

Diagramas de fase $J_I(\tau)$ y $J_I(\gamma)$ de un filme superconductor

Phase diagrams $J_I(\tau)$ and $J_I(\gamma)$ of a superconducting film

Omar Yamid Vargas ^{1a}, Miryam Rincón-Joya ^{1b}, José José Barba-Ortega ^{1c,2}

¹ Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia. Orcid: 0000-0002-7697-3250 ^a, 0000-0002-4209-1698 ^b, 0000-0003-3415-1811 ^c. Correos electrónicos: omvargasra@unal.edu.co ^a, mrinconj@unal.edu.co ^b, jjbarbao@unal.edu.co ^c

² Foundation of Researchers in Science and Technology of Materials - FORISTOM, Colombia.

Recibido: 14 febrero, 2022. Aceptado: 11 enero, 2023. Versión final: 4 abril, 2023.

Resumen

En esta contribución utilizamos la teoría de Ginzburg-Landau dependiente del tiempo en presencia de corrientes a campo magnético nulo para investigar la dinámica de vórtices cinemáticos en una lámina superconductoras mesoscópicas con un pilar central delgado. Nuestro estudio abarca dos casos: (a) un pilar central al cual variamos su altura, simulada mediante el parámetro $\tau > 1;0$, con una interfase superconductor-vacío en toda la muestra, simulada con el parámetro $\gamma = 1;0$; (b) un pilar central con una condición de contorno superconductor-superconductor a mayor temperatura crítica τ_c , ($\gamma > 1;0$); consideramos también una muestra homogénea, es decir sin pilar $\tau = 1;0$. Analizamos la influencia de diferentes condiciones de contorno en el estado de vórtice cinemáticos y sus efectos en la respuesta magnética mediante el análisis de las curva corriente-voltaje y resistividad-corriente; también es calculada la velocidad de aniquilación de los pares vórtice-anti vórtice en función de la corriente aplicada para varias condiciones de contorno. Los resultados muestran que las corrientes críticas y la dinámica de la aniquilación de vórtices cinemáticos son altamente dependiente de la altura del pilar y de las condiciones de contorno.

Palabras clave: Ginzburg-Landau; mesoscópico; superconductor; vórtices cinemáticos.

Abstract

In this contribution we use the time-dependent Ginzburg-Landau theory in the presence of currents and at zero magnetic fields, to investigate the kinematic vortices dynamics in a mesoscopic superconducting sheet with a thin central pillar. Our study covers two cases: (a) a central pillar whose height, simulated via $\tau > 1;0$ parameter, is varied with a superconducting-vacuum interface throughout the whole sample. simulated via $\gamma = 1;0$ parameter; (b) a central pillar with a superconducting-superconducting boundary condition at the highest critical temperature τ_c , ($\gamma > 1;0$); we also considered a homogeneous sample, that is, without a pillar $\tau = 1;0$. We analyze the influence of different boundary conditions on the kinematic vortex state and its effects on the magnetic response by analyzing the current-voltage and resistivity-current curves; the rate of annihilation of the vortex-antivortex pairs is also calculated as a function of the applied current for various boundary conditions. The results show that the critical currents and dynamics of kinematic vortex annihilation are highly dependent on pillar height and boundary conditions.

Keywords: Ginzburg-Landau; mesoscopic; superconductor; kinematic vortices.

1. Introducción

Los estudios teóricos y experimentales que tienen en cuenta las interacciones de vórtices con centros de anclaje son de vital importancia en el momento de alcanzar un control en la manipulación de corrientes, y campos críticos en materiales superconductores. El estado de vórtices en presencia de corrientes externas aplicadas usando defectos de ingeniería, como pilares o trincheras ayuda a controlar las propiedades superconductoras y magnéticas en este tipo de materiales. La dinámica de vórtices cinemáticos es una de las expresiones de la naturaleza por medio de la física del estado superconductor más interesante descubierta. El hecho que la velocidad de creación-aniquilación de estos pares vórtice-antivórtice sea del orden de mil veces mayor que la velocidad de un vórtice Abrikosov-Shubnikov permite manipular el estado resistivo de materiales superconductores en presencia de corrientes externas de una manera más eficiente debido a que la vida media de estas líneas de saltos de fase resistiva es muy pequeña [1], [2], [3], [4].

Muchos trabajos teóricos y experimentales se han realizado a través de los años para explicar este fascinante fenómeno, considerando efectos de proximidad, condiciones de contorno, efectos de centro de anclaje sobre el estado de vórtices, por ejemplo, Berdiyrov y colaboradores analizaron el estado superconductor en una película delgada con una serie de defectos periódicos metálicos en presencia de campos eléctricos magnéticos utilizando el formalismo Ginzburg dependiente del tiempo, ellos descubrieron que los vórtices penetran a través de la región superconductora débil con una temperatura crítica menor [5], [6], [7], [8]. I. Petrovic investigó la existencia de saltos de fase superconductora en anillos delgados, corroborando la existencia de pares de vórtice-antivórtice [9]. E. Duarte y colaboradores, estudiaron la aniquilación de un par vórtice-antivórtice en un superconductor con un centro de anclaje cuadrado central, mostró que el vórtice ingresa en la muestra con una velocidad promedio de $\sim 10^3 \text{ ms}^{-1}$ y que, durante el proceso de aniquilación con un antivórtice, su velocidad promedio es de $\sim 10^5 \text{ ms}^{-1}$ [10]. L. Rodrigues y colaboradores estudiaron el papel del campo magnético propio inducido por las corrientes dentro de una muestra superconductora en presencia de una corriente externa aplicada. Encontraron que no se requiere inhomogeneidad del material para producir la aparición de un par cinemático vórtice-antivórtice [11].

En varios trabajos teóricos solucionando las ecuaciones Ginzburg-Landau dependientes del tiempo, J. Barba-Ortega y colaboradores, investigaron el proceso de

aniquilación de un par vórtice-antivórtice en un cuadrado superconductor con un centro anti-anclaje central. descubrieron que el proceso de aniquilación del par vórtice-antivórtice ocurre cerca del borde del defecto metálico y la velocidad del antivórtice decrece al considerar un defecto de carácter más metálico y esta velocidad es altamente dependiente de la naturaleza de la constricción [12], [13], [14], [15], [16]. W. Wang y colaboradores estudiaron numéricamente la formación de vidrios en sistema de partículas monodispersas formadoras de agrupaciones bidimensionales en presencia de centros de anclaje mediado por las fuerzas entre vórtices. Ellos encontrando que dichos sistemas forman cristales en racimo debido a las interacciones entre vórtices y que una pequeña densidad de centros de anclaje tiene un efecto en la formación de vidrio de vórtice [17]. E. Babaev y colaboradores revisaron la derivación microscópica de las condiciones de contorno superconductor-vacío para el modelo de Ginzburg-Landau utilizando la teoría Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS), encontraron que los estados límite con una τ_c más alta encontrados en la teoría BCS, también están presentes en la teoría GL derivada microscópicamente [18], [19], [20].

En este trabajo estudiamos el estado de vórtices cinemáticos en una película superconductora con un pilar delgado central. Analizamos las curvas corriente-voltaje y la velocidad de aniquilación del par vórtice-antivórtice para diferentes alturas del pilar y condiciones de contorno. Encontramos que la corriente crítica, en la que el primer vórtice cinemático ingresa a la muestra, y la corriente de transición superconductor-normal, dependen de la altura del pilar y las condiciones de contorno. Este trabajo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 presentamos la teoría Ginzburg-Landau usada en el estudio del sistema escogido. En la sección 3 analizamos los resultados de las simulaciones y, posteriormente, los discutimos. En la sección 4 presentamos nuestras conclusiones.

2. Formalismo teórico

Hemos considerado una película superconductora de ancho $W = 8\xi$, largo $L = 12\xi$, con un pilar central rectangular de base $e = 1\xi$ y altura τ . En el límite de película delgada tenemos que su grosor d es $d \ll \xi$, y su ancho es de tamaño intermedio, $\xi \ll W \ll \lambda$, donde ξ es la longitud de coherencia y λ es la longitud de penetración de London. La muestra está en presencia de una corriente continua J_a que se aplica uniformemente a través de los electrodos metálicos de ancho $a = W$ (vea figura 1). La forma general de las ecuaciones Ginzburg-Landau dependientes del tiempo para sistemas en presencia de corrientes para el parámetro de orden ψ y el

potencial vectorial A , en su forma adimensional es [11], [12], [21], [22]:

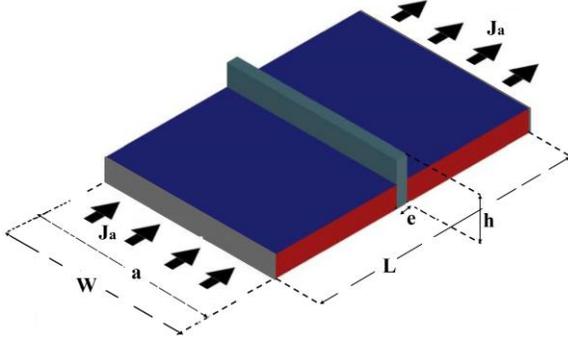


Figura 1. Esquema de la muestra estudiada. Película superconductora de ancho $W = 8\xi$, largo $L = 12\xi$, con un pilar central rectangular de base $e = 1\xi$ y altura h . La muestra está en presencia de una corriente continua J_a aplicada a través de los electrodos metálicos de ancho $a = W \cdot h$ es simulado mediante la función τ ; $h = 0$ para $\tau = 1$, $h > 0$ para $\tau > 1$.

$$\frac{u}{\sqrt{1 + \Gamma^2 |\psi|^2}} \left[\frac{\partial}{\partial t} + i\varphi + \frac{\Gamma^2}{2} \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} \right] \psi = (\nabla - iA)^2 \psi + (\tau(r) - |\psi|^2) \psi, \quad (1)$$

$$\Delta\varphi = \nabla \cdot \bar{\psi} (\nabla - iA)\psi \quad (2)$$

La función $\tau(r) = 1$ para todas las regiones excepto en el pilar, donde elegimos $\tau(r) > 1$, simulando un pilar con altura τ . El potencial electrostático es $\Delta\varphi$ y está dado en unidades de $\varphi_0 = \hbar / 2et_{GL}$, las distancias están dadas en unidades de longitud de coherencia ξ , el tiempo está en unidades del tiempo de Ginzburg-Landau $t_{GL} = \pi\hbar / 8k_B T_c u$ y el vector potencial A está dado en valores de $H_{c2} \xi$, donde H_{c2} es el campo crítico superior. $u = 5;79$ y $\Gamma = t_E \psi_0 / \hbar = 10$ [23], t_E es el tiempo de dispersión inelástica. $\psi \neq 0$ se usa en todo el contorno de la muestra, excepto en el contacto metálico, donde usamos $\psi = 0$ y $\nabla\varphi|_n = -J_a$, donde J_a es la corriente externa en unidades de $J_0 = c\sigma\hbar / 2et_{GL}$, σ es la conductividad eléctrica normal y el tamaño de la malla es $\delta = 0;1$ [24], [25].

3. Results and discussion

3.1. Dinámica de vórtices: condición de contorno superconductor-vacío variando τ

Analizamos las curvas voltaje-corriente $I-V$ y resistencia-corriente $I-R$ modificando en cada caso la altura del pilar mediante el parámetro τ . Las figuras 2(a, b) muestra el

voltaje promedio en el tiempo V y la resistividad $\partial V / \partial J_a$ en función de la corriente aplicada J_a , para $\tau = 1; 00; 1; 05; 1; 10; 1; 15; 1; 20$, respectivamente. Como se puede ver en esta figura, los saltos en la corriente indican los valores en los cuales los pares de vórtices-antivórtices V - aV penetran en la muestra J_1 es $J_1 = 0;48;0;50;0;52;0;54;0;56$ para $\tau = 1;0;1;05;1;10;1;15;1;20$ respectivamente. Nótese que J_1 aumenta cuando τ aumenta. Para corrientes mayores $J_a > J_1$ el sistema entra en un estado resistivo con un salto finito en el voltaje de salida, señalado por una discontinuidad en la resistividad $\partial V / \partial J_a$ en función de la corriente aplicada J_a . Es necesario indicar que, aunque se observan valores de resistividad para $J_a < J_1$ estos son causados por los conectores que inyectan la corriente en la muestra. En el intervalo $J_1 < J_a < J_2$, donde J_2 indica la segunda corriente crítica, en la cual ingresa un segundo par V - aV o pasa al estado normal, la muestra está sometida a la presencia de los pares v - aV en dos situaciones de aniquilación, diferenciadas por la posición de creación y destrucción de los pares además de su trayectoria sobre la muestra.

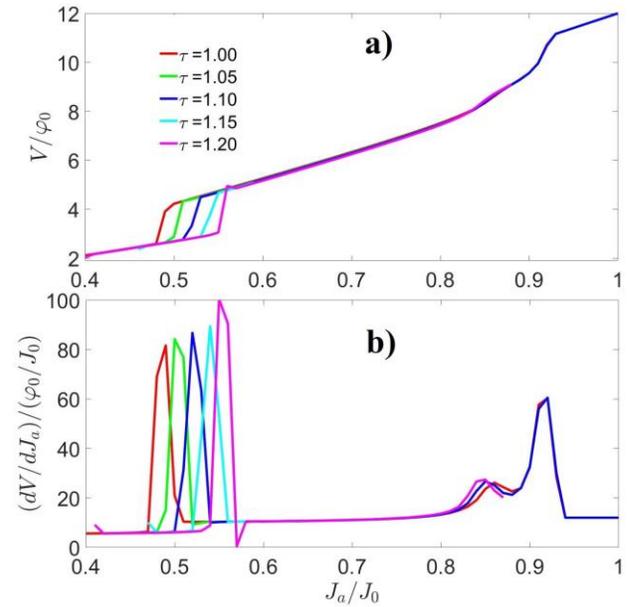


Figura 2. Voltaje V promedio en el tiempo en función de la densidad de corriente aplicada J_a para varias alturas del pilar $\tau = 1;00;1;05;1;10;1;15;1;20$. (b) Resistividad $\partial V / \partial J_a$ en función de la corriente aplicada J_a .

Las curvas características de resistividad exponen un comportamiento similar para las diferentes muestras a partir de $J_a > J_2$, tal que no se encuentra dependencia de la altura del pilar para J_2 .

En la **figura 3(a-c)** graficamos el parámetro de orden en escala logarítmica en el caso homogéneo $\tau = 1$ para un intervalo de tiempo determinado. Primero, los pares $V-aV$ se generan en el centro de la muestra y se expulsan a través de los bordes. A esta situación de aniquilación la llamamos proceso aniquilación centro-borde CB . A un cierto valor de J_a , hay una inversión de este proceso, ahora los pares $V-aV$ se forman en los bordes y luego se aniquilan en el centro de la muestra (**figura 3(d-f)**), llamado ahora proceso aniquilación borde-centro BC . Las dos situaciones de aniquilación están delimitadas por el máximo local de la curva $I-R$ (**figura 2(b)**). Este comportamiento solo se observa en el caso de una muestra homogénea. Las supercorrientes, como se puede apreciar son paralelas a la corriente aplicada en toda la muestra.

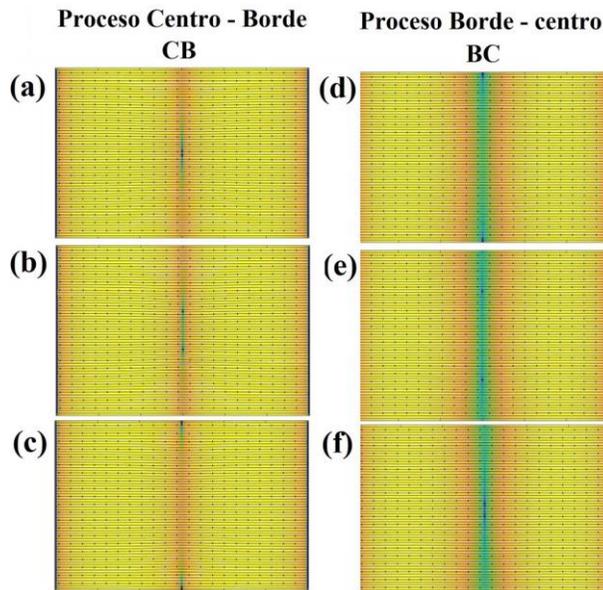


Figura 3. Logaritmo del parámetro de orden ($\ln \psi$) para la muestra homogénea $\tau = 1$. Color amarillo (azul) corresponde a valores de ψ cerca de $1(0)$. Las flechas negras identifican las supercorrientes.

En la **figura 4(a-c)**, se muestra el estado resistivo para la muestra superconductora con un pilar de altura $\tau = 1;05$. Podemos observar que, en este caso el par V_aV se crea en el centro de la muestra y se mueve hacia los bordes, donde son expulsados en un proceso CB . Considerando otras corrientes y tiempos se pudo observar igualmente la aparición de procesos BC . Podemos observar que las flechas negras que apuntan uniformemente en el mismo sentido que la corriente aplicada que representan la densidad de supercorriente sobre la muestra, presentan un patrón que es independiente de la ubicación del par $V-aV$ y de la altura del pilar.

Podríamos intuir físicamente que haciendo más fina la malla computacional apreciaríamos que cuando se ha generado el par en el centro de la muestra, las líneas que representan la densidad de corriente que están más hacia los bordes superior e inferior, se aprecian completamente horizontales y las líneas que se encuentran cerca del centro de la muestra se verían curvadas por la cercanía con el par $V-aV$. Este mismo comportamiento generaría patrones de diferente densidad de corriente a medida que los vórtices van cambiando su lugar hacia los bordes de la muestra, en [26] se consideran los efectos de la geometría de defectos sobre la respuesta resistiva de películas superconductoras en presencia de corrientes, en este trabajo se relaciona que, para un defecto cuadrado no centrado, el par $V-aV$ nuclea de forma no simétrica en la muestra debido a la asimetría de la supercorriente en la muestra y que un defecto triangular quiebra la simetría espacial para el movimiento de los pares $V-aV$.

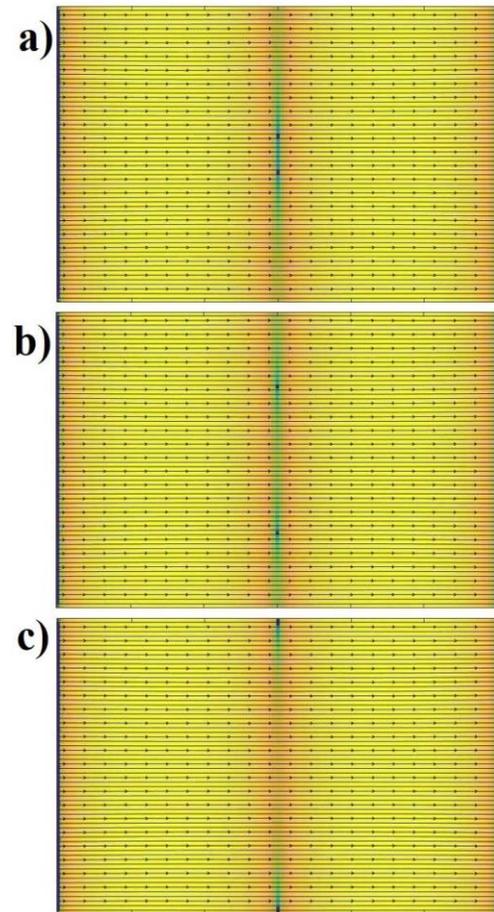


Figura 4. Logaritmo del parámetro de orden ($\ln \psi$) para la muestra homogénea $\tau = 1;05$. Color amarillo (azul) corresponde a valores de cerca de $1(0)$. Las flechas negras identifican las supercorrientes.

En la **figura 5**, graficamos el proceso BC respectivamente. Esto es debido a que la naturaleza, geometría y ubicación del pilar es constante y observamos que la altura del pilar no incide en la formación de ambos procesos CB a BC para todas las alturas τ consideradas. Ahora determinaremos el diagrama de fase $J_1(\tau)$, que delimita el estado de Meissner y el resistivo. Para ello, registramos los valores de la primera densidad de corriente crítica J_1 correspondiente a cada valor de τ relacionados con la altura del pilar (**figura 6**). Como puede verse, J_1 aumenta linealmente con τ , de acuerdo con la expresión $J_1 \approx 0,34\tau + 0,14$. Es de resaltar esta relación con la que se logran conseguir valores de J_1 a medida que aumenta la altura del pilar.

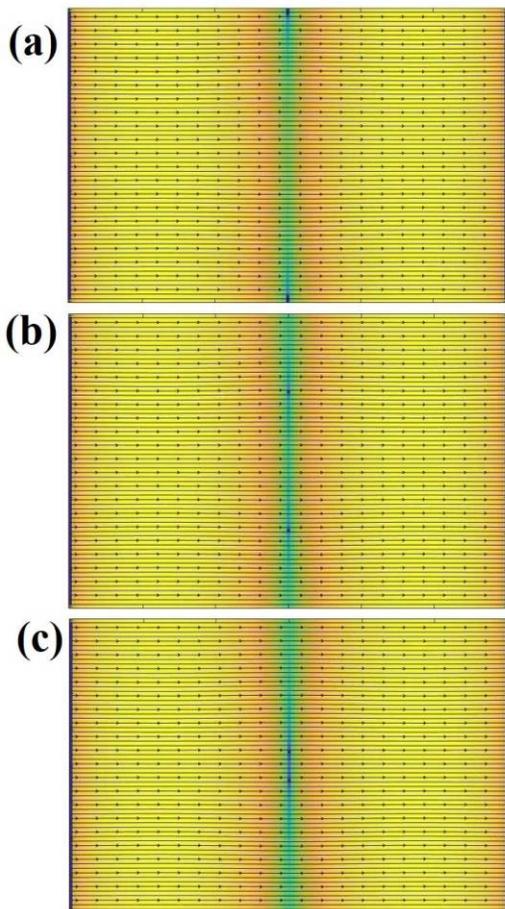


Figura 5. Logaritmo del parámetro de orden ($\ln \psi$) para la muestra homogénea $\tau = 1;20$. Color amarillo (azul) corresponde a valores de cerca de $1(0)$. Las flechas negras identifican las supercorrientes.

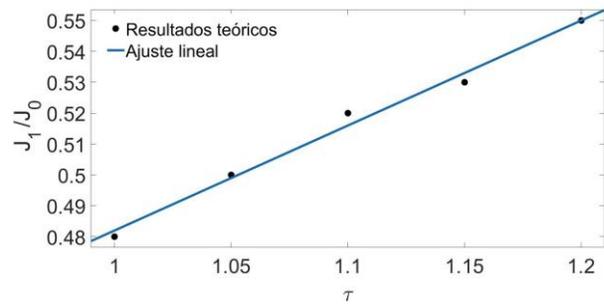


Figura 6. J_1 en función de τ . Resultados teóricos (puntos negros) y ajuste lineal (línea azul).

3.2. Estado resistivo variando las condiciones de contorno en el pilar

En esta sección analizaremos la respuesta resistiva de la muestra al colocar los bordes laterales del pilar en contacto con un material a mayor T_c . La presencia de una pequeña capa de material superconductor es simulada vía el parámetro de Gennes b . Recordemos que para una interfase superconductor-vacío es implementada con $b \rightarrow \infty, b < 0$ describe una interfase superconductor-superconductor a mayor T_c y $b > 0$ deprecia la superconductividad en la superficie porque simula el contacto con un material metálico. Para mejor análisis de los resultados introducimos el parámetro $\gamma = 1 - \delta/b$, donde $\delta = 0,1\xi$ es la resolución de la malla. Entonces: $\gamma = 0$ simula la condición de frontera de Dirichlet ($b=0$, donde $\psi = 0$); $0 < \gamma < 1$ simula una interfaz superconductor-metal; $\gamma = 1$ simula una interfaz superconductor-vacío y finalmente una interfase superconductor-superconductor se describe mediante $\gamma > 1$.

En la **figura 7(a,b)** se muestran las curvas de Voltaje V promediado en el tiempo en función de la densidad de corriente aplicada J_a y resistividad $\partial V / \partial J_a$ en función de la corriente aplicada J_a para $\tau = 1;1$ respectivamente. $\gamma = 1;5;2;0;2;5;3;0$ sobre la parte lateral externa del pilar (paralela a la corriente), para el resto de la muestra se toma $\gamma = 1;0$. Como podemos apreciar en la **figura 7(a)**, $J_1=0;21;0;33;0;45;0;87$ para $\gamma=1;5;2;0;2;5;3;0$ respectivamente. Observamos que J_1 aumenta con γ .

En la **figura 8** se muestra la relación entre J_1 (corriente en la cual el primer par de pares vórtices-antivórtices ingresan en la muestra) y γ . Aquí encontramos una dependencia exponencial de la forma $J_1=0;17+0;004\exp(\gamma/0;58)$ (línea azul en la figura), lo cual nos permite predecir las corrientes críticas para diferentes condiciones de contorno, así el rápido crecimiento de J_1 implica que cuanto mayor sea la T_c del material en contacto, más diamagnética será la muestra de estudio, lo

cual resulta favorable experimentalmente, ya que la aparición de un estado resistivo ocurre para mayores J_1 a medida que aumenta γ . Entonces, el retraso en la primera penetración de los vórtices cinemáticos podría mejorarse fuertemente al rodear el pilar con una capa delgada de otro material superconductor de mayor T_c .

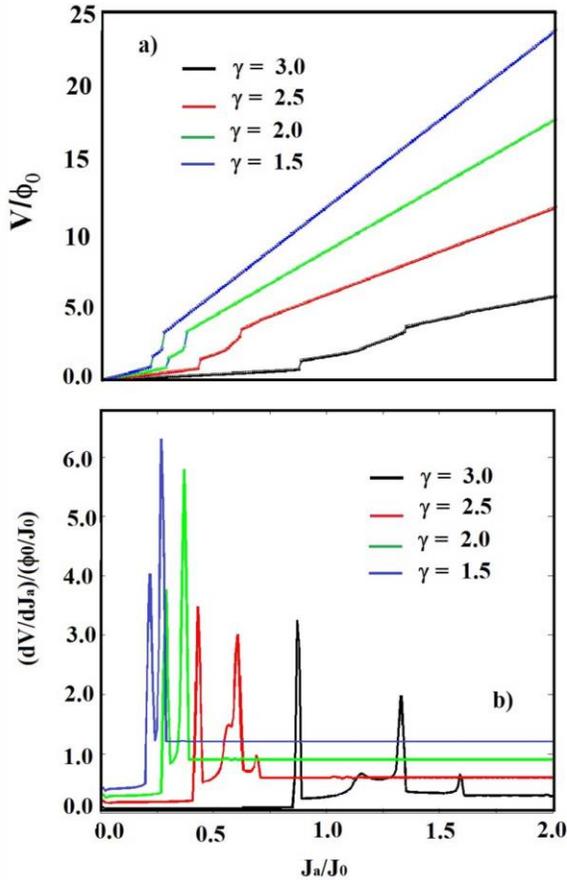


Figura 7. Curvas de Voltaje V promediado en el tiempo y resistividad $\partial V/\partial J_a$ en función de la corriente aplicada J_a (b) con $\tau = 1;1$, considerando $\gamma = 1;5;2;0;2;5;3;0$

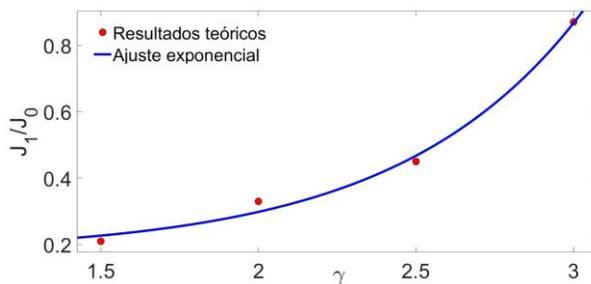


Figura 8. Corriente crítica J_1 en función de γ ; para $\tau = 1;1$. Resultados teóricos (Puntos rojos) y su respectivo ajuste exponencial (Línea azul).

4. Conclusiones

En el límite de película delgada estudiamos la dinámica de pares vórtices-antivórtices y su estado resistivo en una muestra superconductora con un pilar central y en presencia de una corriente continua aplicada. Para ello solucionamos las ecuaciones Ginzburg-Landau dependientes del tiempo, variando la altura y las condiciones de contorno sobre el pilar. Encontramos dos procesos de aniquilación de pares vórtices-antivórtices e dependientes de la corriente aplicada. En el primero, los vórtices cinemáticos se crean en el centro de la muestra y se mueven hacia los extremos donde desaparecen, llamado proceso centro-borde (*CB*). En el segundo proceso, los pares aparecen en los extremos de la muestra, y se aniquilan en el centro de la muestra, llamado proceso borde-centro (*BC*). Estos dos procesos ocurren para todas las muestras estudiadas. Encontramos una dependencia lineal entre τ y J_1 y una independencia de τ con J_2 . Finalmente, observamos una relación exponencial entre γJ_1 , lo cual nos permite predecir las corrientes críticas para diferentes condiciones de contorno.

Financiación

No aplica.

Contribuciones de los autores

O. Yamid-Vargas: Análisis formal, Escritura - Borrador original. M. Rincón-Joya: Conceptualización, Metodología, Investigación, Redacción, Revisión y Edición. J. J. Barba-Ortega: Conceptualización, Investigación, Escritura - Borrador original.

Todos los autores han leído y aceptado la versión publicada del manuscrito.

Conflictos de interés

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Declaración de la Junta de Revisión Institucional

No aplica.

Declaración de consentimiento informado

No aplica.

Referencias

- [1] A. Andronov, I. Gordion, V. Kurin, I. Nefedov, I. Shereshevsky, "Kinematic vortices and phase slip lines in the dynamics of the resistive state of narrow superconductive thin film channels," *Physica C*, no. 193, p. 213, 1993.
- [2] A. G. Sivakov, A. M. Glukhov, A. N. Omelyanchouk, Y. Kovalv, P. Muller, A. V. Ustinov, "Josephson behavior of phase-slip lines in wide superconducting strips," *Phys. Rev. Lett.*, no. 91, p. 267001, 2003, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.267001>
- [3] W. J. Skocpol, M. R. Beasley, M. Tinkham, "Self heating hotspots in superconducting thin film microbridges," *J. Appl. Phys.*, no. 45, p. 4054, 1974, doi: <https://doi.org/10.1063/1.1663912>
- [4] J. Barba-Ortega, E. Sardella, and R. Zadorosny, "Influence of the deGennes extrapolation parameter on the resistive state of a superconducting strip," *Physics Letters A*, no. 382, p. 215, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2017.11.010>
- [5] G. R. Berdiyrov, X. H. Chao, F. M. Peeters, H. B. Wang, V. V. Moshchalkov, and B. Y. Zhu, "Magnetoresistance oscillations in superconducting strips: A Ginzburg-Landau study," *Physical Review B*, no. 86, p. 224504, 2012, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.224504>
- [6] G. Berdiyrov, A. R. de C. Romaguera, M. V. Milosevic, M. M. Doria, L. Covaci, F. M. Peeters, "Dynamic and static phases of vortices under an applied drive in a superconducting stripe with an array of weak links," *Europhysics Journal B*, no. 85, p. 130, 2012, doi: <https://doi.org/10.1140/epjb/e2012-30013-7>
- [7] G. R. Berdiyrov, M. V. Milosevic, M. L. Latimer, Z. L. Xiao, W. K. Kwok, F. M. Peeters, "Large magnetoresistance oscillations in mesoscopic superconductors due to current excited moving vortices," *Physical Review Letters*, no. 109, p. 057004, 2012, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.057004>
- [8] A. Schmid, "A time dependent Ginzburg – Landau equation and its application to the problem of resistivity in the mixed state," *Physik der Kondensierten Materie*, no. 5, p. 302, 1966, doi: <https://doi.org/10.1007/BF02422669>
- [9] I. Petkovic, A. Lollo, L. I. Glazman, J. G. E. Harris, "Deterministic phase slips in mesoscopic superconducting rings," *Nature Communications*, no. 7, p. 13551, 2016, doi: <https://doi.org/10.1038/ncomms13551>
- [10] E. C. S. Duarte, E. Sardella, W. A. Ortiz, R. Zadorosny, "Dynamics and heat diffusion of abrikosovs vortex antivortex pairs during an annihilation process," *Journal of Physics: Condensed Matter*, no. 29, p. 40, 2017, doi: <https://doi.org/10.1088/1361-648X/aa81e6>
- [11] L. Rodrigues-Cadorim, A. de Oliveira Junior, E. Sardella, "Ultra-fast kinematic vortices in mesoscopic superconductors: the effect of the self-field," *Scientific Reports*, no. 10, p. 18662, 2020, doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-020-75748-5>
- [12] A. Presotto, E. Sardella, A. Malvezzi, R. Zadorosny, "Dynamical regimes of kinematic vortices in the resistive state of a mesoscopic superconducting bridge," *Journal of Physics: Condensed Matter*, no. 32, p. 435702, 2020, doi: <https://doi.org/10.1088/1361-648X/aba5a3>
- [13] C. A. Aguirre, Q. Martins, J. Barba-Ortega, "Desarrollo analítico de las ecuaciones Ginzburg - Landau para películas delgadas superconductoras en presencia de corrientes," *Revista UIS Ingenierías*, no. 18, p. 213, 2019, doi: <https://doi.org/10.18273/revuin.v18n2-2019020>
- [14] C. A. Aguirre, M. R. Joya, J. Barba-Ortega, "Dimer structure as topological pinning center in a superconducting sample," *Revista UIS Ingenierías*, no. 19, p. 119, 2020, doi: <https://doi.org/10.18273/revuin.v19n1-2020011>
- [15] C. A. Aguirre, E. D. V. Nino, J. Barba-Ortega, "Estado de veces en un cuadrado superconductor de dos orbitales con condiciones de contorno mixtas," *Revista Ingenio*, no. 15, p. 38, 2018, doi: <https://doi.org/10.22463/issn.2011-642X>
- [16] J. B. Ortega, J. Faúndez-Chaura, M. R. Joya, "Curva voltaje-tiempo en un proceso aniquilación-creación de pares vórtice-antivórtice," *Revista Ingenio*, no. 15, p. 31, 2018, doi: <https://doi.org/10.22463/issn.2011-642X>
- [17] W. Wang, R. D-Mez, M. Wallin, J. Lidmar, E. Babaev, "Pinning effects in a two-dimensional cluster glass," *Physical Review B*, no. 104, p. 144206, 2021, doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.104.144206>

[18] A. Samoilenka, E. Babaev, “Microscopic derivation of superconductor-insulator boundary conditions for Ginzburg-Landau theory revisited: Enhanced superconductivity at boundaries with and without magnetic field,” *Physical Review B*, no. 103, p. 224516, 2021, doi:

<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.224516>

[19] A. Benfenati, A. Samoilenka, E. Babaev, “Boundary effects in two-band superconductors,” *Physical Review B*, no. 103, p. 224516, 2021, doi:

<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.144512>

[20] V. Grinenko, D. Weston, F. Caglieris, C. Wuttke, C. Hess, T. Gottschall, I. Maccari, D. Gorbunov, S. Zherlitsyn, J. Wosnitza, A. Rydh, K. Kihou, C. H. Lee, R. Sarkar, S. Dengre, J. Garaud, A. Charnukha, R. Huhne, K. Nielsch, B. Buchner, H. Klauss, E. Babaev, “State with spontaneously broken time-reversal symmetry above the superconducting phase transition,” *Nature Physics*, no. 17, p. 1254, 2021, doi:

<https://doi.org/10.1038/s41567-021-01350-9>

[21] W. D. Gropp, H. Kaper, G. K. Leaf, D. M. Levine, Palumbo, V. M. V. M. Vinokur, “Numerical simulation of vortex dynamics in type-II superconductors,” *Journal of Computational Physics*, vol. 123, p. 254, 1996, doi:

<https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0022>

[22] G. C. Buscaglia, C. Bolech, A. López, *Connectivity and Superconductivity*. Berger, J. and Rubinstein, J. Springer, Berlin, 2000.

[23] L. Kramer, R. J. Watts-Tobin, “Theory of dissipative current-carrying states in superconducting filaments,” *Physical Review Letters*, no. 40, p. 1041, 1978, doi:

<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.40.1041>

[24] Q. Du, M. Gunzburger, J. S. Peterson, “A model for superconducting thin films having variable thickness,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 69, no. 3-4, 1993, doi:

[https://doi.org/10.1016/0167-2789\(93\)90089-J](https://doi.org/10.1016/0167-2789(93)90089-J)

[25] Q. Du, M. Gunzburger, J. S. Peterson, “Modeling and analysis of a periodic Ginzburg-Landau model for type-II superconductors,” *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 53 no. 3, pp. 689-717, 1993, doi:

<https://www.jstor.org/stable/2102434>

[26] J. Barba-Ortega, M. R. Joya, E. Sardella, “Resistive state of a thin superconducting strip with an engineered central defect,” *European Physical Journal B*, no. 92, p. 143, 2019, doi:

<https://doi.org/10.1140/epjb/e2019-100082-y>