

# Estimación de parámetros en transformadores monofásicos empleando medidas de tensión y corriente

---

## Parameter estimation in single-phase transformers employing voltage and current measures

Sara Yulieth Bocanegra <sup>1a</sup>, Oscar Danilo Montoya <sup>2,3</sup>, Alexander Molina-Cabrera <sup>1b</sup>

<sup>1</sup> Maestría en Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingenierías, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.  
Correos electrónicos: <sup>a</sup> sara.bocanegra@utp.edu.co, <sup>b</sup> almo@utp.edu.co

<sup>2</sup> Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.  
Orcid: 0000-0001-6051-4925. Correo electrónico: o.d.montoyagiraldo@ieee.org

<sup>3</sup> Laboratorio Inteligente de Energía, Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, Colombia.  
Correo electrónico: omontoya@utb.edu.co

Recibido: 4 mayo, 2020. Aceptado: 24 julio, 2020. Versión final: 16 agosto, 2020.

### Resumen

En este artículo se presenta una metodología para la estimación de parámetros en transformadores de distribución considerando medidas de tensión y corriente mediante un modelo matemático de programación no lineal (PNL). Este modelo de programación es desarrollado a través de la aplicación de las leyes de Kirchhoff al modelo del circuito equivalente del transformador. Para resolver el modelo de PNL resultante se emplea el sistema de modelado algebraico general conocido como GAMS. La metodología de optimización propuesta se desarrolla a manera de tutorial con un ejemplo de implementación el cual corresponde a un transformador monofásico de 20 kVA y una relación de transformación de 8000/240 V. Los resultados numéricos muestran que la estimación paramétrica en transformadores mediante el modelo de PNL propuesto representa adecuadamente el comportamiento eléctrico de estos dispositivos en relación con su funcionamiento para diferentes escenarios de carga a los que se encuentren sometidos. Todas las simulaciones fueron realizadas con la versión 25.1.3 de GAMS licenciado por la Universidad Tecnológica de Bolívar.

**Palabras clave:** estimación paramétrica; optimización matemática; programación no lineal; transformadores de distribución; sistema de modelado algebraico general.

### Abstract

In this article a methodology for estimating electrical parameters in distribution transformer is presented by considering voltage and current measures through the formulation of a nonlinear programming (NLP). This mathematical optimization model is developed by applying the Kirchhoff's laws to the equivalent electric circuit of the transformer. To solve the NLP model the general algebraic modeling system widely known as GAMS is used. The proposed methodology is developed in a tutorial sense by presenting a numerical example that corresponds to a single-phase

ISSN impreso: 1657 - 4583. ISSN en línea: 2145 – 8456, **CC BY-ND 4.0** 

Como citar: S.Y. Bocanegra, O. D. Montoya, A. Molina-Cabrera, “Estimación de parámetros en transformadores monofásicos empleando medidas de tensión y corriente,” *Rev. UIS Ing.*, vol. 19, no. 4, pp. 63-76, 2020, doi: <https://doi.org/10.18273/revuin.v19n4-2020006>

transformer with 20 kVA and a transformation ratio about 8000/240 V. Numerical results show that the parametric estimation in the transformers with the proposed NLP model represents the electrical behavior of these devices adequately considering different load scenarios. All the simulations were carried-out in GAMS version 25.1.3 licensed by Universidad Tecnológica de Bolívar.

**Keywords:** parametric estimation; mathematical optimization; nonlinear programming; distribution transformer; general algebraic modeling system.

## 1. Introducción

### 1.1. Contexto general

Los sistemas de distribución de energía eléctrica corresponden al conjunto de elementos eléctricos interconectados que proveen el servicio de electricidad a los usuarios finales a través del transporte y la transformación de energía eléctrica. Lo anterior considera desde las subestaciones de transmisión y subtransmisión y el uso de redes de media tensión y transformadores [1]. Las redes de distribución, a diferencia de las redes de transmisión presentan generalmente topología radial y tienen pérdidas de energía que pueden oscilar entre el 6 % y el 18 % dependiendo de las prácticas operativas y administrativas de cada una de las distribuidoras [2, 3].

El componente eléctrico que permitió configurar el suministro de energía eléctrica en señal alterna es el transformador [4], que tiene como función principal el cambio del nivel de tensión tanto a salida de los generadores como para disminuir los niveles de tensión que suministrará energía a los usuarios finales [5]. El transformador es la máquina eléctrica más eficiente, y por los valores de los parámetros eléctricos derivados de su forma constructiva, la eficiencia alcanza sus valores máximos con una cargabilidad superior al 60 %. Sin embargo, debido a las variaciones de demanda, existen períodos de baja demanda en donde su eficiencia disminuye dramáticamente, lo que significa que incrementan de manera significativa las pérdidas en estos dispositivos [6]. Un aspecto esencial para determinar las pérdidas eléctricas del transformador es el conocimiento de sus parámetros eléctricos [7], i.e., rama serie y rama paralela equivalente (arreglos de inductancias y resistencias), ya que, con éstos, en condiciones de estado estable (voltaje y frecuencia de alimentación constante) es posible determinar su desempeño eléctrico, i.e., eficiencia, regulación de tensión y factor de potencia [4], pérdidas, entre otros.

La metodología clásica reportada en la literatura científica para determinar los parámetros eléctricos en transformadores corresponde a las pruebas de circuito abierto y cortocircuito [4]; sin embargo, esto sólo es viable en transformadores que se encuentran en stock [8].

Además, se requieren de fuentes controladas de inyección de tensión y corriente constante, lo cual para transformadores de gran potencia y tensión sólo está disponible en laboratorios especializados [9]. Por lo anterior, a los transformadores de distribución en campo (a lo largo del sistema de distribución) no se les puede aplicar esta metodología, ya que implicaría desconexión de usuarios y por consecuencia, penalizaciones en la prestación del servicio [10].

Lo anterior implica que los operadores de red deben contar con herramientas alternativas para ajustar los modelos eléctricos de las redes de distribución en relación con sus transformadores [11]. Especialmente, se debe modelar aquellos transformadores que llevan operando de manera continua durante largos períodos de tiempo, y que por condiciones de desgaste pueden haber variado sus características eléctricas de diseño; ya que estos influyen significativamente en las pérdidas totales del sistema de distribución, por tanto, requieren de planes de mantenimiento y reposición, con el fin de mejorar indicadores de eficiencia eléctrica exigidos por los entes reguladores de servicio [12]. Es importante mencionar, que estas alternativas deben, por supuesto, brindar la posibilidad de ser implementadas directamente en campo y con la menor interferencia posible en la prestación del servicio.

### 1.2. Motivación

Para garantizar una representación eléctrica adecuada de los transformadores en las redes de distribución de energía en los cuales no se conocen sus parámetros eléctricos debido a la reducción en su vida útil, en este trabajo de investigación se propone una estrategia de obtención de parámetros eléctricos del transformador que usa modelo matemático de optimización para representar el problema. Esta estrategia sólo emplea medidas de tensión y corriente [7]. La ventaja fundamental es que estas medidas pueden ser tomadas en el sitio de instalación del transformador y no requiere de interrupciones del servicio ni traslado del dispositivo a laboratorios especializados [13]. En este sentido, la motivación fundamental de este trabajo radica en la posibilidad de entregar a las empresas distribuidoras de energía herramientas útiles y de fácil implementación

para actualizar los modelos eléctricos de los transformadores que están conectados a sus redes [5].

La actualización de los parámetros eléctricos de los transformadores de distribución podrá dar indicativos sobre la necesidad de reemplazar estos dispositivos [11]; así como implementar estrategias de mantenimiento, reposición de equipos y de intervención de los activos. Así, se tiene la base de modelado para minimizar las pérdidas de energía reconocidas por los entes reguladores (Comisión de Regulación de Energía y Gas, i.e., CREG, en el caso de Colombia) y posiblemente obtener beneficios vía facturación [14].

### 1.3. Revisión del estado del arte

En la literatura especializada el problema de estimación paramétrica en transformadores ha sido estudiado con diferentes métodos de optimización. Algunos de estos se presentan a continuación.

Los autores de [15] presentan un algoritmo de optimización conocido como búsqueda de bacterias para determinar los parámetros internos del modelo equivalente del transformador. Los resultados se validan en un único sistema de prueba y son comparados con los métodos clásicos que emplean pruebas de circuito abierto y cortocircuito. En [13] se presenta una metodología en tiempo real para la estimación paramétrica en transformadores monofásicos considerando medidas de tensión y corriente de entrada y salida a través de un sistema implementado en la plataforma LABVIEW, con estas medidas se plantea un modelo en ecuaciones diferenciales que se resuelve de manera algorítmica con resultados que oscilan entre el 5 % y el 10 % con relación a los valores reales hallados en las pruebas clásicas. Los autores de [11] presentan una metodología de diseño de transformadores monofásicos de media tensión desde el punto de vista constructivo, considerando como parámetros de entrada las características eléctricas de transformadores existentes. Para la solución se emplea un conjunto no lineal de ecuaciones que se resuelve de manera iterativa. Los resultados obtenidos son comparables con las características geométricas reales y permiten perfeccionar las prácticas de diseño de las empresas fabricantes de transformadores.

En [7] presentan un método metaheurístico denominado algoritmo de optimización caótica para la estimación de parámetros eléctricos en transformadores monofásicos. El principal aporte de los autores radica en la utilización de medidas de tensión y corriente con las cuales minimizan el error medio cuadrático entre éstas y las salidas del modelo eléctrico equivalente. Los resultados experimentales ratifican la precisión de la metodología

propuesta. Otros enfoques basados en técnicas metaheurísticas han sido propuestos en la literatura especializada, siendo comunes los algoritmos de enjambre de partículas y genéticos [16], así como algoritmos imperialistas y algoritmos gravitacionales [5], entre otros. Estos enfoques son importantes, ya que se centran en la programación secuencial para resolver el problema de estimación paramétrica y garantizan soluciones de buena calidad con fácil implementación en software libre.

Es importante mencionar que el mayor error de estimación en los modelos anteriormente descritos siempre está relacionado con la rama de magnetización, ya que ésta tiene magnitudes usualmente grandes, con lo cual diferencias de  $k\Omega$  interfieren de manera insignificante en el resultado final de minimización [5]; a pesar de éstas diferencias de estimación, el comportamiento eléctrico del sistema se considera adecuado ya que los errores entre las variables eléctricas de entrada y salida (i.e., voltajes y corrientes es mejor al 1 %) [4]. Por otro lado, a diferencia de los trabajos anteriores, los cuales se concentran en el ajuste de técnicas de optimización combinatorial para la solución del modelo de PNL resultante del circuito equivalente del transformador, en este trabajo se propone la descripción detallada del modelo matemático del problema en variable compleja y su equivalente en variable real a manera de tutorial considerando como aporte la inclusión de la relación resistencia-reactancia típicamente reportada por los fabricantes de transformadores de distribución. Además, este modelo se resuelve mediante un paquete de optimización estándar conocido como GAMS, el cual permite introducir temas de optimización concentrándose en el modelado matemático y no en la técnica de solución [17].

### 1.4. Contribuciones

Este trabajo de investigación presenta como principales contribuciones las siguientes:

✓ La presentación de un modelo matemático de programación no lineal para la estimación paramétrica en transformadores de distribución monofásicos considerando medidas de tensión y corriente. Este modelo de PNL considera como función objetivo la minimización del error medio cuadrático entre los valores medidos y los valores calculados, sujeto a las leyes de Kirchhoff y límites máximos y mínimos de las variables a optimizar, i.e., parámetros de resistencia y reactancia del modelo equivalente del transformador. La principal ventaja de este modelo matemático es que incluye la relación reactancia-resistencia típica de transformadores de distribución, y la cual no ha sido

incluida antes en los modelos matemáticos reportados en la literatura especializada.

✓ Es importante destacar que, debido a la naturaleza no lineal y no convexa del modelo matemático de optimización que representa el problema de estimación paramétrica en transformadores, existen múltiples soluciones que garantizan la minimización del error medio cuadrático entre las variables medidas y las calculadas; sin embargo, todos los parámetros resultantes pueden considerarse las soluciones óptimas del problema, ya que representan de manera adecuada el comportamiento eléctrico del transformador para diferentes escenarios de carga.

### 1.5. Organización del documento

El resto de este documento está organizado de la siguiente forma: en la Sección 2 se presenta la formulación matemática del problema de estimación paramétrica en transformadores monofásicos en variable compleja, así como su representación en variable real mediante un modelo de programación no lineal. En la Sección 3 se presenta la metodología de solución propuesta a través de un ejemplo estilo tutorial acerca de la implementación del modelo de PNL desarrollado en la herramienta de optimización matemática GAMS. En la Sección 4 se presentan las principales características de los sistemas de prueba utilizados y que corresponden a transformadores monofásicos típicos en redes de distribución colombianas. En la sección 5 se presentan los resultados numéricos para ambos sistemas de prueba y la validación de los resultados mediante la comparación de las curvas de potencia de entrada calculada con los parámetros estimados y los parámetros de referencia. Finalmente, la Sección 6 presenta las principales conclusiones derivadas de esta investigación, así como los posibles trabajos futuros.



Figura 1. Transformador monofásico típico de media tensión.

## 2. Formulación matemática

En esta sección se presenta la formulación matemática general del problema de estimación paramétrica en transformadores de distribución. El primer modelo se desarrolla en variable compleja, mientras que el segundo modelo corresponde a su representación en variable real. Para el desarrollo de los modelos matemáticos, considérese un transformador monofásico como el presentado en Figura 1 y su modelo equivalente presentado en la Figura 2.

Nótese que el modelo del transformador se compone de cuatro elementos fundamentales [4]:

- ✓ Resistencia y reactancia serie ( $R_p + jX_p$ ) del lado primario que modelan las pérdidas de potencia activa en la resistencia del conductor y las pérdidas de potencia reactiva por dispersión del flujo magnético en el devanado primario.
- ✓ Rama de magnetización ( $R_c \parallel jX_M$ ) que modela las pérdidas de potencia activa por inducción de corrientes parásitas en el material del núcleo y la energía reactiva necesaria para que este sea magnetizado y permita la circulación del flujo magnético.
- ✓ El transformador ideal que, mediante la relación de espiras en los devanados primario y secundario, permite la variación de las magnitudes de tensión y corriente a la entrada y la salida del transformador.
- ✓ La rama serie del lado secundario ( $R_s + jX_s$ ) que modela las pérdidas de potencia activa en la resistencia del conductor y la dispersión de los flujos magnéticos en el devanado secundario.

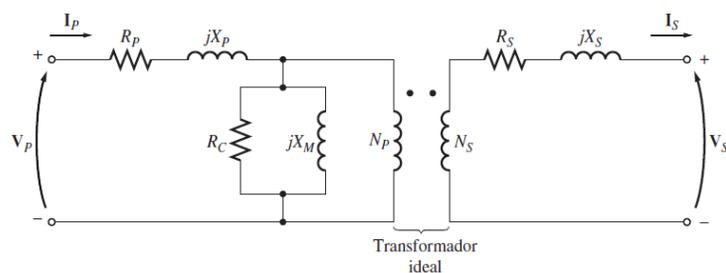


Figura 2. Circuito equivalente del transformador. Fuente: [4].

Con el fin de simplificar el modelo equivalente del transformador (ver Figura 3), se considera que el devanado secundario ha sido referido al primario, y que debido a que la rama de magnetización presenta corrientes despreciables en relación con la corriente nominal, ésta puede ser puesta en paralelo con la fuente de alimentación como se recomienda en [4].

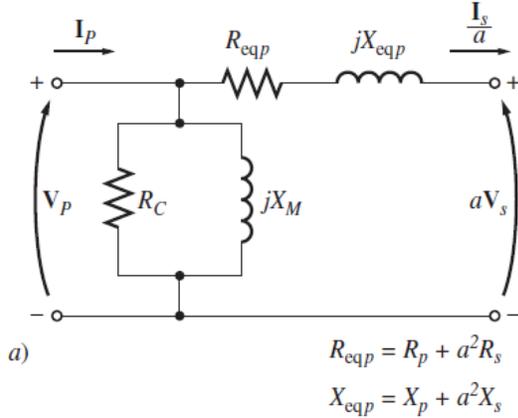


Figura 3. Modelo equivalente del transformador referido al lado primario.

De la Figura 3, por simplicidad se asume que: la corriente del secundario vista en el lado primario es  $\frac{I_s}{\alpha}$  donde  $\alpha$  representa la relación de transformación, esta corriente puede escribirse como  $I_{sp}$ . Lo mismo aplica para el voltaje, i.e.,  $V_{sp} = \alpha V_s$ .

## 2.1. Formulación en variable compleja

Para la formulación en variable compleja del equivalente del transformador referido al lado primario presentado en la Figura 3 se aplican las leyes de Kirchhoff a la trayectoria cerrada externa y al nodo de la rama en derivación. Dado que el problema de estimación paramétrica en transformadores de distribución considerando medidas de tensión y corriente se centra en conocer los cuatro parámetros del circuito equivalente de la Figura 2, es decir, resistencias y reactancias equivalente, se propone como función objetivo la minimización del error medio cuadrático ( $Z$ ) para cada una de las variables medidas [7]. Nótese que que está función representa de manera adecuada la estimación paramétrica, ya que es convexa (óptimo global cuando  $Z = 0$ ), por lo cual ha sido ampliamente empleada en la literatura especializada para este tipo de problemas en máquinas eléctricas [5]. La función objetivo del problema se presenta en la Ecuación (1).

$$\begin{aligned} \min z = & \frac{1}{2(I_p^m)^2} (|I_p| - I_p^m)^2 \\ & + \frac{1}{2(I_{sp}^m)^2} (|I_{sp}| - I_{sp}^m)^2 \\ & + \frac{1}{2(V_{sp}^m)^2} (|V_{sp}| - V_{sp}^m)^2, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $I_p^m$ ,  $I_{sp}^m$  y  $V_{sp}^m$  representan los valores medidos de corriente y tensión en los lados primario y secundario del transformador, respectivamente. Además,  $|x|$  representa la magnitud de la variable compleja  $x$ . El conjunto de restricciones para el problema de estimación paramétrica en transformadores de distribución se presenta de (2) a (9).

$$I_{sp} = \frac{V_p}{R_{eqp} + R_L + j(X_{eqp} + X_L)}, \quad (2)$$

$$I_p = I_{sp} + \frac{X_M - jR_C}{R_C X_M} V_p, \quad (3)$$

$$V_{sp} = (R_L + jX_L) I_{sp}, \quad (4)$$

$$R_C^{min} \leq R_C \leq R_C^{max}, \quad (5)$$

$$R_{eqp}^{min} \leq R_{eqp} \leq R_{eqp}^{max}, \quad (6)$$

$$X_M^{min} \leq X_M \leq X_M^{max}, \quad (7)$$

$$X_{eqp}^{min} \leq X_{eqp} \leq X_{eqp}^{max}, \quad (8)$$

$$X_{eqp} - \beta R_{eqp} \geq 0, \quad (9)$$

donde,  $X^{min}$  y  $X^{max}$  corresponden a los límites mínimos y máximos de las variables de decisión del problema, es decir, las reactancias e inductancias del modelo equivalente del transformador reportado en la Figura 3; además, el parámetro  $\beta$  corresponde a la relación reactancia y resistencia típica en transformadores de potencia, siendo estos de naturaleza predominantemente inductiva, i.e.,  $\beta \gg 1$ .

La interpretación del modelo matemático descrito en las ecuaciones (1) a (9) es la siguiente: La expresión (1) corresponde a la función objetivo del problema, la cual ha sido definida como el error medio cuadrático de cada una de las variables de voltaje y corriente estimadas y medidas; nótese que la solución esperada para esta función objetivo es cero, lo cual sucede únicamente cuando las variables medidas y calculadas son estrictamente iguales. La ecuación (2) presenta el cálculo de la corriente de carga en función de los parámetros del transformador, esta se obtiene de realizar la malla externa aplicando la segunda ley de Kirchhoff. La expresión (3) define la corriente de entrada del transformador y que se

obtiene aplicando la primera ley de Kirchhoff al nodo donde está conectada la rama de magnetización y la rama serie (ver Figura 2). En (4) se determina el voltaje de salida aplicado a la carga considerando que esta es un elemento pasivo del tipo RL. Las expresiones (5) a (8) determinan el espacio de solución admisible para los parámetros internos del transformador, en los cuales los valores estimados para la rama serie están en el orden de unos pocos ohmios, mientras que los de la rama de magnetización están en el orden de los kilo-ohmios [4]; la expresión (9) representa la relación entre la reactancia y la resistencia de los devanados del transformador, siendo esta típicamente de naturaleza inductiva.

## 2.2. Formulación general en variable real

El modelo matemático de (1) a (9) se transforma a su equivalente en variable real debido a que los software de optimización comercial como GAMS requieren de esta formulación para poder resolver este problema de optimización. A continuación, se detallan los cálculos necesarios para convertir las expresiones (2) a (4) (que están en variable compleja) a variable real.

La magnitud de un número complejo se puede obtener elevando la parte real e imaginara al cuadrado y posteriormente, sacando su raíz. Por lo tanto, la expresión (2) se puede convertir en una expresión real de la misma forma, quedando:

$$|I_{sp}| = \frac{|V_p|}{\sqrt{(R_{eqp} + R_L)^2 + (X_{eqp} + X_L)^2}} \quad (10)$$

Para convertir la expresión (3) en variable real, se realizan las manipulaciones algebraicas necesarias, tales como: reemplazar, agrupar términos, y operar números complejos, entre otros. La ecuación final en variable real queda definida según (11):

$$|I_p| = \frac{|V_p| \sqrt{A^2 + B^2}}{R_C X_M \sqrt{(R_{eqp} + R_L)^2 + (X_{eqp} + X_L)^2}}, \quad (11)$$

donde, los términos A y B son los siguientes:

$$A = R_C R_{eqp} + R_C R_L - X_M X_{eqp} - X_M X_L,$$

$$B = R_C X_{eqp} + R_C X_L + R_{eqp} X_M + R_L X_M + R_C X_M,$$

Finalmente, haciendo los mismos procedimientos algebraicos para de las ecuaciones (2) y (3), la expresión (4) en variable real toma la forma (12):

$$|V_p| = \frac{|V_p| \sqrt{R_L^2 + X_L^2}}{\sqrt{(R_{eqp} + R_L)^2 + (X_{eqp} + X_L)^2}} \quad (12)$$

El modelo de optimización resultante en variable real se compone de las ecuaciones (1), (5) – (9) y (10) – (12).

## 3. Metodología de solución

Para solucionar el modelo matemático de programación no lineal (PNL) descrito en (1) – (11) que corresponde a la estimación paramétrica en transformadores de distribución, se seleccionó el software de optimización GAMS. Este software es muy utilizado en la literatura especializada porque puede resolver problemas de optimización con múltiples variables. Algunos de los trabajos más relevantes usando este software han sido ubicación de generadores distribuidos en redes AC y DC usando variaciones de carga [18] y [19], despacho óptimo de baterías en redes AC y DC [20, 21] y [22], optimización multiobjetivo de baterías de motores termoacústicos [23], optimización multiobjetivo de sistemas de potencia [24], despacho económico de plantas térmicas [17] y optimización de centrales de generación de energía mediante ósmosis [25], entre otros. La secuencia lógica para la implementación de un modelo matemático en GAMS requiere de los siguientes aspectos [24]:

- ✓ Definir las variables de decisión usando algunas de estas definiciones: *variables*, *variables enteras*, *variables positivas o variables binarias*. La selección del tipo de variable depende de la naturaleza del problema de optimización, es decir, modelo de programación binario, modelo de programación no lineal entero-mixto, entre otros.
- ✓ Definir el conjunto de ecuaciones necesarias usando la palabra reservada *equations*. Primero, los nombres de las ecuaciones son definidos y después, se escriben sus expresiones matemáticas.
- ✓ Seleccionar el nombre del modelo usando la palabra reservada: *MODEL name*.
- ✓ Solucionar el modelo matemático usando los siguientes comandos: *SOLVE name USING* tipo de modelo *MAXIMIZING* o *MINIMIZING* variable de la función objetivo.
- ✓ Usar la palabra reservada *DISPLAY* para ver la solución de las variables de interés.

Para consultar más detalles sobre la implementación de modelos de optimización en GAMS refiérase a la referencia [17].

### 3.1. Ejemplo de implementación

Para ilustrar la metodología propuesta usando el software GAMS, considérense los datos reportados en la Tabla 1, los cuales corresponden a un transformador monofásico de 20 kVA, 8000/240 V y 60 Hz, con  $\beta$  mayor igual a 3.

Tabla 1. Parámetros medidos para el ejemplo de implementación y valores de la carga

Parámetro	Valor	Unidad
$I_p^m$	2.5369	A
$I_{sp}^m$	2.4660	A
$V_{sp}^m$	7891.2811	V
$V_p$	8000	V
$R_L$	3200	$\Omega$
$X_L$	0	$\Omega$

Fuente: [4].

Nótese que en la Tabla 1, cuando el transformador opera en condiciones nominales (i.e., al 100 % de su capacidad de diseño), la carga es completamente resistiva, es por esto por lo que  $X_L$  es cero (Nótese que  $R_L$  y  $X_L$  corresponden a los valores de impedancia asociados con la carga del transformador). Además, se consideran como límites superiores en inferiores para las variables de interés (parámetros del transformador) los que se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Rangos de las variables paramétricas

Parámetro	Lím. Inferior [ $\Omega$ ]	Lím. Superior [ $\Omega$ ]
$R_C$	140000	180000
$X_M$	30000	50000
$R_{eqp}$	30	50
$X_{eqp}$	150	250

La implementación del modelo de optimización para la estimación paramétrica de transformadores monofásicos descrito en (1) – (12), con los parámetros presentados en las Tablas 1 y 2 se presenta en el Algoritmo 1.

En las líneas 3-9 se muestra el conjunto de valores escalares, los cuales corresponden a los valores medidos para el sistema de prueba. Las líneas 12-19 presentan las variables del sistema, definidas como positivas, éstas

corresponden a los parámetros que se desean conocer del sistema y también a los límites en los cuales oscilan algunas variables. Las líneas 27-46 indican las ecuaciones que modelan todo el sistema, es decir, la función objetivo y las restricciones.

```

1  %Codigo parametros del transformador
2  SCALARS
3  Imp Corriente medida del lado 1 /2.5369/
4  Imsp Corriente medida del lado 2 /2.4660/
5  Vmsp Voltaje medido del lado 2 /7891.2811/
6  RL Resistencia de carga /3200/
7  XL Inductancia de carga /0/
8  V1 Voltaje de entrada del lado 1 /8000/
9  Beta Relacion X\R /3/;
10 * % Definicion de variables
11 VARIABLES
12 z Funcion objetivo
13 Rc Resistencia de magnetizacion
14 Xm Reactancia de magnetizacion
15 Reqp Resistencia serie
16 Xeqp Reactancia serie
17 Ip Valor de la corriente 1
18 Isp Valor de la corriente 2
19 Vsp Valor del voltaje del lado 2;
20 * % Limites de las variables
21 Rc.lo = 140000; Rc.up = 180000;
22 Xm.lo = 30000; Xm.up = 50000;
23 Reqp.lo = 30; Reqp.up = 50;
24 Xeqp.lo = 150; Xeqp.up = 250;
25 * % Definicion de los nombres de las ecuaciones
26 EQUATIONS
27 FunObj Funcion objetivo
28 Cor1 Corriente 1
29 Cor2 Corriente 2
30 Vol2 Voltaje 2
31 RelXR Relacion X\R;
32 * % Escritura de las ecuaciones
33 FunObj..z = E = (1/(2 * sqrt(Imp))) * sqrt(Imp - Ip) +
34 (1/(2 * sqrt(Imsp))) * sqrt(Imsp - Isp)
35 + (1/(2 * sqrt(Vmsp))) * sqrt(Vmsp
36 - Vsp);
37 Cor1.. Ip = E = (Vp * sqrt(sqrt(Rc * Reqp + Rc * RL -
38 Xm * Xeqp - Xm * XL) + sqrt(Rc * Xeqp +
39 Rc * XL + Reqp * Xm + RL * Xm + Rc
40 * Xm)))
41 /((sqrt(sqrt(Rc * Xm * (Xeqp + XL))
42 + sqrt(Rc * Xm * (Reqp + RL))));
43 Cor2.. Isp = E = Vp/(sqrt(sqrt(Reqp + RL) +
44 sqrt(Xeqp + XL)));
45 Vol2.. Vsp = E = Vp * sqrt(sqrt(RL) + sqrt(XL))/
46 (sqrt(sqrt(Reqp + RL) +
47 sqrt(Xeqp + XL)));
48 RelXR.. Xeqp - Beta * Reqp = G = 0;
49 * % Solucion del modelo
50 MODEL TRAF0 /all/
51 SOLVE TRAF0 us NLP min z;
52 OPTIONS decimals = 8;
53 * % Impresion de variables
54 DISPLAY Rc.l, Xm.l, Reqp.l, Xeqp.l,
55 z.l, Ip.l, Isp.l, Vsp.l;

```

Algoritmo 1. Implementación en GAMS del problema de estimación paramétrica en transformadores monofásicos.

Finalmente, las líneas 48-53 son los comandos requeridos para resolver el modelo y extraer las variables de interés

En la Figura 4 se puede observar que el valor de la función objetivo es de  $2.64053 \times 10^{-11}$ , es decir, un valor muy cercano a cero, lo que quiere decir que la estimación de las variables de corriente y voltaje en los parámetros del transformador está correcta.

VARIABLE Rc.L	=	159987.8536	Res. mag.
VARIABLE Xm.L	=	39985.3243	React. mag.
VARIABLE Req.L	=	36.8286	Res. serie
VARIABLE Xeq.L	=	217.1347	Reac. serie
VARIABLE z.L	=	2.64053E-11	Fun. objetivo.
VARIABLE Ip.L	=	2.5369	Corriente 1.
VARIABLE Isp.L	=	2.4660	Corriente 2.
VARIABLE Vsp.L	=	7891.2405	Voltaje 2.

Figura 4. Resultados de implementación del Algoritmo 1 en el sistema de ejemplo.

#### 4. Sistemas de prueba

En esta sección se considerarán tres sistemas de prueba de transformadores monofásicos con valores nominales clásicos en el sistema eléctrico colombiano. Nótese que los parámetros de ambos sistemas de prueba han sido adaptados de la referencia [4] donde se trata a profundidad el modelado de transformadores monofásicos.

##### 4.1. Sistema de prueba 1

El primer sistema de prueba corresponde a un transformador monofásico de 45 kVA, relación de transformación de 11400/240 V a 60 Hz, con un coeficiente  $\beta=4.5$ . Los valores medidos y la carga de este sistema de prueba se presentan en la Tabla 3, mientras que los límites superiores e inferiores se reportan en la Tabla 4.

Tabla 3. Parámetros medidos y valores de la carga para el sistema de prueba 1

Parámetro	Valor	Unidad
$I_p^m$	3.9452	A
$I_{sp}^m$	3.8774	A
$V_{sp}^m$	11198.0402	V
$V_p$	11400	V
$R_L$	2888	$\Omega$
$X_L$	0	$\Omega$

Tabla 4. Rangos de las variables paramétricas para sistema de prueba 1

Parámetro	V. Real [ $\Omega$ ]	Lím. Inferior [ $\Omega$ ]	Lím. Superior [ $\Omega$ ]
$R_C$	220000	100000	300000
$X_M$	64500	30000	80000
$R_{eqp}$	45	30	70
$X_{eqp}$	204	100	300

##### 4.2. Sistema de prueba 2

El segundo sistema de prueba corresponde a un transformador monofásico de 112.5 kVA, con una tensión de entrada de 13200/440 V y 60 Hz, y una relación reactancia-resistencia igual a 4. Este transformador trabaja con una carga nominal (impedancia) que tiene un factor de potencia de 0.866 en atraso. Los valores medidos y la carga de este sistema de prueba se presentan en la Tabla 5, mientras que los límites superiores e inferiores se reportan en la Tabla 6.

Tabla 5. Parámetros medidos y valores de la carga para el sistema de prueba 2

Parámetro	Valor	Unidad
$I_p^m$	7.9032	A
$I_{sp}^m$	7.7484	A
$V_{sp}^m$	12000.7485	V
$V_p$	13200	V
$R_L$	1341.3001	$\Omega$
$X_L$	774.4	$\Omega$

Tabla 6. Rangos de las variables paramétricas para el sistema de prueba 2

Parámetro	V. Real [ $\Omega$ ]	Lím. Inferior [ $\Omega$ ]	Lím. Superior [ $\Omega$ ]
$R_C$	252440	200000	400000
$X_M$	68712	40000	100000
$R_{eqp}$	48.5	30	70
$X_{eqp}$	210.8	100	300

#### 5. Validación computacional

Para la implementación del modelo matemático de estimación paramétrica en transformadores monofásicos, se emplea el Algoritmo 1, con la versión 27.2.0 del

software GAMS y el solver BARON. Estas simulaciones son realizadas en un computador personal Intel(R) Core(TM) i3-4005U procesador 1.70GHz. RAM 4Gb, con sistema operativo Windows 10 a 64 bits.

### 5.1. Sistema de prueba 1

En la Figura 5 se presentan los resultados obtenidos al resolver el modelo matemático en GAMS con el solver BARON, el cual tarda en promedio 521 ms para encontrar la solución óptima.

VARIABLE Rc.L	=	230564.3908	Res. mag.
VARIABLE Xm.L	=	57672.3420	React. mag.
VARIABLE Reqp.L	=	45.0342	Res. serie
VARIABLE Xeqp.L	=	203.7252	Reac. serie
VARIABLE z.L	=	2.37849E-11	Fun. objetivo.
VARIABLE Ip.L	=	3.9452	Corriente 1.
VARIABLE Isp.L	=	3.8774	Corriente 2.
VARIABLE Vsp.L	=	11197.9829	Voltaje 2.

Figura 5. Resultados de implementación del sistema de prueba 1.

De la Figura 5 es posible observar que la función objetivo  $Z = 2.37849 \times 10^{-11}$ , lo que en términos prácticos corresponde a un valor mínimo cercano a cero y puede ser considerado la solución óptima del problema. Con respecto a la estimación paramétrica, la resistencia de magnetización es 230564.3908  $\Omega$ , el valor real de ésta es 220000  $\Omega$ , lo cual implica una desviación con respecto al valor real de 4.80 %; la reactancia de magnetización es 57426.8841  $\Omega$ , el valor real de ésta es 64500  $\Omega$ , lo cual implica una desviación con respecto al valor real de 10.59 %; la resistencia serie es 45.3644  $\Omega$ , el valor real de ésta es 45  $\Omega$ , lo cual implica una desviación con respecto al valor real de 0.08 % y finalmente, la reactancia serie es 203.7252  $\Omega$ , el valor real de ésta es 204  $\Omega$ , lo cual implica una desviación con respecto al valor real de 0.13 %.

Adicionalmente, se puede observar según la Figura 5 que la desviación máxima es menor al 11 % y corresponde a la reactancia de magnetización, esta diferencia se puede atribuir a las características no lineales del modelo de optimización planteado, en el cual la presencia de raíces y fracciones hace que existan múltiples combinaciones del parámetro que pueden minimizar la función objetivo.

### 5.2. Sistema de prueba 2

En la Figura 6 se presentan los resultados obtenidos al resolver el modelo matemático en GAMS con el solver

BARON, el cual tarda en promedio 472 ms para encontrar la solución óptima

VARIABLE Rc.L	=	254143.9028	Res. mag.
VARIABLE Xm.L	=	68808.4101	React. mag.
VARIABLE Reqp.L	=	44.6917	Res. serie
VARIABLE Xeqp.L	=	216.1547	Reac. serie
VARIABLE z.L	=	2.13759E-12	Fun. objetivo.
VARIABLE Ip.L	=	7.9032	Corriente 1.
VARIABLE Isp.L	=	7.7484	Corriente 2.
VARIABLE Vsp.L	=	12000.7310	Voltaje 2.

Figura 6. Resultados de implementación del sistema de prueba 2.

De la Figura 6 es posible observar que la función objetivo  $Z = 2.13759 \times 10^{-12}$ , lo que en términos prácticos corresponde a un valor mínimo cercano a cero y puede ser considerado la solución óptima del problema. Con respecto a la estimación paramétrica, la resistencia de magnetización es 254143.9028  $\Omega$  con una desviación porcentual de 0.68 % con respecto al valor real; la reactancia de magnetización es 68808.4101  $\Omega$  con una desviación porcentual de 0.14 % con respecto al valor real; la resistencia serie es 44.6917  $\Omega$  con una desviación porcentual de 7.85 % con respecto al valor real y finalmente, la reactancia serie es 216.1547  $\Omega$  con una desviación porcentual de 2.54 % con respecto al valor real.

Se puede observar que la desviación máxima es menor al 7.85 % y corresponde al parámetro de la resistencia serie; sin embargo, este parámetro cumple con la relación reactancia-resistencia serie asignada ayudando a minimizar la función objetivo del problema, por lo cual, al estar dentro del rango admisible de variación, éste se puede considerar óptimo.

### 5.3. Comparación del modelo real y el modelo estimado

En esta sección se comparan las curvas de potencia de entrada con respecto a la variación de carga en los terminales de salida del transformador, considerando los valores reales reportados en las Tablas 4 y 6 de los sistemas de prueba 1 y 2 respectivamente y comparándolos con los resultados obtenidos con el software GAMS y el solver BARON presentados en las Figuras 5 y 6 respectivamente.

En las Figuras 7 y 8 se presentan las comparaciones para los sistemas de prueba 1 y 2.

Los valores presentados en las Figuras 6 y 7 se calculan con la siguiente expresión:

$$P_E = \frac{\text{Real}\{V_p I_p^*\}}{S_{\text{nominal}}} \quad (13)$$

Se puede observar según los resultados en las Figuras 7 y 8 que para ambos casos estas curvas están superpuestas (ver curva real y curva estimada), lo cual implica que los parámetros obtenidos por el modelo de optimización NLP propuesto reproducen el comportamiento del

transformador adecuadamente, por lo tanto, éstos pueden ser considerados como los valores reales en aplicaciones para sistemas de distribución. Esto es especialmente importante, ya que, aunque existan variaciones significativas entre los valores reales y estimados, el desempeño eléctrico de este cumple con los requerimientos de modelado en función de la minimización de error medio cuadrático y debido a las no linealidades y no convexidades del modelo matemático pueden existir múltiples soluciones que pueden ser consideradas óptimas [15].

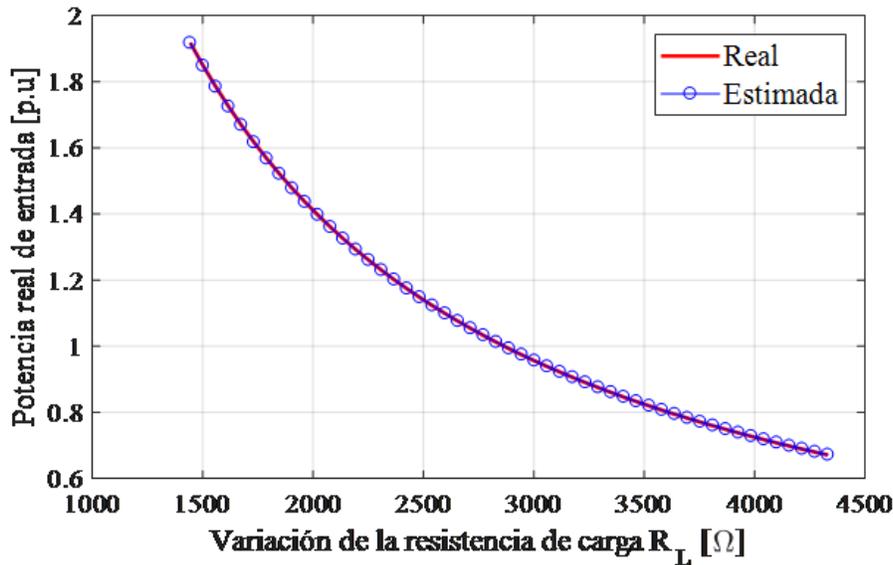


Figura 7. Potencia de entrada para el sistema de prueba 1

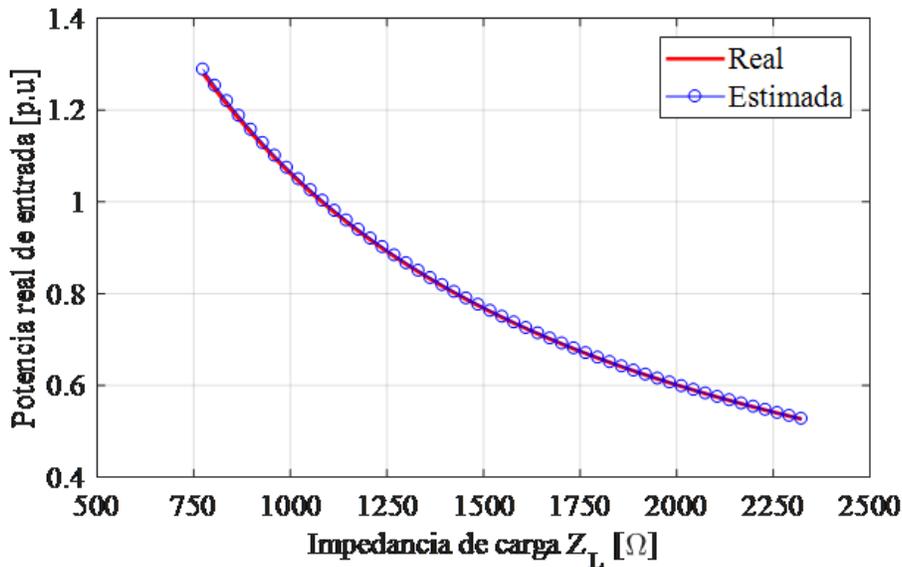


Figura 8. Potencia de entrada para el sistema de prueba 2.

## 6. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se propuso un modelo matemático de optimización para representar el problema de estimación paramétrica en transformadores monofásicos en redes de distribución, esta representación matemática tiene características no lineales y no convexas, por lo cual, se resuelve con el software de optimización GAMS y el solver BARON a modo de tutorial, teniendo como aporte fundamental la inclusión de la relación reactancia-resistencia típica en transformadores de distribución, lo cual permitió reducir los errores de estimación entre los valores esperados (reales) y los valores calculados.

Los resultados obtenidos para los sistemas de prueba analizados muestran que los errores de estimación son menores al 11 %, siendo los más grandes los relacionados a la rama de magnetización; sin embargo, el comportamiento del modelo muestra una representación adecuada de la potencia de entrada, lo cual implica que estas soluciones pueden ser consideradas óptimas para el problema, ya que presentan funciones objetivo muy cercanas a cero, i.e., exponentes inferiores a  $1 \times 10^{-10}$ .

Como trabajos futuros se proponen los siguientes:

- ✓ La implementación de técnicas de optimización metaheurística que permitan minimizar los errores de estimación del modelo propuesto, estas técnicas pueden ser: algoritmos genéticos, optimización por enjambre de partículas, algoritmo de optimización por vórtices, entre otros.
- ✓ La inclusión en el modelo del transformador de la rama serie en el lado primario, con el fin de mejorar la estimación de las variables de tensión y corriente.
- ✓ Realizar pruebas en laboratorio con un transformador monofásico de tensión y corroborar los resultados del modelo matemático propuesto con el enfoque clásico de pruebas de circuito abierto y cortocircuito.

Se recomienda que los rangos de las variables paramétricas sean asignados por comparación con transformadores de igual capacidad, tensión de entrada y relación de transformación, tomando como rango admisible valores comprendidos entre el 50 % y el 150 % de los parámetros de referencia. Esto permite hallar soluciones cercanas a los valores reales, que pueden ser consideradas óptimas, al ser comparables con los parámetros reales de un transformador con características de diseño similar.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a la Maestría en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira por el apoyo económico parcial a la realización de esta investigación.

## Referencias

- [1] L. Willis, "Introduction to transmission and distribution (T&D) networks: T&D infrastructure, reliability and engineering, regulation and planning," in *Electricity Transmission, Distribution and Storage Systems*. Elsevier, 2013, pp. 3–38, doi: 10.1533/9780857097378.1.3
- [2] R. Jiménez, T. Serebrisky, J. Mercado, "Sizing Electricity Losses in Transmission and Distribution Systems in Latin America and the Caribbean," Inter-American Development Bank, Tech. Rep., 2017. [En línea]. Disponible en: <https://publications.iadb.org/publications/english/document/Power-Lost-Sizing-Electricity-Losses-in-Transmission-and-Distribution-Systems-in-Latin-America-and-the-Caribbean.pdf>
- [3] "Evolución sectorial de la distribución y comercialización de energía eléctrica en Colombia 2010-2018," *ASOCODIS*, Tech. Rep., 2019. [En línea]. Disponible en: [http://www.asocodis.org.co/index.php?option=com\\_archivos&view=archivos&id=64&Itemid=11](http://www.asocodis.org.co/index.php?option=com_archivos&view=archivos&id=64&Itemid=11)
- [4] S. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals*, ser. McGrawHill Series in Electrical and Computer Engineering. McGrawHill Companies, Incorporated, 2005.
- [5] H. Illias, K. Mou, A. Bakar, "Estimation of transformer parameters from nameplate data by imperialist competitive and gravitational search algorithms," *Swarm Evol. Comput.*, vol. 36, pp. 18–26, oct 2017, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2978398
- [6] R. Patsch, J. Menzel, "Ageing and degradation of power transformers: how to interpret Return Voltage Measurements," in *2008 International Symposium on Electrical Insulating Materials (ISEIM 2008)*, pp. 179–182, 2008, doi: 10.1109/ISEIM.2008.4664447

- [7] M. Calasan, D. Mujčić, V. Rubežić, M. Radulović “Estimation of Equivalent Circuit Parameters of Single-Phase Transformer by Using Chaotic Optimization Approach,” *Energies*, vol. 12, no. 9, p. 1697, 2019, doi: 10.3390/en12091697
- [8] H. Yiyan, W. Maosong, “The transformer short-circuit test and the high power laboratory in China the past, present, and future,” *IEEE Electr. Insul. Mag.*, vol. 20, no. 1, pp. 14–19, 2004, doi: 10.1109/MEI.2004.1266361
- [9] M. Singh, A. Prakasha, K. S. Meera, “Impact of Online Testing of Distribution Transformers- A Case Study,” in *2019 International Conference on High Voltage Engineering and Technology (ICHVET)*. IEEE, pp. 1-6, 2019, doi: 10.1109/ICHVET.2019.8724291
- [10] O. D. Montoya, R. A. Hincapié, M. Granada, “Nuevo enfoque para la localización óptima de reconectores en sistemas de distribución considerando la calidad del servicio y los costos de inversión,” *Ingeniare*, vol. 24, no. 1, pp. 55–69, 2016.
- [11] R. Kazemi, S. Jazebi, D. Deswal, F. de León, “Estimation of Design Parameters of Single-Phase Distribution Transformers From Terminal Measurements,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 32, no. 4, pp. 2031–2039, 2017, doi: 10.1109/TPWRD.2016.2621753
- [12] T. Dao, H. A. Halim, B. T. Phung, “A comparative study of power loss caused by voltage harmonics in aged transformer,” in *2016 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis (CMD)*, 2016, pp. 461–464, doi: 10.1109/CMD.2016.7757860
- [13] R. Krishan, A. K. Mishra, B. S. Rajpurohit, “Real-time parameter estimation of single-phase transformer,” in *2016 IEEE 7th Power India International Conference (PIICON)*, Bikaner, 2016, pp. 1–6, doi: 10.1109/POWERI.2016.8077315
- [14] Mercados-Energéticos-Consultores, “Revisión de las metodologías de remuneración de las actividades de transmisión y distribución de energía eléctrica,” CREG, Tech. Rep., 2014.
- [15] S. Padma, S. Subramanian, “Parameter Estimation of Single Phase Core Type Transformer Using Bacterial Foraging Algorithm,” *Engineering*, vol. 02, no. 11, pp. 917–925, 2010.
- [16] M. I. Mossad, M. Azab, A. Abu-Siada, “Transformer Parameters Estimation From Nameplate Data Using Evolutionary Programming Techniques,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 29, no. 5, pp. 2118–2123, 2014, doi: 10.1109/TPWRD.2014.2311153
- [17] O. D. Montoya, “Solving a Classical Optimization Problem Using GAMS Optimizer Package: Economic Dispatch Problem Implementation,” *Ingeniería y Ciencia*, vol. 13, no. 26, pp. 39–63, 2017, doi: 10.17230/ingciencia.13.26.2
- [18] O. D. Montoya, L. F. Grisales-Noreña, W. Gil-González, G. Alcalá, Q. Hernandez-Escobedo, “Optimal Location and Sizing of PV Sources in DC Networks for Minimizing Greenhouse Emissions in Diesel Generators,” *Symmetry*, vol. 12, no. 2, p. 322, feb 2020, doi: 10.3390/sym12020322
- [19] O. D. Montoya, W. Gil-González, L. Grisales-Noreña, “An exact MINLP model for optimal location and sizing of DGs in distribution networks: A general algebraic modeling system approach,” *Ain Shams Eng. J.*, nov 2019, doi: 10.1016/j.asej.2019.08.011
- [20] O. D. Montoya, W. Gil-González, L. Grisales-Noreña, C. Orozco-Henao, F. Serra, “Economic Dispatch of BESS and Renewable Generators in DC Microgrids Using Voltage-Dependent Load Models,” *Energies*, vol. 12, no. 23, p. 4494, 2019, doi: 10.3390/en12234494
- [21] W. Gil-González, O. D. Montoya, L. F. Grisales-Noreña, F. Cruz-Peragón, G. Alcalá, “Economic Dispatch of Renewable Generators and BESS in DC Microgrids Using Second-Order Cone Optimization,” *Energies*, vol. 13, no. 7, p. 1703, 2020, doi: 10.3390/en13071703
- [22] O. D. Montoya, W. Gil-González, E. Rivas-Trujillo, “Optimal Location-Reallocation of Battery Energy Storage Systems in DC Microgrids,” *Energies*, vol. 13, no. 9, p. 2289, 2020, doi: 10.3390/en13092289
- [23] L. Tartibu, B. Sun, M. Kaunda, “Multi-objective optimization of the stack of a thermoacoustic engine using GAMS,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 28, pp. 30–43, 2015, doi: 10.1016/j.asoc.2014.11.055
- [24] A. Soroudi, *Power System Optimization Modeling in GAMS*. Springer International Publishing, 2017, doi: 10.1007/978-3-319-62350-4
- [25] A. Naghiloo, M. Abbaspour, B. Mohammadi-Ivatloo, K. Bakhtari, “GAMS based approach for optimal design and sizing of a pressure retarded osmosis power plant in Bahmanshir river of Iran,” *Renewable*

*Sustainable Energy Rev.*, vol. 52, pp. 1559–1565, dec  
2015, doi: 10.1016/j.rser.2015.08.018