

Formulación de un controlador H_∞ con incertidumbre no estructurada para un convertidor DC – DC elevador (boost)

Desing of controller H_∞ with unstructured uncertainty, for a boost DC - DC converter

Diana Marcela Devia-Narváez ¹, Rogelio Ospina-Ospina ², Diego Fernando Devia-Narváez ³

¹Departamento de Matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. Orcid: 0000-0002-0447-4663.
Correo electrónico: dmdevian@utp.edu.co

²Ciencia de Materiales Biológicos y Semiconductores, Departamento de Física, Universidad Industrial de Santander, Colombia. Orcid: 0000-0002-7392-8059. Correo electrónico: rospinao@uis.edu.co

³Grupo de ecuaciones diferenciales y aplicaciones (GREDYA), Departamento de Matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. Orcid: 0000-0002-6804-1672. Correo electrónico: dfdevia@utp.edu.co

Recibido: 11 julio, 2020. Aceptado: 20 noviembre, 2020. Versión final: 2 enero, 2021.

Resumen

En este trabajo se presenta la formulación de un convertidor DC-DC tipo elevador (boost), a partir de un modelo de espacio de estados y el cálculo de un controlador con incertidumbre no estructurada multiplicativa. Se analizó el rendimiento del convertidor a bajas frecuencias, ajustando el peso de la función de ponderación, con el fin de reducir el ruido a determinadas frecuencias. Los resultados de la simulación del sistema, en lazo abierto y lazo cerrado, muestran que el controlador diseñado permite modificar la frecuencia de corte, a través de la variación de las funciones de ponderación y de esta manera, mejorar los comportamientos dinámicos del sistema.

Palabras clave: controlador H_∞ ; convertidor DC-DC boost; diagrama de Bode; efectividad; eficiencia; estimación; incertidumbre; lazo abierto; lazo cerrado; método espacio de estado; potencia; sistemas no lineales.

Abstract

This paper proposes a desing of a boost-type DC-DC converter, based on a state space model and calculation of a controller with multiplicative unstructured uncertainty. Performance of the converter at low frequencies was analyzed; as well, weight of the weighting function was adjusted, to reduce noise at certain frequencies. Results of system simulation, in open loop and closed loop, demonstrate that the designed controller allows modifying cutoff frequency, through the variation of weighting functions. It is concluded that this technique optimizes dynamics behavior of the system.

Keywords: H_∞ controller; DC-DC boost converter; Bode diagram; effectiveness; efficiency; estimation; uncertainty; open loop; closed loop; state space method; power; non-linear systems.

1. Introducción

Los convertidores DC-DC son dispositivos electrónicos usados para aumentar la diferencia de potencial eléctrico de las fuentes DC [1], en consecuencia, estos dispositivos

son comúnmente usados en aplicaciones industriales tales como energías renovables, autos eléctricos, generación distribuida (microgrids) [2][3].

Los convertidores DC-DC pueden tener dos modos distintos de operación, el modo de operación continuo (CCM) y el modo de operación discontinuo (DCM). En la práctica, un convertidor puede operar de ambos modos, los cuales presentan diferencias significativas en sus características [4].

Las operaciones de los interruptores presentes en el convertidor causan la inherencia de características no lineales en el convertidor DC – DC [5]. Por lo tanto, este convertidor requiere un controlador con un alto grado de respuesta dinámica siendo así el controlador PID uno de los más usados dada su simplicidad [6].

Sin embargo, uno de los mayores retos del controlador PID es su poca capacidad de adaptación cuando es aplicado a sistemas no lineales; viendo afectada su respuesta dinámica, produciendo sobre la tensión, mayores tiempos de conmutación que a su vez influyen en el voltaje a la salida [7]. En consecuencia, se presenta la necesidad de desarrollar un controlador con una alta respuesta dinámica y mayor capacidad de adaptación a sistemas no lineales [8].

En este artículo se presenta el desarrollo de un controlador H_∞ para un convertidor DC-DC tipo boost con incertidumbre no estructurada. El artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera: Descripción del controlador DC-DC Boost en la sección 2, consideraciones para un controlador H_∞ en la sección 3, diseño del controlador en la sección 4, resultados y conclusiones en las secciones 5 y 6 respectivamente.

2. Controlador DC-DC tipo boost y ciclo de trabajo

Existen cuatro tipos de convertidores DC-DC usualmente conocidos como boost, buck, buck-boost y cuck. Un convertidor boost como su nombre lo sugiere es un convertidor elevador que incrementa el nivel de tensión a la salida [9]. Este convertidor contiene básicamente un diodo, un transistor como interruptor y al menos un elemento almacenador de energía. Generalmente se añaden capacitores a la salida para eliminar el rizado del voltaje a la salida [10]. En la Figura 1 se muestra un esquema básico de un convertidor boost.

Donde:

V_{in} : Representa el voltaje a la entrada.

R_L : Representa la resistencia interna de la inductancia.

L : Representa la inductancia propia.

V_L : Representa el voltaje en la inductancia conectada en serie con V_{in}

S : Representa el interruptor.

d : Representa un diodo de propósitos generales.

C : Representa el capacitor necesario para mantener la tensión en la salida.

R_c : Representa la resistencia interna del capacitor

V_o : Representa el voltaje en la carga o voltaje a la salida.

R : Representa la resistencia de la carga.

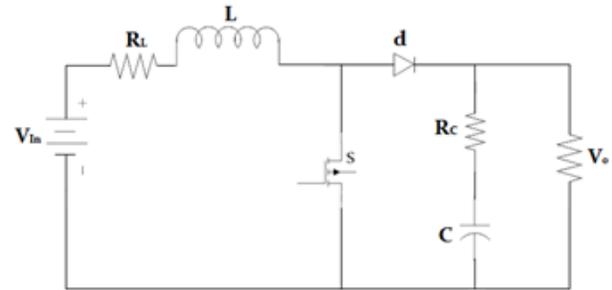


Figura 1. Convertidor Boost

En la Figura 2 se muestra el ciclo de trabajo (d) del interruptor S depende del tiempo de encendido t_{ON} y la frecuencia de muestreo f_s (Ecuación 1 y 2).

$$d = \frac{t_{ON}}{t_{ON} + t_{OFF}} = \frac{t_{ON}}{T} = t_{ON} * f_s \quad (1)$$

$$t_{OFF} = (1 - D) * T \quad (2)$$

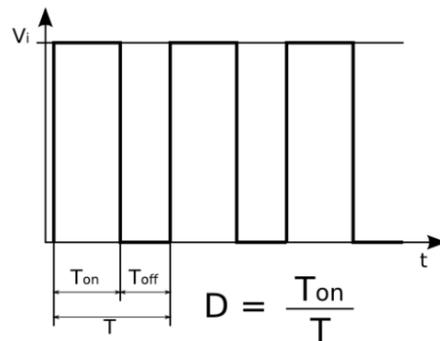


Figura 2. Ciclo de trabajo del interruptor S .

Este convertidor tiene básicamente dos estados de operación:

- Durante el periodo de encendido (ON) el interruptor se encuentra cerrado lo cual provoca un camino de menor resistencia que evitará la activación del diodo, por ende, un aumento en la corriente del inductor.
- Durante el periodo de apagado (OFF), el interruptor se encuentra abierto lo cual produce una activación del diodo dando como resultado una combinación en paralelo entre el capacitor y la carga. Esto permite una transferencia de energía desde el capacitor durante los periodos de encendido.

En la Figura 3 se observa el convertidor Boost durante periodo de encendido.

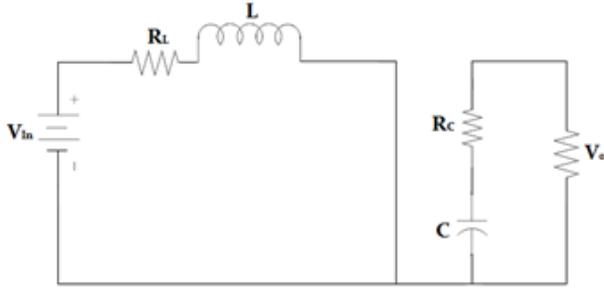


Figura 3. Convertidor boost durante periodo de encendido.

Aplicando segunda ley de Kirchoff en el anillo formado por la fuente y la inductancia se obtiene:

$$V_{in} - i_L R_L - L \frac{di_L}{dt} = 0 \quad (3)$$

Aplicando primera ley de Kirchoff en el nodo formado por la conexión entre el capacitor y la carga se obtiene:

$$\frac{V_0}{R} + C \frac{dv_c}{dt} = 0 \quad (4)$$

Debido al paralelo entre la carga y el capacitor el voltaje en ambos elementos es igual por lo tanto la Ecuación (4) puede ser reescrita como:

$$\frac{V_c}{R + R_c} + C \frac{dv_c}{dt} = 0 \quad (5)$$

En modelo de espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C(R + R_c)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (6)$$

$$V_0 = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_L \\ v_c \end{bmatrix}$$

En la Figura 4 se observa el periodo de apagado del interruptor S.

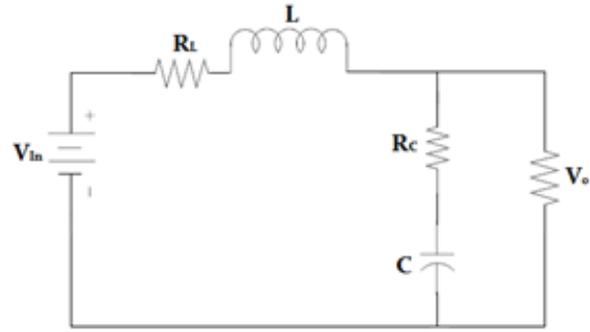


Figura 4. Convertidor boost durante el periodo de apagado del interruptor S.

Aplicando segunda ley de Kirchoff:

$$V_{in} - i_L * R_L - L \frac{di_L}{dt} - C \frac{dv_c}{dt} * R_c - v_c = 0 \quad (7)$$

Aplicando primera ley de Kirchoff.

$$i_L - \frac{V_c}{R + R_c} - C \frac{dv_c}{dt} = 0 \quad (8)$$

En modelo de espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{dv_c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} - \frac{1}{L(R||R_c)} & -\frac{R}{L(R + R_c)} \\ \frac{R}{C(R + R_c)} & -\frac{1}{C(R + R_c)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} V_{in} \quad (9)$$

$$V_0 = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_L \\ v_c \end{bmatrix}$$

De esta manera es posible calcular una aproximación del modelo de espacio de estados del convertidor boost para el estado On y OFF teniendo en cuenta el ciclo de trabajo d . La aproximación de las matrices A y B se muestran en (10) y (11) respectivamente [11].

$$\bar{A} = A_{On}d + A_{Off}(1 - d); \quad \bar{B} = B_{On}d + B_{Off}(1 - d)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C(R + R_c)} \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} - \frac{1}{L(R||R_c)} & -\frac{R}{L(R + R_c)} \\ \frac{R}{C(R + R_c)} & -\frac{1}{C(R + R_c)} \end{bmatrix} (1 - d) \quad (10)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{-R_L(R||R_c) - (1-d)}{L(R||R_c)} & -\frac{R(1-d)}{L(R+R_c)} \\ \frac{R}{C(R+R_c)} & -\frac{1}{C(R+R_c)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} (1-d) = \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix}$$

Para completar el modelo del convertidor la aproximación de las matrices A y B de (10) y (11) se substituyen en la Ecuación (12), obteniendo el modelo completo (13) donde las salidas del modelo de espacio de estado para las matrices C y D se muestran en la Ecuación (14).

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_L(R||R_c) - (1-d)}{L(R||R_c)} & -\frac{R(1-d)}{L(R+R_c)} \\ \frac{R}{C(R+R_c)} & -\frac{1}{C(R+R_c)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ L \end{bmatrix} V_{In} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_{In} \quad (14)$$

3. Consideraciones para el diseño de un controlador H_∞

Para garantizar la estabilidad se debe garantizar una función de transferencia $G(s)$, tal que la norma H_∞ este definida como:

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{0 \leq \omega < \infty} \bar{\sigma}\{G(j\omega)\} \quad (15)$$

Donde $\bar{\sigma}$ se define como el máximo valor singular de una matriz compleja A definida como:

$$\bar{\sigma}(A) = \sqrt{\lambda_{\max}(A^*A)} \quad (16)$$

A^* es el conjugado de la traspuesta de A, y λ_{\max} es el valor máximo de los valores propios de la matriz. Si $G(s)$ es un sistema de una entrada con una salida (SISO) [12], la Ecuación (15) se puede simplificar de la forma:

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{0 \leq \omega < \infty} |G(j\omega)| \quad (17)$$

Si la norma H_∞ corresponde a la máxima ganancia de $G(s)$, la norma puede ser formulada a través de la inecuación (18).

$$\|G(s)\|_\infty < 1 \Leftrightarrow |G(j\omega)| < 1, \forall \omega \quad (18)$$

3.1 Incertidumbre del sistema

Debido a la naturaleza intermitente de las fuentes de energía renovable la potencia a la salida de estas fuentes tendrá implícitas magnitudes considerables de desviación en el voltaje en la salida. En estas circunstancias se presenta la necesidad de diseñar un controlador robusto que considere las incertidumbres del sistema. Existe gran cantidad de técnicas para el modelamiento de un sistema con incertidumbre en los parámetros en la teoría de control robusto [13]. Para el caso del convertidor elevador boost, la perturbación $\Delta_m(s)$ se considerará como incertidumbre no estructurada. El modelado de la incertidumbre no estructurada puede estar dado de manera aditiva, aditiva inversa, multiplicativa. Para el desarrollo del controlador la incertidumbre no estructurada se modela de manera multiplicativa. Por lo tanto, la función de transferencia del sistema en presencia de incertidumbres puede ser formulada como [14].

$$G_\Delta(s) = \frac{[1 + W_i(s) \cdot \Delta_m(s)]G(s)}{\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)] < 1} \quad (19)$$

Donde $W_i(s)$ es el escalar necesario para estabilizar la función de transferencia que caracteriza la incertidumbre, también se conoce como la función de ponderación necesaria para reducir el ruido a determinadas frecuencias, ajustando el peso de la función se puede obtener, por ejemplo, mejor rendimiento a bajas frecuencias a cambio de una peor atenuación en altas frecuencias. Para obtener una incertidumbre no estructurada asociada a este sistema, definiendo la incertidumbre multiplicativa $\Delta_m(s)$. $W_i(s)$ Puede ser hallada tal que:

$$|\Delta_m(j\omega)| < |W_i(j\omega)| \quad (20)$$

Donde $W_i(s)$ esta dada por:

$$W_i(s) = \frac{1.2(s^2 + 43.1s + 3.5 \times 10^4)(s^2 + 1467s + 1.7 \times 10^6)}{(s^2 + 204.4s + 2.9 \times 10^5)(s^2 + 665.8s + 3.1 \times 10^6)} \quad (21)$$

4. Diseño del controlador

En la Tabla 1 se relacionan los parámetros del sistema. En la Figura 5. Se muestra la síntesis del controlador H_∞ donde W_p es la función de ponderación necesaria para el seguimiento del controlador [15].

Tabla 1. Parámetros del sistema

R(Ω)	RL(Ω)	Rc(Ω)	L(μ H)	C(μ F)	d
44	0.2	0.1	200	220	0.4

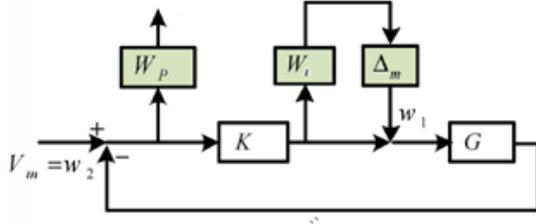


Figura 1. Síntesis del controlador H_∞ en lazo cerrado

La función de ponderación W_p puede ser calculada de manera heurística, en este caso W_p fue elegida como:

$$W_p(s) = \frac{s + 2\pi * 350}{s + 2\pi * 50} \quad (22)$$

Donde el rendimiento deseado del sistema debe cumplir que:

$$\left\| \frac{W_p(s)S(s)}{W_i(s)T(s)} \right\|_\infty < 1 \quad (23)$$

Donde $S(s) = (1 + G(s)K(s))^{-1}$ y $T(s) = K(s)(1 + G(s)K(s))^{-1}$ son las funciones de sensibilidad del sistema. Por lo tanto, el problema H_∞ puede ser reformulado como un problema de optimización dado por [16].

$$\min_{K(s)} \left\| \begin{matrix} GK(1 + GK)^{-1} & (1 + GK)^{-1} \\ -G(1 + GK(1 + GK)^{-1}) & 1 - G(1 + GK)^{-1} \end{matrix} \right\| \quad (24)$$

s. a. $\left\| \frac{W_p(s)S(s)}{W_i(s)T(s)} \right\|_\infty < 1$

Donde $S(s) = (1 + G(s)K(s))^{-1}$ y $T(s) = K(s)(1 + G(s)K(s))^{-1}$ son las funciones de sensibilidad del sistema. Por lo tanto, el problema H_∞ puede ser

Se concluye que al desarrollar un controlador H_∞ para un convertidor DC-DC elevador boost no ideal con incertidumbre no estructurada, a través de la obtención de su modelo de espacio de estados, se presenta poca ganancia ante este tipo de convertidor; sin embargo, este controlador permite modificar la frecuencia de corte a través de la variación de las funciones de ponderación y de esta manera mejorar los comportamientos dinámicos del sistema.

5. Resultados

La Figura 6 muestra el comportamiento del convertidor elevador Boost sin aplicar ningún tipo de control. La Figura 7 muestra el comportamiento del convertidor al aplicar el controlador diseñado. En la Figura 8 se muestra el comportamiento del sistema en lazo cerrado con diferentes pesos de las funciones de ponderación, la Figura 9 muestra el comportamiento del sistema en lazo cerrado sin funciones de ponderación.

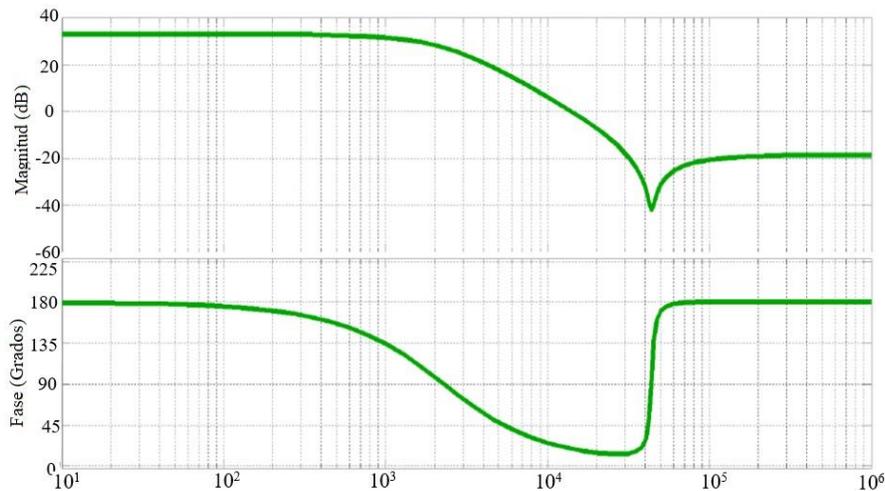


Figura 6. Diagrama de Bode del convertidor Boost sin controlador en lazo abierto.

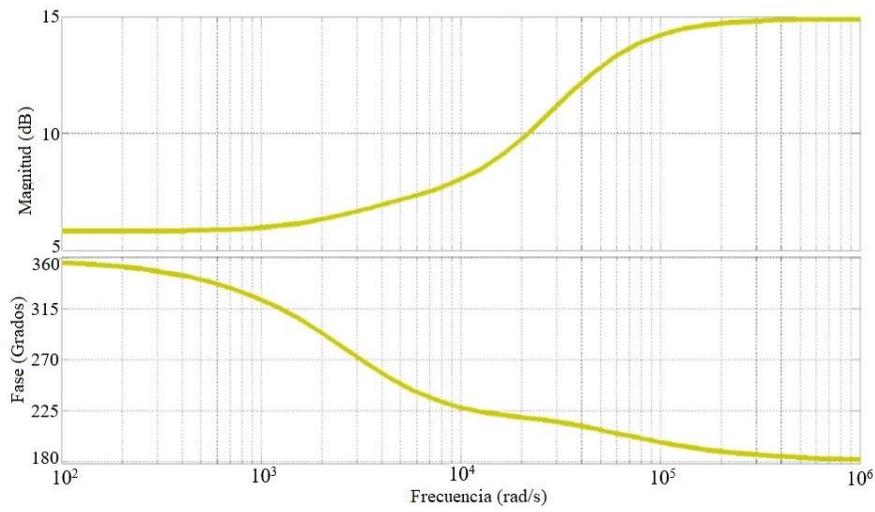


Figura 7. Diagrama de Bode del convertidor boost con control H_{∞} .

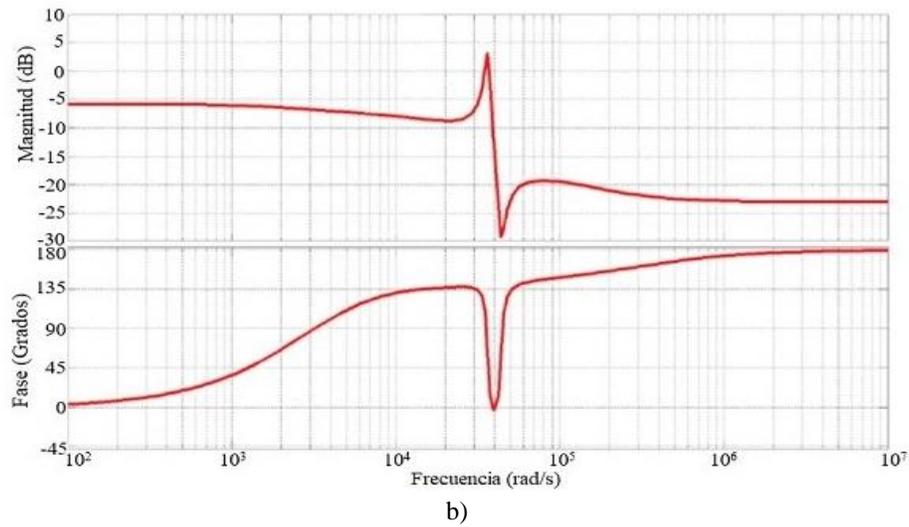
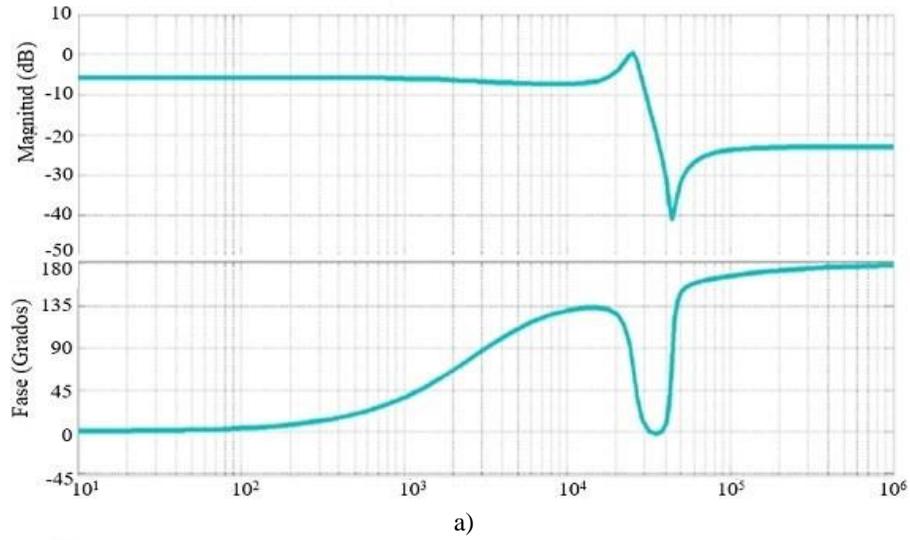


Figura 8. Comportamiento del sistema en lazo cerrado con diferentes funciones de ponderación W_p .

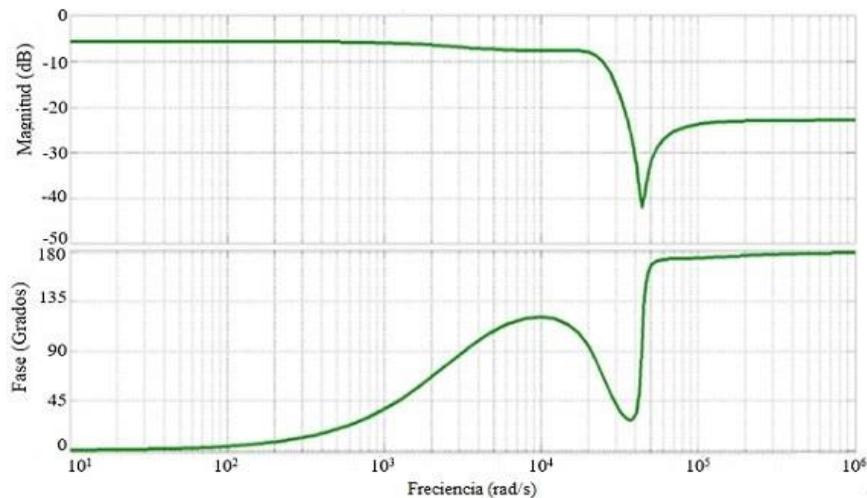


Figura 9. Diagrama de bode del controlador en lazo cerrado sin funciones de ponderación.

6. Conclusiones

Se concluye que al desarrollar un controlador H_∞ para un convertidor DC-DC elevador boost no ideal con incertidumbre no estructurada, a través de la obtención de su modelo de espacio de estados, se presenta poca ganancia ante este tipo de convertidor; sin embargo, este controlador permite modificar la frecuencia de corte a través de la variación de las funciones de ponderación y de esta manera mejorar los comportamientos dinámicos del sistema.

Dada la naturaleza heurística de las funciones de ponderación usadas para el cálculo del controlador H_∞ , es posible concluir que la efectividad del controlador está estrechamente ligada a la eficiencia del método usado para la estimación de los pesos de las funciones de ponderación.

Se sugiere como trabajos futuros implementar controladores robustos fraccionarios, los cuales puedan aportar una mayor ventaja ya que permitiría manipular los parámetros del controlador. Incorporar en el sistema de control más elementos para simular realmente lo que sucedería en un sistema real.

Referencias

[1] F. Ounis, N. Goléa, “ μ -Synthesis based robust voltage control for cascade boost power converter”, en *3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT)*, Tlemcen, Algeria, 2015, pp. 1-6, doi: 10.1109/CEIT.2015.7232982

[2] C. Ramos, J. Bastidas, D. González, “Non-linear controller for storage systems with regulated output voltage and safe current slew-rate for the battery”, *Rev. UIS Ing.*, vol. 19, no. 3, pp. 117-130, 2020, doi: 10.18273/revuin.v19n3-2020012

[3] Anu, S. Narayan, y Deepika, “Control of buck-boost converter using H_∞ techniques”, en *International Conference on Innovations in Control, Communication and Information Systems (ICICCI)*, 2017, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICICCI.2017.8660906

[4] M. Baskin, B. Caglar, “ μ -Approach based robust voltage controller design for a boost converter used in photovoltaic applications”, en *IECON 2015-41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Yokohama Japan, 2015, pp. 135-140, doi: 10.1109/IECON.2015.7392088

[5] H. El Fadil, F. Giri, “Robust and nonlinear control of PWM DC-to-DC boost power converters”, en *2007 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, Orlando, FL, USA, 2017, pp. 407-412, doi: 10.1109/PESC.2007.4342021

[6] H. González-Acevedo, O. Villamizar-Galvis, “Implementación de un sistema de control para regular la velocidad y posición de motores industriales utilizando el protocolo de comunicación OPC”, *Rev. UIS Ing.*, vol. 18, no. 2, pp. 147-158, 2019, doi: 10.18273/revuin.v18n2-2019014

- [7] M. Xianmin, L. Meifang, L. Fengchun, "Research on the gain coverage of boost DC/DC converting circuit voltage", en *IEEE 10th International Conference on Power Electronics and Drive Systems (PEDS)*, Kitakyushu Japan, 2013, pp. 1269-1274, doi: 10.1109/PEDS.2013.6527214
- [8] D. Renewal, M. Kumar, "Hybrid PI-fuzzy logic controller-based DC-DC converter", *International Conference on Green Computing and Internet of Things (ICGCIoT)*, Noida, India, 2015, pp. 753-757, doi: 10.1109/ICGCIoT.2015.7380563
- [9] T. H. Priya, A. M. Parimi, U. M. Rao, "Development of hybrid controller for photovoltaic based DC-DC boost converter in DC grid connected applications", en *International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT)*, Nagercoil, India, 2016, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICCPCT.2016.7530221
- [10] A. Sarwar, A. Shahid, A. Hudaif, U. Gupta, M. Wahab, "Generalized state-space model for an n-phase interleaved buck-boost converter", en *4th IEEE Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Computer and Electronics (UPCON, 2017)*, pp. 62-67, doi: 10.1109/UPCON.2017.8251023
- [11] A. Murthy, M. Badawy, "State space averaging model of a dual stage converter in discontinuous conduction mode", en *IEEE 18th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, Stanford, CA, USA, 2017, pp. 1-7, doi: 10.1109/COMPEL.2017.8013367
- [12] T. Qingfang, F. Duowang, "Robust h_{∞} reliable control with exponential stabilization for uncertain delay systems against actuator failure", en *Chinese Control Conference*, Hunan, China, 2017, pp. 634-638, doi: 10.1109/CHICC.2006.4346776
- [13] Y. Xu, J. Chen, X. Wang, "Robust vibration control of uncertain flexible structures with poles placement", en *1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics*, Harbin China, 2006, pp. 534-538, doi: 10.1109/ISSCAA.2006.1627642
- [14] D. W. Gu, P. H. Petkov, M. M. Konstantinov, "Robust Control Design with MATLAB", *Springer-Verlag*, London, 2013, doi: 10.1007/978-1-4471-4682-7
- [15] M. C. Turner, D. G. Bates, *Mathematical Methods for Robust and Nonlinear Control*. London: Springer, 2007.
- [16] G. Dullerud, F. Paganini, *A course in robust control theory: a convex approach*. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 2000.