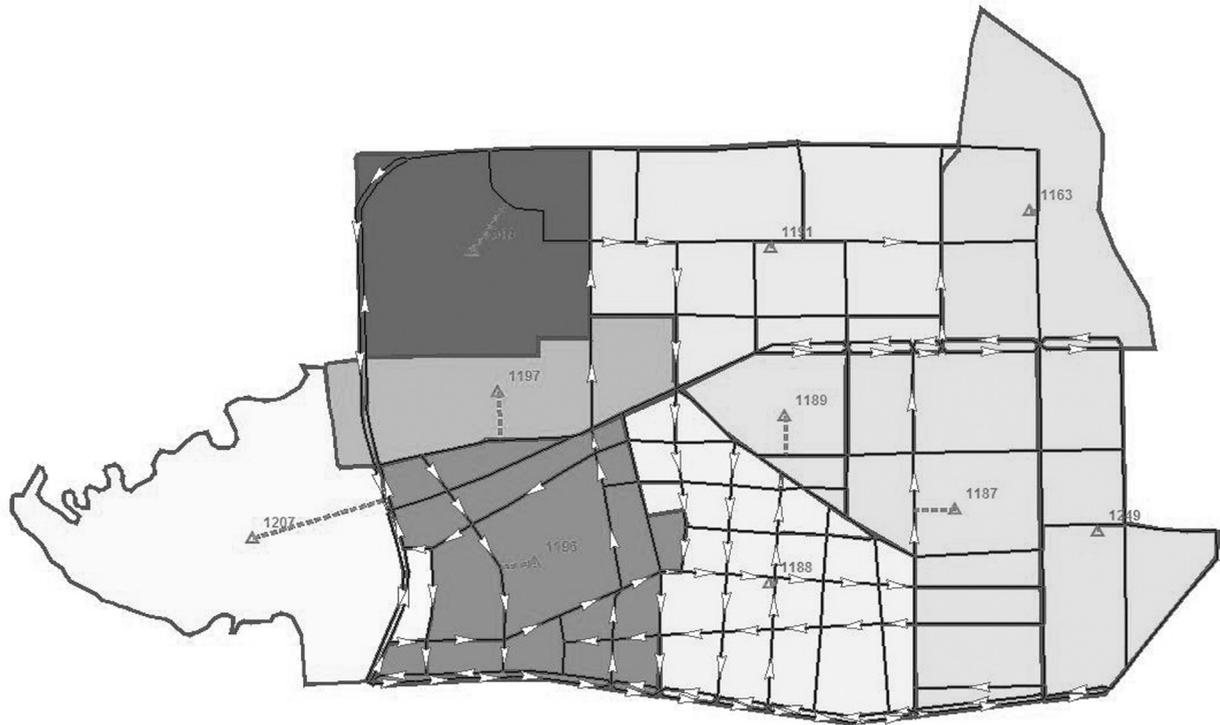
Otros métodos más complejos incluyen el efecto de la congestión, según el cual, a medida que crece el volumen de tráfico, la velocidad promedio de los arcos tiende a decrecer, primero lentamente y luego de manera mas significativa [7]. La asignación de equilibrio de usuario utiliza un proceso iterativo para alcanzar una solución convergente, en la cual no es posible mejorar el tiempo de viaje al cambiar de ruta; en cada iteración, los flujos en los arcos de la red son computados incorporando el efecto de las restricciones de capacidad y la dependencia entre el tiempo o la demora y el volumen de tráfico; el problema de equilibrio de usuario es resuelto aplicando el algoritmo de Frank-Wolfe.

Para terminar, el método de asignación óptimo del sistema minimiza el tiempo total de viaje de la red; este método tiene gran aplicación en el análisis de sistemas inteligentes de transporte ya, que desde el punto de vista del comportamiento del usuario este método no resulta muy realista.

Puede verse claramente que son diversos los métodos básicos de asignación disponibles para modelar la utilización de los arcos en una red de transporte, sin embargo, en la práctica no resulta elemental decidir cuándo utilizar uno de estos métodos para abordar un problema en particular; es por esta razón que se experimentará con un modelo de red para evaluar el resultado de los métodos de asignación con distintos volúmenes de tránsito.

## 2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En el desarrollo de la investigación se utilizó una pequeña red conformada por 119 arcos de doble sentido de circulación y 110 arcos unidireccionales, que dan conectividad a un área conformada por 10 zonas; cada zona se conectó a un nodo de la red por medio de un arco conector que parte del centroide, Figura 1.



**Figura 1.** Red utilizada en la modelación.

La red utilizada y la zonificación fueron extraídas de una pequeña área del modelo de transporte utilizado por la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, en el estudio de reestructuración de rutas urbanas del municipio de Barrancabermeja. Cada arco de la red se caracterizó a través de su longitud, capacidad y tiempo de viaje a flujo libre, con base en los datos disponibles en el estudio de reestructuración de rutas antes referido; las avenidas de doble calzada fueron representadas con arcos duales para diferenciar mejor los flujos asignados.

Para representar la demanda se diseñaron tres matrices de viajes: una matriz densa que contiene 36 181 viajes, una matriz media con el 60% de los viajes de la matriz densa y una matriz semi-vacía con solo 20% de la matriz inicial. En estas matrices se conservó una adecuada variación entre los viajes atraídos y producidos por cada zona; algunas zonas se caracterizaron como centros atractores de viajes, otras se tomaron como centros generadores de viajes, mientras que otras zonas se plantearon como zonas mixtas.

La zonificación, la red vial y las matrices de viajes fueron codificadas en TRANSCAD; los viajes contenidos en cada una de las tres matrices fueron asignados a la red

utilizando varios métodos soportados por el software de modelación; en todos aquellos casos en los que se requerían parámetros de calibración, se utilizaron los valores sugeridos por el software (Tabla 1); estos parámetros, que determinan la manera como se evalúan los costos en la red, fueron definidos de forma global para el sistema, es decir que en todos los arcos de la red se toman los mismos parámetros.

En primer lugar se utilizaron métodos que no son basados en el equilibrio, tales como asignación todo o nada, asignación estocástica, asignación con restricción de capacidad y asignación incremental; posteriormente fueron utilizados métodos de equilibrio: asignación de equilibrio de usuario, asignación estocástica de equilibrio de usuario y óptimo del sistema. En los dos métodos estocásticos que se utilizaron, se tomó el mismo valor de  $\theta$  [5] para que la comparación sea consistente.

Para cada método y cada tamaño de matriz fueron calculados indicadores como: costo total del sistema, número total de arcos utilizados, flujo promedio asignado a cada arco y desviación estándar del flujo asignado.

Tabla 1. Parámetros de los métodos de asignación utilizados

Método	Parámetro	Valor
Todo o Nada	Ninguno	No aplica
Estocástico	$\theta$	5.00
Capacidad restringida	$\alpha$	0.15
	$\beta$	4.00
Asignación incremental	$\alpha$	0.15
	$\beta$	4.00
	Incrementos	40 30 20 10
Equilibrio de usuario	$\alpha$	0.15
	$\beta$	4.00
Equilibrio estocástico	$\alpha$	0.15
	$\beta$	4.00
	Error	5.00
	Distribución	Normal
Sistema óptimo	$\alpha$	0.15
	$\beta$	4.00

Para comparar las diferencias de flujos asignados por cada método se calculó el %RMSE (*Root Mean Square Error*), que es una buena medida de comparación entre distintas distribuciones de flujos (Ecuación 1); teóricamente, un valor de RMSE igual a 0 indica que las dos distribuciones de datos comparadas son idénticas.

$$\%RMSE = \sqrt{\frac{\sum_j (f_j^M - f_j^O)^2}{\sum_j f_j^O}} \cdot \frac{m-1}{m} \cdot 100 \quad (1)$$

Donde  $f_j^M$  es el flujo asignado por el modelo  $M$  en el arco  $j$ ,  $f_j^O$  es el flujo asignado por el modelo  $O$  que se toma como base de comparación y  $m$  es el número de arcos comparados.

Con respecto a las diferencias de costos encontradas en cada método de asignación utilizado se hizo también un análisis comparativo.

### 3. RESULTADOS

Con la aplicación de cada método de asignación para cada nivel de tránsito ( $7 \times 3 = 21$  asignaciones simuladas) se obtuvo el cargamento de la red y los parámetros de desempeño del sistema sobre la red prototipo; se encontró que los flujos asignados a los arcos varían con el método utilizado y con la cantidad de viajes de las matrices en estudio. A manera de ilustración, la Figura 2 presenta el cargamento de la red obtenido con la aplicación del método todo o nada para la matriz densa.

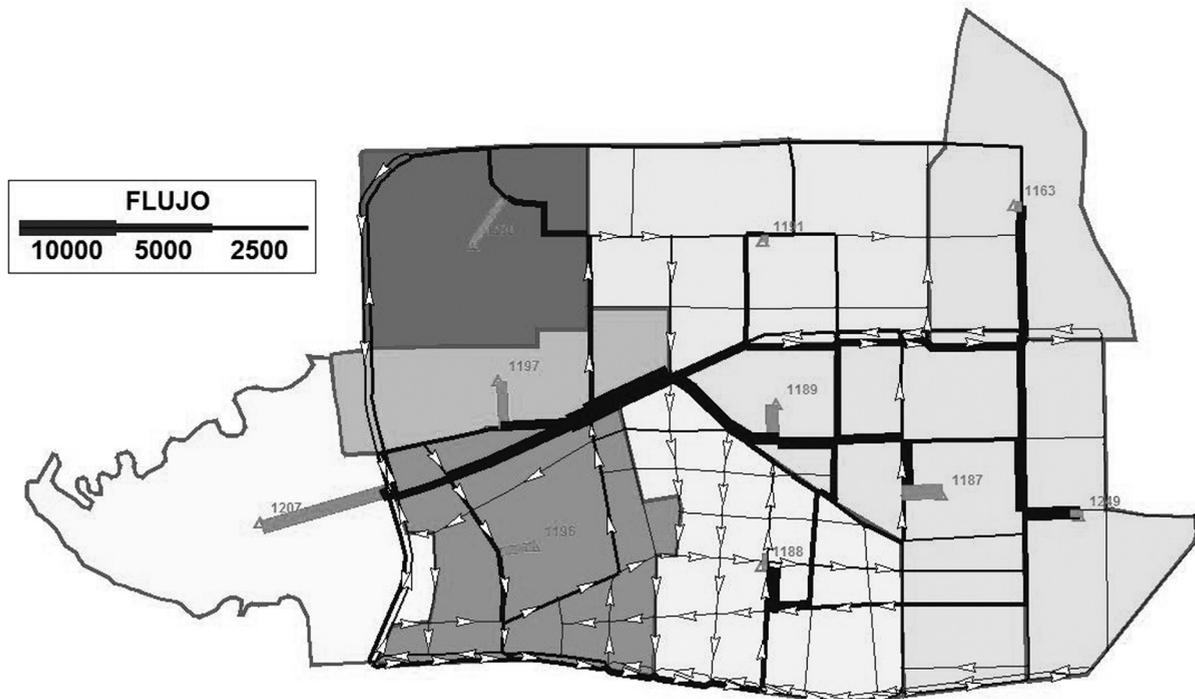


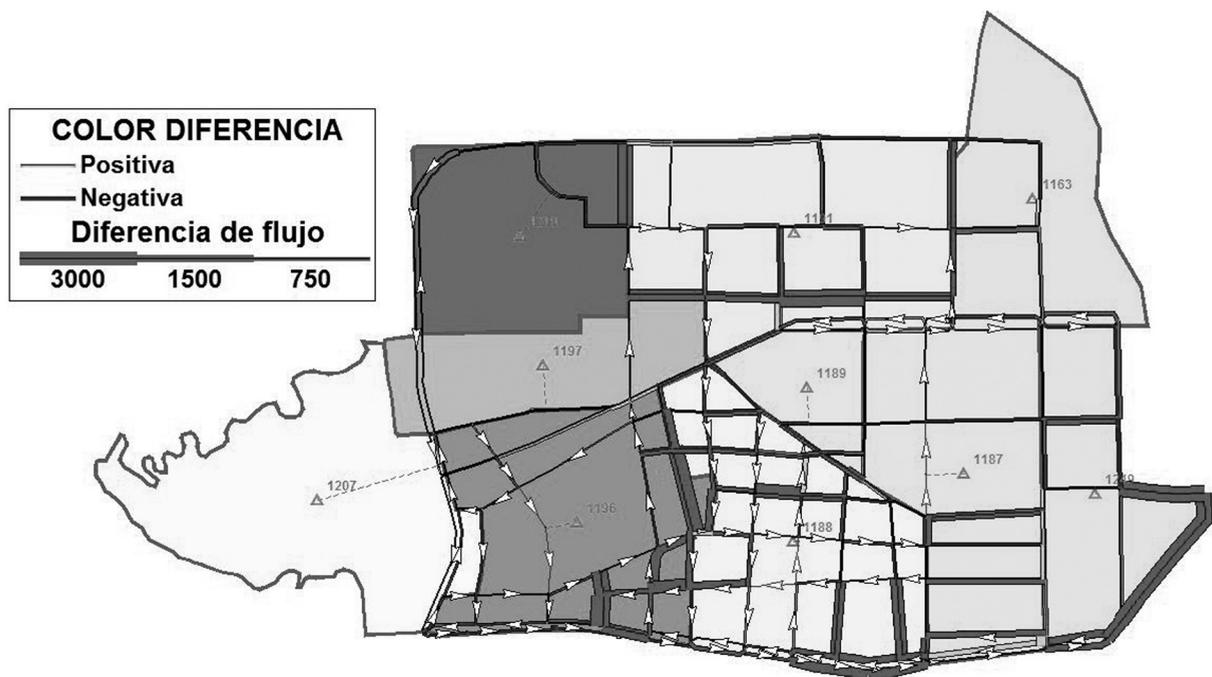
Figura 2. Asignación todo o nada matriz densa

En esta figura, el grosor de cada arco representa la magnitud del flujo; se puede observar que, debido a la naturaleza del método de asignación utilizado, a pesar de hacer el cargamento con la matriz densa, algunos arcos de la red no recibieron cargamento alguno, mientras que en aquellos arcos que son comunes a las rutas más cortas entre cada par O-D el cargamento de viajes es ciertamente superior a los demás; gráficas similares fueron obtenidas para los demás casos simulados.

Para apoyar el análisis gráfico realizado se elaboraron mapas de diferencias de flujos, mostrando mediante

convenciones las diferencias positivas o negativas, tal como se muestra en la Figura 3 que contiene un mapa de diferencias entre el método de equilibrio óptimo del sistema con respecto al equilibrio de usuario.

Se puede ver cómo algunas rutas más atractivas desde la óptica de los usuarios son abandonadas para tomar unos caminos más costosos, pero que finalmente ayudan a encontrar el óptimo social. La significancia estadística de estas diferencias se comprueba posteriormente con el cálculo del RMSE.



**Figura 3.** Diferencias de flujo equilibrio de usuario – Óptimo del sistema, Matriz densa.

La Tabla 2 presenta para cada uno de los escenarios analizados el costo total, el número de arcos utilizados, el flujo promedio por arco y la desviación estándar del flujo asignado; para cada método se registran tres

valores por indicador, el primero se obtuvo a partir de los datos de la matriz densa, el segundo corresponde a la matriz media y el último representa los resultados de la matriz semivacia.

**Tabla 2.** Indicadores de los métodos de asignación para distintos volúmenes.

Método	Costo Total	Arcos usados	Flujo medio por arco	Desviación del flujo asignado
Todo o Nada	77 626	145	1 796	2 648
	46 575	145	1 078	1 589
	15 525	145	359	530
Estocástico	80 515	197	1 834	2 411
	48 309	197	1 101	1 446
	16 103	197	367	482
Capacidad restringida	104 981	171	1 824	2 243
	49 454	156	1 078	1 495
	15 543	145	359	530
Asignación incremental	110 252	174	1 806	2 419
	50 021	156	1 078	1 538
	15 543	145	359	530
Equilibrio de usuario	103 978	178	1 813	2 225
	49 525	153	1 093	1 503
	15 543	145	359	530
Equilibrio estocástico	104 591	184	1 822	2 245
	49 439	163	1 086	1 476
	15 561	155	366	517
Sistema óptimo	103 740	178	1 845	2 210
	49 298	161	1 083	1 443
	15 543	145	359	530

### 3.1. Costos

Se encontró que a medida que el volumen de viajes asignado disminuye, los costos de la red obtenidos después de ejecutar cada método de asignación también decrecen hasta llegar a un valor en el que prácticamente todos los métodos convergen a la solución de equilibrio óptimo del sistema; en el caso de la matriz semivacía, únicamente los costos obtenidos con los métodos de asignación estocásticos difieren de los demás por la manera como el algoritmo de asignación incorpora el efecto estocástico en la percepción del costo de viaje.

Los métodos que no consideran el efecto de la congestión producen los menores costos debido a que los costos (tiempos) de la red no se recalculan con base en ninguna función de volumen-demora, sino que se totalizan los costos iniciales bajo el supuesto de no considerar el efecto de la congestión.

Como el método de equilibrio óptimo del sistema describe la estructura de flujos que es óptima desde el punto de vista social (o de la operación del sistema en su conjunto), su costo se tomó como referencia

para comparar los demás métodos estudiados, tal y como se muestra en la Tabla 3, permite ilustrar mejor cómo todos los métodos utilizados, a excepción de los métodos estocásticos, tienden a una solución de equilibrio cuando el volumen de la matriz de viajes es pequeño; sin embargo, se encuentra que la matriz densa asignada a la red con el método incremental produce las mayores diferencias.

### 3.2. Arcos

El número de arcos utilizados es otra medida de desempeño que permite hacer comparaciones entre los resultados de cada método de asignación.

Con excepción de los métodos de asignación estocástico y todo o nada, en todos los otros métodos el número de arcos utilizados disminuyó en la medida que se redujo el volumen de tránsito contenido en la matriz; en el caso de los métodos todo o nada y estocástico se encontró que el número de arcos utilizados es independiente del tamaño de la matriz; en cambio, en los métodos de equilibrio y en aquellos que se aproximan al equilibrio, existe una relación directa entre el número de arcos utilizados y la cantidad de viajes de la matriz. Sin embargo, al calcular el coeficiente de correlación entre estas dos variables se encontró un valor de 0.359.

### 3.3. Flujos

En la Tabla 4 están las diferencias de flujos expresadas como porcentaje de la raíz de los errores medios al cuadrado (%RMSE), resultantes de comparar un método en particular con los restantes. Normalmente los valores del %RMSE se encuentran entre el 10% y el 100%; una diferencia del 10% describe flujos que son muy similares entre un método y otro, mientras que valores cercanos al 100% son indicativos de grandes diferencias entre los flujos asignados.

A excepción de los métodos de asignación estocásticos, se encontró que las diferencias de flujos son directamente proporcionales al volumen de la matriz de viajes, hasta el punto que para la matriz semivacía el resultado de cualquier método de asignación es el mismo, es decir el %RMSE es igual a cero; entre los métodos de asignación todo o nada y estocástico el %RMSE es constante e independiente del volumen de tránsito; adicionalmente, se encontró que para la matriz densa los métodos de equilibrio de usuario, equilibrio estocástico y capacidad restringida, describen flujos que son muy similares, con diferencias cercanas al 10%. La mayor diferencia de flujos se obtuvo para la matriz densa, entre los métodos

todo o nada y óptimo del sistema, con 63.92%; en promedio, el método que presentó menor variación con respecto a los demás fue el de capacidad restringida,

con 24.7% y el que más variación arrojó fue el método de asignación estocástica, con 39.5%.

**Tabla 3.** Diferencias de costos entre los métodos de asignación.

Métodos de Asignación	Todo o Nada	Asignación Estocástica	Capacidad restringida	Asignación incremental	Equilibrio de usuario	Equilibrio estocástico	Sistema Óptimo
Todo o Nada	0	-2 889	-27 355	-32 627	-26 352	-26 965	-26 114
		-1 733	-2 879	-3 446	-2 949	-2 863	-2 723
Asignación Estocástica	2 889	-578	-18	-18	-18	-36	-18
	1 733	0	-24 467	-29 738	-23 463	-24 076	-23 225
Capacidad restringida	578	24 467	560	560	560	542	560
	27 355	1 146	0	-5 271	1 004	390	1 241
Asignación incremental	2 879	1 146	0	-567	-70	16	156
	18	-560	0	0	0	-18	0
Equilibrio de usuario	32 627	29 738	5 271	0	6 275	5 661	6 513
	3 446	1 712	567	0	496	583	723
Equilibrio estocástico	18	-560	0	0	0	-18	0
	26 352	23 463	-1 004	-6 275	0	-613	238
Sistema óptimo	2 949	1 216	70	-496	0	86	227
	18	-560	0	0	-18	0	0
Equilibrio de usuario	26 965	24 076	-390	-5 661	613	0	851
	2 863	1 130	-16	-583	-86	0	141
Equilibrio estocástico	36	-542	18	18	18	0	18
	26 114	23 225	-1 241	-6 513	-238	-851	0
Sistema óptimo	2 723	989	-156	-723	-227	-141	0
	18	-560	0	0	0	-18	0

#### 4. DISCUSIÓN

Los resultados encontrados son consistentes con la teoría subyacente a cada método de asignación, tanto

en los costos encontrados como en el número de arcos utilizados y los flujos asignados a los arcos.

**Tabla 4.** Diferencias de flujos para distintos volúmenes (% RMSE).

Métodos de Asignación	Todo o Nada	Asignación Estocástica	Capacidad restringida	Asignación incremental	Equilibrio de usuario	Equilibrio estocástico	Sistema óptimo
Todo o Nada	0	44.23	61.40	32.36	59.88	58.03	63.92
		44.23	31.85	12.39	50.47	44.38	46.28
Asignación Estocástica	44.23	44.23	0	0	0	45.93	0
	44.23	0	42.46	28.73	41.13	37.29	42.89
Capacidad restringida	61.40	44.23	33.14	35.67	40.35	28.56	31.13
	31.85	42.46	43.31	43.31	43.31	43.24	43.31
Asignación incremental	0	32.36	0	32.14	11.01	12.97	19.49
	32.36	33.14	0	22.29	28.83	29.64	29.94
Equilibrio de usuario	59.88	43.31	0	0	0	45.93	0
	50.47	28.73	32.14	0	31.46	29.09	35.12
Equilibrio estocástico	0	43.31	0	0	42.30	34.41	34.72
	58.03	41.13	11.01	31.46	0	45.93	0
Sistema óptimo	44.38	40.35	28.83	42.30	0	29.83	34.36
	45.93	43.31	0	0	11.06	45.93	0
Equilibrio de usuario	63.92	37.29	12.97	29.09	11.06	0	16.02
	46.28	28.56	29.64	34.41	29.83	0	22.81
Equilibrio estocástico	0	43.24	45.93	45.93	45.93	16.02	45.11
	43.31	42.89	19.49	35.12	18.43	0	0
Sistema óptimo	46.28	31.13	29.94	34.72	34.36	22.81	0
	0	43.31	0	0	0	45.11	0

Es verosímil que los costos del equilibrio de usuario obtenidos con la matriz semivacía sean iguales a los costos del equilibrio óptimo del sistema, ya que, si bien es cierto que los resultados correspondientes al primero y segundo principio de Wardrop son generalmente distintos, en ausencia de congestión ambos principios son equivalentes; corroborando lo dicho, en los demás niveles de tránsito, es decir con las matrices densa y media, el costo relacionado con el segundo principio Wardrop es menor al costo asociado al primer principio de Wardrop, debido a que el efecto de la congestión incide en la óptima asignación.

Con respecto a los métodos estocásticos, es natural que los resultados dependan fuertemente del valor asumido para su parámetro  $\theta$ , en este caso para un valor de 5 se encontró que al comparar los resultados con el método todo o nada, éstos difieren más entre mayor sea el volumen de viajes a asignar, lo cual permite suponer que el valor de  $\theta$  utilizado es relativamente pequeño; es de esperar que valores muy grandes de  $\theta$  produzcan resultados cercanos a la asignación todo o nada, mientras que valores pequeños generan la utilización de más arcos.

Es correcto que el número de arcos utilizados por los métodos todo o nada y estocástico sea constante e independientes del volumen de viajes asignado, ya que el primero utiliza únicamente los caminos más cortos entre cada par O-D y el segundo usa tan solo aquellas rutas que se suponen razonables; en ambos casos, debido a que no se considera la congestión, la selección de caminos más cortos y de rutas razonables es un problema que se separa del cargamento de los flujos sobre los arcos seleccionados; entonces, siempre que se mantenga al menos un viaje entre cada par O-D, se debe esperar que el número de arcos utilizado sea el mismo.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se experimentó con distintos métodos de asignación de tránsito, haciendo uso de tres matrices con diferentes volúmenes de tránsito sobre una red prototipo. Se ha demostrado que en ausencia de congestión resulta indiferente la utilización de uno u otro método de asignación, ya que los resultados convergen al equilibrio óptimo del sistema, excepto en los métodos estocásticos; la simulación realizada brinda evidencia que la elección del método a utilizar en un estudio específico dependerá en principio del volumen de viajes y del nivel de detalle que se pretenda, lo cual puede estar condicionado al presupuesto disponible.

Como resultado de este trabajo se recomienda desarrollar otro proceso experimental con la misma red prototipo, en el cual se hagan simulaciones con métodos estocásticos de asignación, distintos volúmenes de tránsito y diferentes valores de  $\theta$ , para determinar cuándo un valor de  $\theta$  produce soluciones cercanas a cada método de asignación. De manera preliminar se puede decir que la determinación del parámetro  $\theta$  para la asignación con los métodos estocásticos debe considerar el volumen de viajes a asignar; si se espera congestión en la red deben ser utilizados valores de  $\theta$  pequeños, pero si el volumen de tránsito a asignar no es suficiente como para considerar el efecto de la congestión, se deben utilizar valores de  $\theta$  grandes.

## 6. REFERENCIAS

- [1] J.D. Fricker, and R.K. Whitfor, *Fundamentals of Transportation Engineering: A multimodal systems approach*, School of Civil Engineering Purdue University. Prentice Hall, 2004.
- [2] J. de D. Ortúzar, and L. G. Willumsen, *Modelling Transport*. Second Edition, John Wiley & Sons Inc., Chichester, 1995.
- [3] L. Márquez, *Modelación de la Demanda de Transporte con TransCAD*, primera edición, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, 2006, p. 151.
- [4] R. K. Ahuja, T. L. Magnanti, and J. B. Orlin, *Networks flows: Theory, algorithms, and applications*, first edition, Prentice Hall, New Jersey, 1993, p. 108.
- [5] Y. Sheffi, *Urban Transportation Networks: Equilibrium analysis with mathematical programming methods*, first edition, Massachusetts Institute of Technology, Prentice Hall, New Jersey, 1984, p. 313.
- [6] Caliper Corporation, *Travel Demand Modeling with TransCAD 4.8. User's Guide*, Caliper Corporation. Newton, Massachusetts, 2005, p. 162.
- [7] M. Patriksson, *The Traffic Assignment Problem: Models and methods*, Linköping Institute of Technology. Linköping, Sweden, 1994, p. 152.