

# Síntesis dimensional de dispositivos económicos para rehabilitación de extremidades superiores

## Dimensional synthesis of cost-effective devices for upper limb rehabilitation

Karen Gysela Carmona-Guevara <sup>1a</sup>, Luz Adriana Mejía-Calderón <sup>1b</sup>

<sup>1</sup> Grupo de investigación en procesos de manufactura y diseño de máquinas, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. Orcid: 0000-0002-2233-9203 <sup>a</sup>, 0000-0003-3008-2476 <sup>b</sup>  
Correos electrónicos: [karengcarmona@utp.edu.co](mailto:karengcarmona@utp.edu.co) <sup>a</sup>, [adriamec@utp.edu.co](mailto:adriamec@utp.edu.co) <sup>b</sup>

Recibido: 27 septiembre, 2022. Aceptado: 15 febrero, 2023. Versión final: 10 julio, 2023.

### Resumen

El objetivo principal de este proyecto es la construcción de dispositivos de rehabilitación para miembros superiores con base al análisis físico y morfológico de los movimientos predeterminados que se ejecutan en una terapia de rehabilitación. Para este desarrollo se aplicaron tres métodos de generación de trayectorias, analíticos y gráfico, los cuales permiten obtener diversas soluciones para cada uno de los métodos utilizados; soluciones que son analizadas y comprobadas con el fin de construir un dispositivo de rehabilitación que cumpla con movimientos y trayectorias establecidas para generar una rehabilitación total o parcial del paciente que lo requiera. Se obtienen tres dispositivos mecánicos de rehabilitación capaces de ejercer un movimiento óptimo orientado a disminuir el trabajo repetitivo y continuo realizado por los profesionales de la salud en terapias de rehabilitación.

**Palabras clave:** síntesis dimensional; mecanismos; rehabilitación; extremidad superior; tracker; síntesis gráfica; síntesis analítica; dispositivos médicos; terapia física; abducción de brazo.

### Abstract

The main objective of this project is the construction of rehabilitation devices for upper limbs based on the physical analysis of the predetermined movements that are executed in a rehabilitation therapy. This development intends to apply three methods of trajectory generation which allow to obtain different solutions for each of the methods used. Solutions, which will be analyzed and tested in order to build a rehabilitation device that complies with established movements and trajectories to generate a total or partial rehabilitation. Three mechanical rehabilitation devices capable of exercising an optimal movement that will try to reduce the repetitive and continuous work performed by health professionals in rehabilitation therapies are obtained.

**Keywords:** dimensional synthesis; mechanisms; rehabilitation; upper limb; tracker; graphic methodology; analytical methodology; medical devices; physical therapy; arm abduction.

## 1. Introducción

Las causas más comunes de accidentes y lesiones son provocadas en los campos laborales, domésticos y/o automovilísticos, afectando a un número considerable de personas; por lo que los sistemas de salud deben tomar acciones en la implementación de terapias de rehabilitación que deben ser llevadas a cabo por especialistas en fisioterapia. El tipo de rehabilitación a realizar depende principalmente de tipo de lesión y del grado de discapacidad que se haya generado en el paciente, así como de la parte del cuerpo dañada. Dos parámetros fundamentales que se deben tener en cuenta al realizar una rehabilitación son: el tiempo de tratamiento de la terapia y los movimientos y/o rangos permitidos para el miembro a rehabilitar en comparación con un miembro completamente sano.

Uno de los principales problemas para realizar un proceso de rehabilitación contempla es el aspecto económico, evidenciado en el alto costo de las terapias como consecuencia de los altos tiempos de trabajo que demanda cualquier proceso de rehabilitación, la falta de personal capacitado para atender la demanda y a los costos de adquisición de los dispositivos disponibles en el mercado [1]. Cabe resaltar que en la mayoría de los centros de rehabilitación no cuentan con dispositivos o sistemas mecánicos que generen una ayuda al profesional de la salud para realizar una terapia que permita recuperar la movilidad en su totalidad del miembro afectado [2]. Para el especialista también se suma el desgaste físico que sufre al realizar movimientos repetitivos en múltiples terapias acompañados de extensas jornadas laborales.

Basado en el alza de accidentes y la necesidad de generar múltiples rehabilitaciones surge la robótica médica, la cual es una unión entre la caracterización del movimiento y la síntesis morfológica y dimensional de dispositivos que mejoren la movilidad de la extremidad a través de movimientos suaves y repetitivos. El uso de dispositivos auxiliares para rehabilitación, tales como entrenadores de marcha, exoesqueletos, rehabilitadores para brazos, cadera, piernas, rodillas y tobillos, ayudan al profesional de la salud facilitando su trabajo con un apoyo mecánico [3]. Sin embargo, el desarrollo robótico de este tipo de dispositivos es arduo y complejo por la cantidad de variables y componentes que los conforman [4]. Por este motivo se buscan soluciones menos elaboradas, tales como los mecanismos de cuadrilátero articulado, los cuales ofrecen movimientos simples capaces de cumplir con los requerimientos, siendo además una opción viable por simplicidad de control e implementación para su adquisición en las entidades de salud de países emergentes como el nuestro; buscando además

características ergonómicas, de portabilidad y económicamente manufacturables [5].

Este trabajo se orientó a sintetizar un mecanismo aplicado a la rehabilitación del miembro superior, específicamente en el área que comprende el hombro, mediante la implementación de la síntesis dimensional, para identificar las ecuaciones que gobiernan las trayectorias y movimientos específicos dados por el especialista de la salud de manera que se logren generar terapias de rehabilitación óptimas para los pacientes.

## 2. Análisis y elección del movimiento

Para el desarrollo de esta sección se procede a seleccionar una de las fracturas y/o lesiones más comunes en las extremidades superiores, con el fin de enfocarse en un tipo de movimiento particular. Sin embargo, en la mayoría de los casos se puede realizar un análisis general acerca de los tipos de ejercicios de rehabilitación que se realiza en cada una de las lesiones, dado que así ocurran en una sección proximal o distal del miembro superior se busca en primera instancia la recuperación escalonada de la movilidad. Por lo tanto, se pretende identificar los ejercicios o movimientos generales que se ejecutan en la primera fase de una terapia de rehabilitación ejecutada por un profesional de la salud.

### 2.1. Fracturas y lesiones en miembros superiores

Las lesiones musco-esqueléticas afectan a los miembros superiores en más de la mitad de los casos; sin embargo, este tipo de lesiones no son tratadas como prioridad debido a que no suelen verse afectados ni estructuras ni órganos vitales. Las fracturas más comunes encontradas a causa de accidentes de tránsito, laborales y domésticos son: fracturas proximales del húmero, las cuales constituyen el 5% de las fracturas en adultos, seguidas por fracturas diafisarias de radio y cúbito, lesiones en manguito rotador y fracturas del extremo distal del radio; esta última considerada la lesión ósea más frecuente en extremidades superiores [6]. La fractura proximal del húmero se encuentra principalmente en pacientes mayores de 60 años, producidas por caídas con el brazo extendido o en la mayoría de los casos en jóvenes por recibir impactos de alta energía.

Las técnicas implementadas para su rehabilitación se enfocan en la funcionalidad del brazo en general por lo que se tienen ejercicios isométricos, con el fin de mantener activos los músculos y proporcional fuerza de estabilidad; movimientos fisiológicos del hombro (flexión, extensión, abducción y rotación); del codo (flexión y extensión) y estiramientos progresivos de la musculatura que se encuentra cercana a la lesión.

También son utilizados los ejercicios pendulares de hombro con el fin de evitar atrofia muscular. La lesión de manguito rotador se produce principalmente por realizar trabajos o ejecuciones de múltiple repetitividad en largas jornadas laborales los cuales desgastan los músculos y tendones que conforman esta sección del miembro superior. Para este tipo de casos, al no existir fractura, se recomienda el acompañamiento de los profesionales de salud en primera instancia, ya que para la mayoría de los casos la solución es realizar operación para unir de nuevo el manguito al hombro.

Los fisioterapeutas orientan al paciente con movimientos establecidos y específicos para esta área. El principal propósito de este tipo de rehabilitaciones es restaurar la flexibilidad y fortalecer el hombro [7]. En la luxación de hombro, la movilidad normal de la articulación se ve completamente alterada, por lo que los ejercicios que se deben realizar para obtener su estabilidad son rotación leve del hombro e isometría del brazo. Posteriormente se puede involucrar ejercicios de fortalecimiento, ejecutando movimientos de elevación, abducción, aducción, contracciones y rotaciones internas y externas del brazo. Finalmente, para la fractura de diafisaria del radio y cubito, generalmente ocasionados por impactos de alta energía directos se rehabilita mediante movimiento de pronación y supinación del antebrazo, flexión y extensión del antebrazo, ejercicios isométricos, flexión y rotación de la muñeca, flexión y extensión del brazo completo y compresión de antebrazos [8].

## 2.2. Elección de fractura o lesión

Al analizar cada una de las lesiones más comunes presentadas en la extremidad superior y al pretender individualizar esta zona por afecciones, se logró identificar que los movimientos recomendados por el fisioterapeuta en casi todos los casos son similares, por lo tanto, para el desarrollo del mecanismo o dispositivo que enmarca el desarrollo de este trabajo se elige la articulación glenohumeral que realiza seis movimientos generales que se ejecutan para realizar la terapia de rehabilitación, **Figura 1**.

En este tipo de movimientos se encuentran ángulos críticos o limitantes, conocidos porque en este punto la articulación o el movimiento llega a su tope. Ellos son: flexión 0 a 180°, extensión de 0° a 65°, abducción de 0 a 90°, aducción de 0° a 30°, rotación interna de 0 a 60° y rotación externa 0 a 45°.

Los movimientos en fase de rehabilitación deben realizarse en acompañamiento del profesional de la salud en el periodo inicial de la recuperación de la fractura, este tipo de rehabilitación puede durar de 3 a 5 semanas,

dando así cumplimiento a la fase inicial o pasiva donde lo que se busca en este punto del tratamiento es recuperar la movilidad de la extremidad y evitar contracturas en el músculo. Pasado este tiempo se inicia con la rehabilitación activa o fase 2, en la cual se inicia con ejercicios controlados a una velocidad constante y siguiendo movimientos preestablecidos para la recuperación de la fuerza y elasticidad del miembro afectado, por lo tanto y de acuerdo con los múltiples ejercicios que se pueden realizar se selecciona aquel que cumpla con el requerimiento inicial de ser un movimiento en un solo plano [9].

Para este trabajo se seleccionaron los movimientos de aducción y abducción, **Figura 2**, los cuales se encargan de acercar y alejar el miembro superior de la zona sagital o medial del cuerpo respectivamente. Cabe resaltar que en este punto se debe incurrir en temas de grados de libertad, planos cartesianos y ángulos de movimiento con el fin de analizar e interpretar los movimientos y el mecanismo que se debe elaborar.

Para replicar los ejercicios de rehabilitación que en primera fase son netamente pasivos, es decir dirigidos en su totalidad por el profesional de la salud es necesario caracterizarlos. En la actualidad existen diversos métodos para cuantificar los movimientos de los miembros superiores, tales como escaneos infrarrojos o sensores ubicados sobre la extremidad, los cuales determinan la velocidad, ángulos y trayectorias generadas.

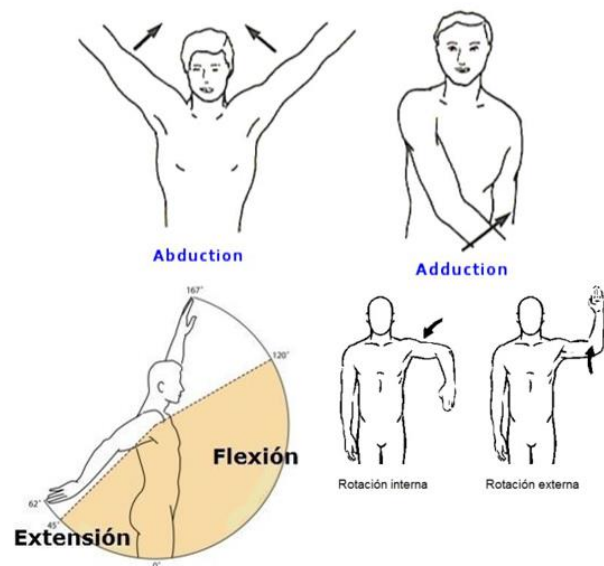


Figura 1. Movimientos realizados por la extremidad superior. Fuente: [10].

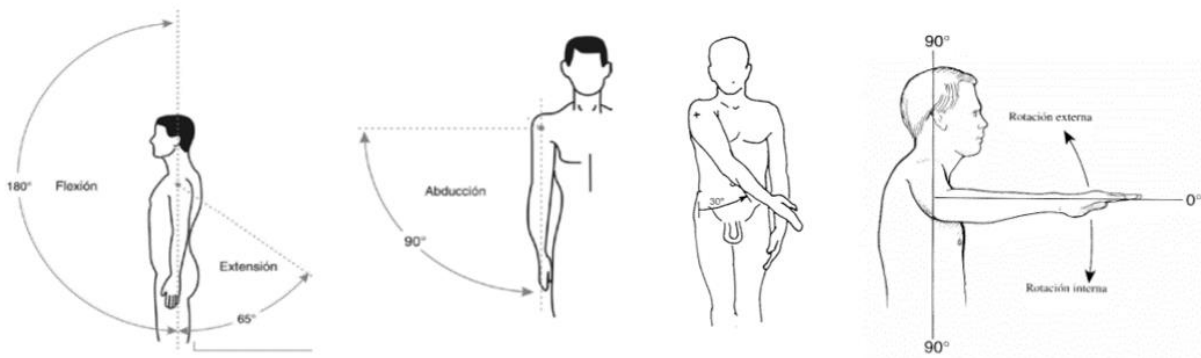


Figura 2. Ángulos iniciales y críticos en el miembro superior. Fuente: [11].

### 2.3. Caracterización del movimiento

Para caracterizar y obtener las trayectorias del caso planteado en este trabajo, se hace uso de un programa libre y Online llamado Tracker® que permite realizar análisis de video, construido sobre una plataforma Java Open Source Physics(OSP). En este paquete se realiza seguimiento de objetos con la posibilidad de obtener su posición, velocidad y aceleración, entre otros análisis. La ventaja de la metodología aplicada radica en que se usan videos reales con los movimientos planteados por el fisioterapeuta para la recuperación de la lesión seleccionada y con base en las imágenes cuadro por cuadro se obtienen las características del movimiento. Generalmente el profesional de la salud caracteriza cualitativamente los movimientos como lentos, medios o rápidos, pero sin dar una estimación cuantitativa de velocidades, valores importantes al momento de sintetizar cualquier dispositivo médico.

El software Tracker no reporta precisión ni incertidumbre inherente en sus cálculos, puesto que los resultados dependen de la resolución, la distorsión, la iluminación y otras propiedades del vídeo y la cámara usada. Algunos trabajos encontrados en la literatura [12], [13] reportan errores entre 1% y 2% en pruebas realizadas en laboratorio; sin embargo, la calibración realizada y el cuidado con el que se marquen las posiciones son los factores más relevantes, tendiendo la posibilidad de realizar marcado manual o autotracker. Otro aspecto a considerar en el ajuste del programa, sobretodo cuando se requieren variables dependientes del tiempo, es el ajuste en el número de fotogramas por segundo, pues este será un indicador de la incertidumbre aplicada a la variable temporal.

Para ello, se realiza la toma fílmica del movimiento indicado por el fisioterapeuta (en rango y velocidades), el cual debe ser importado a la aplicación, para obtener los fotogramas mediante los cuales se detectarán los puntos de interés en la respectiva trayectoria. Se debe tener en

cuenta que para este proceso se debe contar con unas marcas o referencias visibles en el espacio de interés, con el fin de escalar y dimensionar al paciente (calibración), como se muestra en la Figura 3. En este caso se conoce la distancia entre las referencias marcadas como 1 y 2, y con una vara de calibración entre dichos puntos se asigna la distancia real medida previamente. Con ello, el sistema asigna el valor de distancia a cada pixel del fotograma, de manera que cada punto del fotograma queda identificado. Se recomienda realizar la toma lo más perpendicular posible al plano del movimiento.

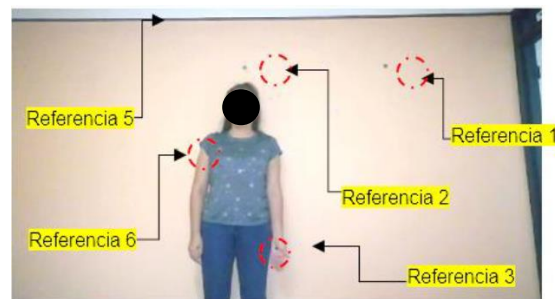


Figura 3. Video original para ingreso a la aplicación Tracker®. Fuente: elaboración propia.

Posteriormente se establece el origen del sistema coordenado y se procede a ubicar el punto de acción o estudio para la generación de la trayectoria, Figura 4; para este caso se obtienen 10 fotogramas, entregando el programa los puntos descritos en la Tabla 1. Si bien el programa puede realizar seguimiento automático de la trayectoria, es decir, busca automáticamente el punto de interés en cada fotograma y asigna su posición, la resolución del fotograma puede generar distorsión y errores en la ubicación del mismo, de manera que se opta por ubicar manualmente el punto de interés. Para cada punto, el programa entrega posición y orientación, además de valores de velocidades y aceleraciones.

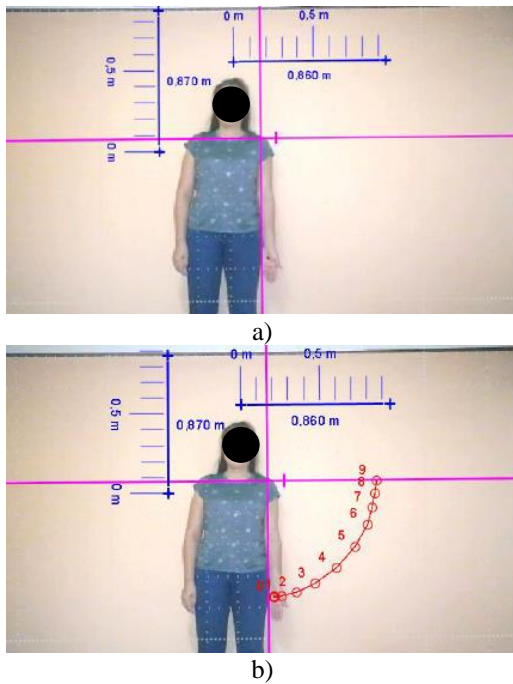


Figura 4. Medidas y ejes en aplicación Tracker®. Fuente: elaboración propia.

### 3. Síntesis dimensional del dispositivo

En síntesis dimensional de un mecanismo cuadrilátero articulado se suelen trabajar métodos gráficos y analíticos, cada uno con sus ventajas. Es posible la automatización de todo el proceso de síntesis y verificación de criterios de funcionamiento, como suele pasar con los métodos analíticos cuando son resueltos computacionalmente; o las ventajas de simplicidad en el proceso gráfico, aunque este permite verificación de criterios solo al final del proceso. En este trabajo se realizan tres tipos de síntesis: gráfica, analítica y de orden superior para incluir velocidades en los puntos de diseño.

Se realiza un proceso de síntesis exacta usando cuatro puntos de precisión en el caso de las síntesis gráfica y analítica, y dos puntos de precisión para la síntesis de orden superior. Los puntos de precisión tomados corresponden con los puntos límites superior e inferior de la trayectoria, y dos puntos intermedios de los considerados en la **Tabla 1**.

#### 3.1. Método analítico: guiado con cuatro puntos de precisión

Conocido como el método propuesto por Erdman y Sandor, los eslabones del mecanismo se representan mediante un número complejo y se relacionan las posiciones del eslabón cuando este parte de la posición 1 a la posición 2 mediante un ángulo de rotación [14]. El movimiento se encuentra descrito en el plano y entre ambas posiciones no existe un cambio en la distancia relativa, de este modo la forma compleja se representa de la forma:

$$Z_1 = Z_1 e^{j\theta_1} \tag{1}$$

donde  $Z_1$  es la magnitud del vector y  $e^{j\theta_1}$  indica su orientación en su configuración inicial.

La descripción del vector  $Z_1$  en la siguiente posición se realiza con la introducción del ángulo de rotación que lleva al cambio de orientación entre la posición inicial (primera) y la segunda posición como:

$$Z'_1 = Z_1 \cdot e^{j\theta_1} \cdot e^{j\theta_{21}} = Z_1 \cdot e^{j\theta_{21}} \tag{2}$$

siendo el ángulo  $\theta_{21}$  el ángulo de rotación entre las dos posiciones.

Tabla 1. Datos obtenidos por puntos de trayectoria

t(s)	x(m)	y(m)	v(m/s)	$\theta$
0.000	3.391E-2	-0.736		-87.4°
0.271	8.140E-2	-0.731	0.258	-83.6°
0.541	0.171	-0.710	0.425	-76.5°
0.812	0.298	-0.654	0.558	-65.5°
1.083	0.433	-0.559	0.631	-52.2°
1.353	0.552	-0.426	0.623	-37.7°
1.624	0.630	-0.285	0.498	-24.3°
1.895	0.663	-0.181	0.384	-15.2°
2.165	0.682	-8.345E-2	0.315	-7.0°
2.436	0.687	-1.170E-2		-1.0°

Fuente: programa Tracker.

El mecanismo cuadrilátero articulado puede analizarse como la unión de dos diadas, las cuales serán identificadas como diada conductora a los vectores (eslabones)  $\mathbf{Z}_1$  y  $\mathbf{Z}_2$ , y diada conducida para  $\mathbf{Z}_3$  y  $\mathbf{Z}_4$ , Figura 5. Los vectores  $\mathbf{Z}_5$  y  $\mathbf{Z}_6$  son conocidos como el eslabón acoplador y el eslabón bastidor respectivamente.

El ángulo  $\theta_{21}$  será el ángulo de giro del vector  $\mathbf{Z}_1$  (manivela del mecanismo) hasta su segunda posición y  $\theta_{31}$  y  $\theta_{41}$  el giro relativo hasta la tercera y cuarta posición.

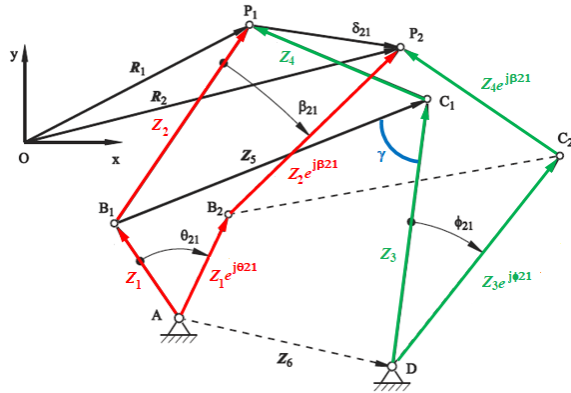


Figura 5. representación gráfica diadas mecanismo cuatro barras. Fuente: adaptada de [12].

De forma similar, el ángulo  $\beta_{21}$  corresponde al giro del vector  $\mathbf{Z}_2$  (acoplador del mecanismo) desde la primera hasta la segunda posición,  $\beta_{31}$  y  $\beta_{41}$  son los ángulos de rotación para la posición tres y cuatro respectivamente. Generando una ecuación de lazo vectorial para la primera diada cuando se desplaza desde la primera a la k-ésima posición se tiene:

$$\mathbf{Z}_1 \cdot e^{j\theta_{k1}} + \mathbf{Z}_2 \cdot e^{j\beta_{k1}} - P_k + P_1 - \mathbf{Z}_2 - \mathbf{Z}_1 = 0 \quad (3)$$

De igual manera se opera para la diada conducida:

$$\mathbf{Z}_3 \cdot e^{j\varphi_{k1}} + \mathbf{Z}_4 \cdot e^{j\beta_{k1}} - P_k + P_1 - \mathbf{Z}_4 + \mathbf{Z}_3 = 0 \quad (4)$$

Agrupando términos semejantes en las ecuaciones anteriores se obtienen las expresiones para diada conductora y conducida como:

$$\mathbf{Z}_1(e^{j\theta_{k1}} - 1) + \mathbf{Z}_2(e^{j\beta_{k1}} - 1) = \delta_{k1} \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}_3(e^{j\varphi_{k1}} - 1) + \mathbf{Z}_4(e^{j\beta_{k1}} - 1) = \delta_{k1} \quad (6)$$

donde  $\delta_{k1}$  son las diferencias entre la primera posición y la k-ésima, Figura 5.

Teniendo 4 puntos de precisión, de la ecuación (4) se obtiene un sistema de 3 ecuaciones con dos incógnitas ( $\mathbf{Z}_1$  y  $\mathbf{Z}_2$ ) correspondientes con un sistema sobredeterminado, cuya solución será única siempre que el determinante de la matriz extendida para el sistema sea cero. Esto es:

$$\det \begin{bmatrix} (e^{j\theta_{21}} - 1) & (e^{j\beta_{21}} - 1) & \delta_{21} \\ (e^{j\theta_{31}} - 1) & (e^{j\beta_{31}} - 1) & \delta_{31} \\ (e^{j\theta_{41}} - 1) & (e^{j\beta_{41}} - 1) & \delta_{41} \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

Como se busca una síntesis de guiado, es decir, es requisito el cumplimiento de los ángulos  $\beta$ , deberán determinarse los ángulos de giro de la manivela  $\theta$ . Desarrollando el determinante de la ecuación (7) y agrupando los términos desconocidos se tiene que:

$$\Delta 2 \cdot (e^{j\theta_{21}}) + \Delta 3 \cdot (e^{j\theta_{31}}) + \Delta 4 \cdot (e^{j\theta_{41}}) + \Delta 1 = 0 \quad (8)$$

Con

$$\begin{aligned} \Delta 2 &= ((e^{j\beta_{31}} - 1) \cdot \delta_{41}) - ((e^{j\beta_{41}} - 1) \cdot \delta_{31}) \\ \Delta 3 &= ((e^{j\beta_{41}} - 1) \cdot \delta_{21}) - ((e^{j\beta_{21}} - 1) \cdot \delta_{41}) \\ \Delta 4 &= ((e^{j\beta_{21}} - 1) \cdot \delta_{31}) - ((e^{j\beta_{31}} - 1) \cdot \delta_{21}) \\ \Delta 1 &= -\Delta 2 - \Delta 3 - \Delta 4 \end{aligned}$$

La expresión (8) corresponde con un sistema de dos ecuaciones no lineales para determinar dos incógnitas. Por tanto, uno de los  $\theta_{k1}$  de la expresión deberá ser asumido. Una vez determinados los otros dos ángulos, se determina  $\mathbf{Z}_1$  y  $\mathbf{Z}_2$  con dos de las tres ecuaciones derivadas de la ecuación (4).

El mismo tratamiento se realiza para la diada conducida, considerando la necesidad de asumir uno de los ángulos  $\varphi_{k1}$  para determinar los otros dos de acuerdo al determinante de la matriz extendida de dicha diada.

Con cada valor de  $\theta_{k1}$  y  $\varphi_{k1}$  se obtendrá un mecanismo diferente, por lo que será necesario evaluar qué mecanismo del grupo de soluciones es el que mejor se acomoda a los requerimientos finales.

Finalmente, mediante lazos vectoriales se determinan los apoyos  $\mathbf{R}_A$  y  $\mathbf{R}_D$ , y los demás vectores del mecanismo  $\mathbf{Z}_5$  y  $\mathbf{Z}_6$ .

### 3.2. Método gráfico: generación de trayectoria con cuatro puntos de precisión

Para este tipo de metodología es indispensable el uso de herramientas de dibujo asistido por computador, las cuales permiten obtener diseños con un grado de precisión mayor y facilita la visualización del

movimiento. Se sigue el proceso de generación de trayectoria con cuatro puntos usando el método de inversión referenciado en [14]. En la Figura 6 se presenta la secuencia del desarrollo gráfico realizado.

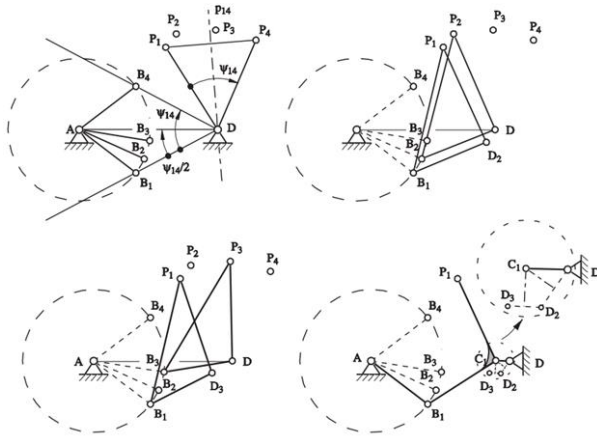


Figura 6. Pasos metodológicos en una síntesis dimensional gráfica con cuatro puntos de precisión.

Fuente: [14].

### 3.3. Método gráfico: generación de trayectoria con cuatro puntos de precisión

Generando un recorrido de lazo en el mecanismo de la Figura 5 es posible encontrar las siguientes ecuaciones:

$$R_A + Z_1 + Z_2 = R_1 \quad (9)$$

$$R_A + Z_1 \cdot e^{j\theta_{k1}} + Z_2 \cdot e^{j\beta_{k1}} = R_2 \quad (10)$$

Este sistema de ecuaciones debe ser derivado para obtener las ecuaciones de velocidad. Considerando que la ubicación de  $R_A$  es fija, se tiene:

$$j\omega_{11} \cdot Z_1 + j\omega_{21} \cdot Z_2 = V_{P1} \quad (11)$$

$$j\omega_{12} \cdot Z_1 \cdot e^{j\theta_{k1}} + j\omega_{22} \cdot Z_2 \cdot e^{j\beta_{k1}} = V_{P2} \quad (12)$$

donde  $\omega_{11}$  y  $\omega_{12}$  son las velocidades angulares de la manivela en las posiciones uno y dos respectivamente, y  $\omega_{21}$  y  $\omega_{22}$  las velocidades angulares del acoplador en las posiciones primer y segunda respectivamente.

Al obtener este sistema de ecuaciones, se procede a la construcción de la siguiente matriz donde las incógnitas serán las variables  $Z$  y  $\omega$ :

$$\begin{bmatrix} (e^{j\theta_{k1}} - 1) & (e^{j\beta_{k1}} - 1) \\ j\omega_{11} & j\omega_{21} \\ j\omega_{12} \cdot e^{j\theta_{k1}} & j\omega_{22} \cdot e^{j\beta_{k1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{k1} \\ V_{P1} \\ V_{P2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Sin embargo, para encontrar una solución a este sistema donde la tercera ecuación es redundante se requiere que el determinante de la matriz extendida sea cero:

$$\det \begin{bmatrix} (e^{j\theta_{k1}} - 1) & (e^{j\beta_{k1}} - 1) & \delta_{k1} \\ j\omega_{11} & j\omega_{21} & V_{P1} \\ j\omega_{12} \cdot e^{j\theta_{k1}} & j\omega_{22} \cdot e^{j\beta_{k1}} & V_{P2} \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Si se tiene un valor establecido para el giro de la manivela, en la ecuación (14) se deberá determinar las velocidades angulares del acoplador. Desarrollando el determinante se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para la velocidad del acoplador, como:

$$A + B \cdot \omega_{21} + C \cdot \omega_{22} = 0 \quad (15)$$

donde,

$$\begin{aligned} A &= (e^{j\beta_{k1}} - 1) \cdot [(j\omega_{11} \cdot V_{P2}) - ((j\omega_{k12} \cdot e^{j\theta_{k1}}) \cdot V_{P1})] \\ B &= (j) \cdot [((j\omega_{12} \cdot e^{j\theta_{k1}}) \cdot \delta_{k1}) - ((e^{j\theta_{k1}} - 1) \cdot V_{P2})] \\ C &= (j \cdot e^{j\beta_{k1}}) \cdot [((e^{j\theta_{k1}} - 1) \cdot V_{P1}) - ((j\omega_{11}) \cdot \delta_{k1})] \end{aligned}$$

Resolviendo se tiene:

$$\omega_{21} = \frac{\begin{bmatrix} -Re(A) & Re(C) \\ -Im(A) & Im(C) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Re(B) & Re(C) \\ Im(B) & Im(C) \end{bmatrix}}, \quad \omega_{22} = \frac{\begin{bmatrix} Re(B) & -Re(A) \\ Im(B) & -Im(A) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Re(B) & Re(C) \\ Im(B) & Im(C) \end{bmatrix}}$$

Representando  $Re$  la parte real del número complejo e  $Im$  la parte imaginaria.

Finalmente se determinan las longitudes de la diada conductora mediante las ecuaciones (11) y (12).

### 3.4. Criterios por cumplir

En la síntesis dimensional se ha de considerar el cumplimiento de los puntos de precisión, ángulos de guiado, velocidades de puntos de paso; pero también es necesario evaluar qué tan viable es el mecanismo desde el punto de vista de transmisión de fuerza, si presenta errores conocidos como errores de rama y errores de orden, así como también el cumplimiento de la conocida Ley de Grashof que permite determinar si el mecanismo sintetizado tiene una manivela (eslabón que realiza el giro completo, por tanto puede acondicionarse un motor de movimiento continuo).

#### 3.4.1. Condiciones rotabilidad

Una forma rápida de comprobar el tipo de mecanismo obtenido, mediante las dimensiones de los eslabones es a partir de los criterios de rotabilidad. La ley de Grashof, usualmente utilizada indica que para tener una manivela en el cuadrilátero articulado es necesario que la suma de los eslabones más largo y más corto sea menor que la suma de los otros dos eslabones. Sin embargo, para que

el cuadrilátero articulado sea útil al propósito de este trabajo, se requiere que la manivela sea el eslabón de  $Z_1$ . Esta condición se da únicamente cuando:

$$T_2 * T_1 \geq 0 \quad \& \quad T_3 \geq 0 \quad (16)$$

siendo,

$$\begin{aligned} T_1 &= |Z_6| + |Z_5| - |Z_1| - |Z_3| \\ T_2 &= |Z_6| + |Z_3| - |Z_5| - |Z_1| \\ T_3 &= |Z_3| + |Z_5| - |Z_1| - |Z_6| \end{aligned}$$

### 3.4.2. Condición de ángulo de transmisión

Un criterio indicador de la efectividad con la que se entrega el movimiento al eslabón de salida es el ángulo de transmisión, que se define como el menor ángulo entre la dirección del vector de velocidad relativa del eslabón acoplador y la dirección del vector de la velocidad absoluta del eslabón de salida, ambos tomados en el par C. Ángulo  $\gamma$  de la Figura 5. Es recomendable que este ángulo en su mínimo valor no sea menor a  $40^\circ$ . Se puede determinar el mínimo ángulo que se da en el mecanismo a partir de las longitudes de sus eslabones:

$$\gamma_{min} = \arccos\left(\frac{|Z_5|^2 + |Z_3|^2 - |Z_6 - Z_1|^2}{2|Z_5||Z_3|}\right) \quad (17)$$

## 4. Resultados

En este apartado se presentan los resultados y diseños para los tres tipos de síntesis aplicados.

### 4.1. Síntesis analítica de guiado con 4 puntos de precisión

Con los datos de la Tabla 1 e iterando los ángulos asumidos  $\theta_{41}$  y  $\phi_{41}$  para valores entre  $0^\circ$ -  $359^\circ$  se obtiene un mecanismo que cumple tanto con el criterio de rotabilidad establecido, como también con un ángulo mínimo de transmisión favorable pasando por los puntos de precisión. Las dimensiones obtenidas son presentadas en la Tabla 2.

Una ventaja del mecanismo sintetizado en esta sección es que el eslabón acoplador es binario, es decir presenta dos pares cinemáticos de rotación, siendo colineal a la

orientación del brazo. Sin embargo, es necesario considerar aspectos morfológicos del usuario que provean comodidad al paciente y seguridad en su uso.

Del estudio realizado en [15] se obtienen los valores para establecer los parámetros de uso para este dispositivo. Estatura, longitud del brazo, perímetro del brazo y del antebrazo son algunas de los datos requeridos para el diseño del prototipo.

El diseño se enfocó en uso de geometrías sencillas aptas para la variación de longitudes y de fácil montaje. En la Figura 7 se presenta el dispositivo con sus elementos constitutivos.

Si bien para cada paciente debe existir una trayectoria y unos puntos de precisión establecidos, es imposible la búsqueda de ecuaciones, análisis y construcción de dispositivos para cada condición, por lo tanto, se realizó la propuesta física de un dispositivo de rehabilitación de longitud variable, el cual tiene la posibilidad de extender o contraer sus elementos siendo capaz de adaptarse al tamaño del paciente, y por tal motivo ser apto para cubrir una gran parte de la población que lo solicite.

Teniendo en cuenta las diferencias morfológicas de cada paciente se opta por agregar varios puntos de anclaje del soporte para la mano el cual puede ser desensamblado y ubicado en la posición requerida. En la Figura 8 se esquematiza este elemento extensor y en la Figura 9 se muestra el funcionamiento del dispositivo en dos de las posiciones establecidas.

En este caso se obtuvo un mecanismo que satisface la trayectoria solicitada; sin embargo, esta configuración presenta una rotación de  $360^\circ$  en el acoplador, lo cual hace que el diseño propuesto sea inviable debido que al implementar un motor continuo este obligaría a la extremidad superior a realizar esta misma rotación.

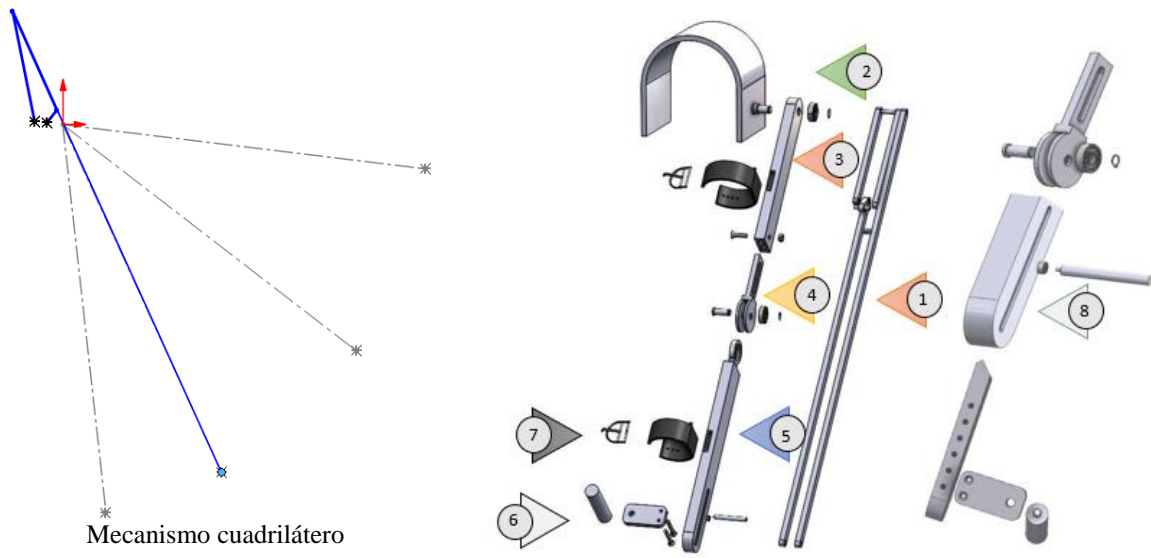
Para resolver este inconveniente, se propuso adicionar una diada al mecanismo sintetizado, de manera que la manivela del mecanismo solo gire entre los valores límites que hacen que el acoplador siga el movimiento requerido.

Tabla 2. Dimensiones del mecanismo sintetizado método 1

$\Theta_{41}$	$\Phi_{41}$	$R_A$ [cm]	$R_D$ [cm]	$Z_1$ [cm]	$Z_2$ [cm]	$Z_3$ [cm]	$Z_4$ [cm]	$Z_5$ [cm]	$Z_6$ [cm]
90	150	-5.2676 + 0.4957i	-3.0337 + 0.3005i	21,3312	20,4649	3,1142	2,2424	95,3267	74,8620

Fuente: elaboración propia.





#	Nombre	Descripción/Función
1	Mecanismo cuadrilátero	Imprime el movimiento guiado al dispositivo conectado mediante un vástago al dispositivo
2	Tope para hombro	Elemento fijo que impide rotación completa en la articulación glenohumeral (0° a 90°)
3	Soporte brazo	Elemento móvil unido al mecanismo que soporta el peso de la extremidad y guía el movimiento
4	Extensor	Permite la variación de longitud entre ambos soportes
5	Soporte antebrazo	Elemento móvil unido al mecanismo que soporta el peso de la extremidad y guía el movimiento
6	Soporte y agarre mano	Elemento para agarre-apoyo de la mano para ejecutar el movimiento
7	Correas de sujeción	Elementos fijos que generan la unión extremidad-dispositivo
8	Variadores	Permiten la extensión-contracción del dispositivo

Figura 7. Mecanismo sintetizado por método analítico con 4 puntos de precisión. Fuente: elaboración propia.

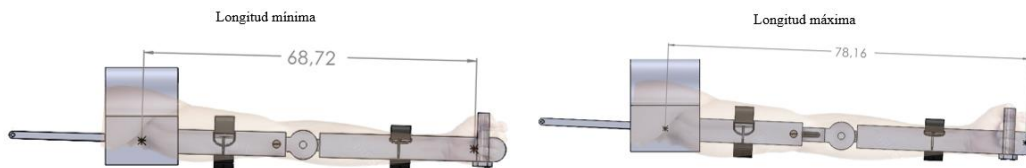


Figura 8. Longitudes límites del dispositivo. Fuente: elaboración propia.

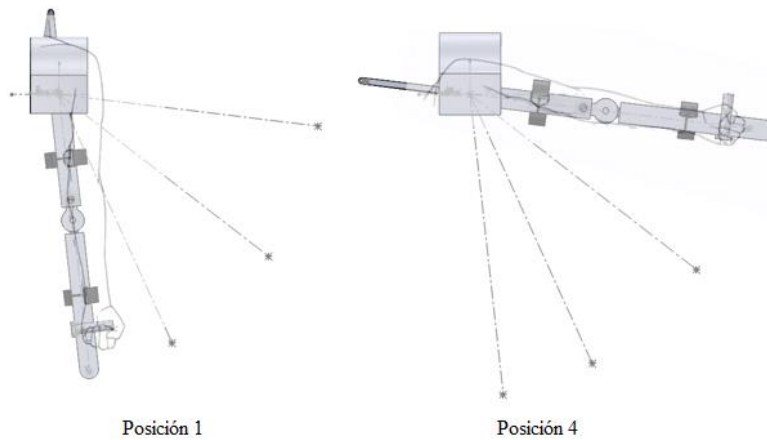


Figura 9. Comprobación de paso por los puntos de precisión. Fuente: elaboración propia.

Con ello se tiene que la manivela del mecanismo de guiado se convierta en el balancín del mecanismo cuadrilátero articulado adicional. Siguiendo la metodología propuesta por [14] se obtienen las dimensiones de la diada adicional. Esta adaptación se muestra en la **Figura 10**.

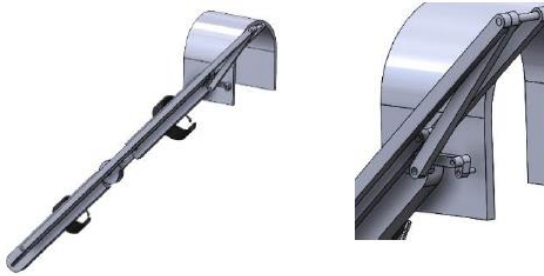


Figura 10. Mejoramiento estructural del mecanismo.  
Fuente: elaboración propia.

#### 4.2. Síntesis gráfica de generación de trayectoria con 4 puntos de precisión

Teniendo en cuenta el procedimiento referenciado en [14], es posible hallar un mecanismo útil que realice una trayectoria que pase por los puntos de precisión establecidos con anterioridad. Se debe tener en cuenta que este método es netamente gráfico y por lo tanto solo cuenta con seis pasos para su desarrollo, de tal manera que para conocer la viabilidad de una configuración es necesario validarla al finalizar el proceso, siendo necesario realizar múltiples simulaciones hasta encontrar el mecanismo adecuado.

Un punto a resaltar de este método es su facilidad de ejecución y sus resultados óptimos para la generación de trayectoria sin guiado. Sin embargo, el mecanismo solo atraviesa los puntos por el extremo del seguidor, y debido

a esto el brazo no puede estar unido al eslabón acoplador como en el caso anterior, por lo que es necesaria la construcción de un elemento que permita al brazo realizar la trayectoria prescrita solo entrando en contacto con el punto extremo del acoplador. Se propone para ello, la construcción de una guía la cual permita al dispositivo cumplir con el paso de los puntos y su diseño se presenta en la **Figura 11**.

Una ventaja adicional de este mecanismo es que al ser un elemento sin restricciones puede ser utilizado por diversos pacientes siempre que su estatura esté en un rango alrededor de los 160 cm, consideraciones tomadas para evitar daños y movimientos equívocos en pacientes con estaturas inferiores. Debido a que la envergadura del brazo de un paciente de 150 cm es inferior, las longitudes y los ángulos alcanzados puede causar daños en la extremidad por posiciones inadecuadas en la zona glenohumeral.

Se puede observar en la **Figura 12**, que para una estatura inferior a las parametrizadas este prototipo puede presentar problemas en el momento del agarre del vástago por parte del paciente, debido a que el ejercicio de rehabilitación se vería afectado por extensiones o flexiones del miembro superior al momento de intentar tomar el vástago, ocasionando una mala praxis en la rehabilitación. Pueden usarse calzas para levantar al paciente desde el piso, pero se debe prestar atención a que la longitud del brazo en la toma del vástago no afecte el tratamiento.

En la **Figura 13** se presentan los elementos que constituyen el mecanismo y en la **Figura 14** se muestra la comprobación de los puntos de precisión al inicio y al final de la trayectoria.

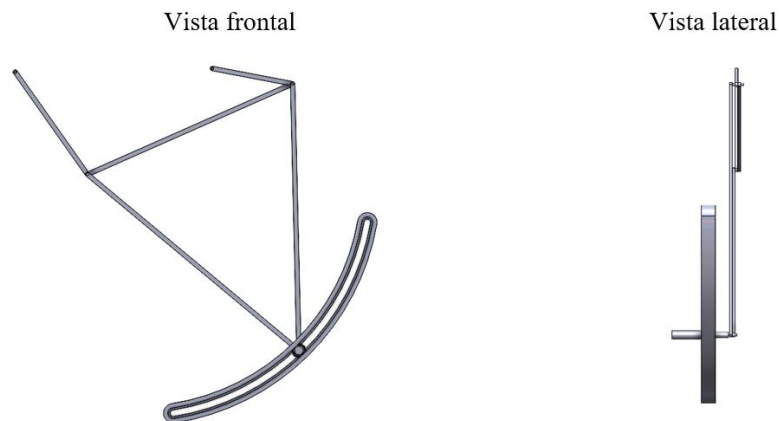


Figura 11. Diseño preliminar del mecanismo. Fuente: elaboración propia.

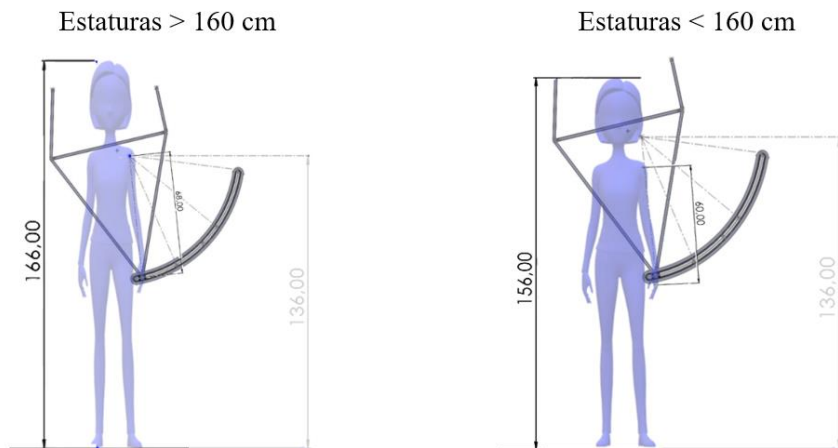


Figura 12. Posicionamiento del mecanismo según la altura del paciente. Fuente: elaboración propia.

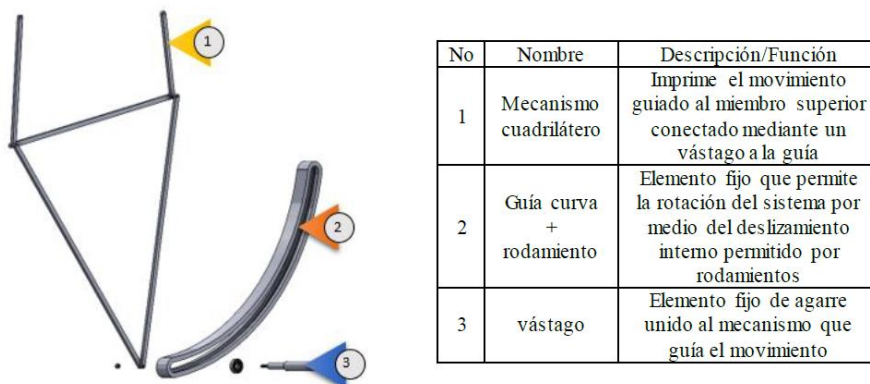


Figura 13. Vista explosionada del mecanismo y descripción de elementos: fuente: elaboración propia.

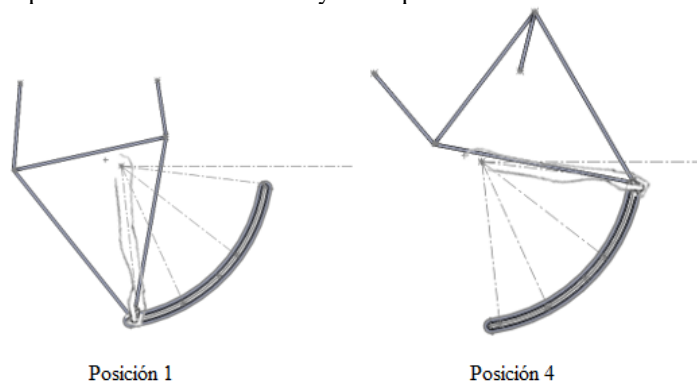


Figura 14. Comprobación de puntos de precisión. Fuente: elaboración propia.

Otro inconveniente presentado en este mecanismo es que la trayectoria entre los puntos P1 a P4 sigue los requerimientos, pero para todo el giro de la manivela se sigue una trayectoria diferente, como la mostrada en la [Figura 15](#).

Para el mecanismo planteado no es posible el uso de un motor de giro continuo y sería necesario el uso de servomotores o motores paso a paso con sus correspondientes controles. Para solucionar este problema, se propuso adicionar una diada al mecanismo sintetizado, de manera que la manivela del mecanismo solo gire entre los valores límites que hacen que el

acoplador siga el movimiento requerido. Con ello se tiene que la manivela del mecanismo de trayectoria se convierta en el balancín del mecanismo cuadrilátero articulado adicional, tal como se hizo en el caso anterior. Siguiendo la metodología [14] para síntesis de mecanismo de cuatro barras con una razón de tiempos igual a la unidad, se tiene un mecanismo como el presentado en la Figura 16.

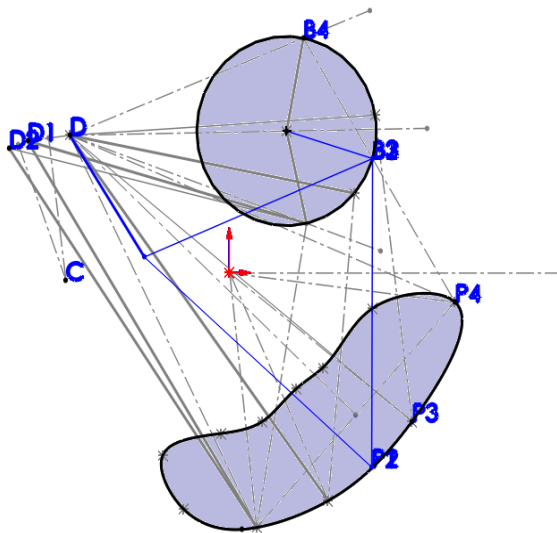


Figura 15. Trayectoria manivela-acoplador método gráfico: generación. Fuente: elaboración propia.

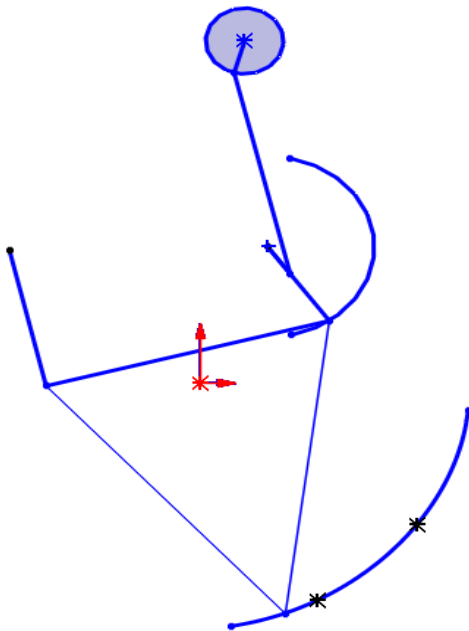


Figura 16. Trayectorias generadas por mecanismo de intervención. Fuente: elaboración propia.

En la Figura 17, se presenta el mecanismo sintetizado considerando las velocidades.

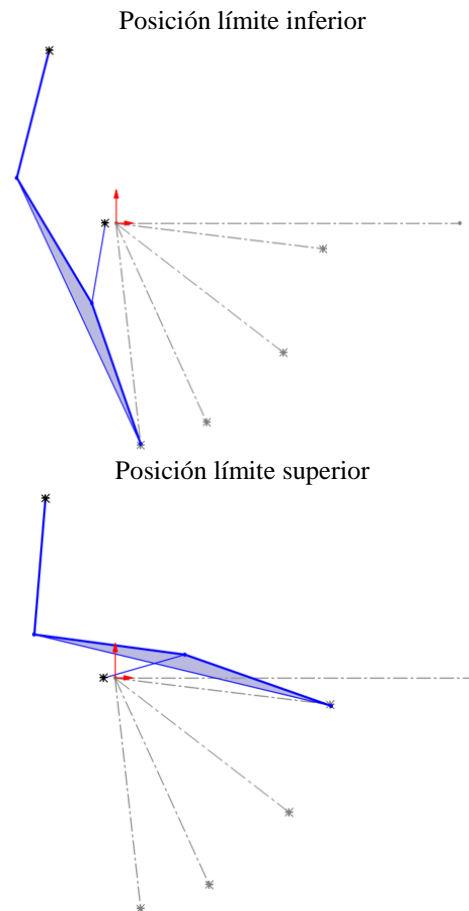


Figura 17. Mecanismo sintetizado para cumplir los requisitos de posición y velocidad. Fuente: elaboración propia.

#### 4.3. Síntesis de orden superior

Siguiendo con los desarrollos matemáticos es posible encontrar este último mecanismo que finaliza los métodos de estudio. En este análisis se usan dos variables nuevas correspondiente a la velocidad de los puntos de precisión y además la velocidad angular del eslabón principal que genera la rotación en el sistema. Para este desarrollo es necesario tomar dos puntos extremos de la trayectoria prescrita con sus velocidades. Estos datos son tomados de la aplicación Tracker® para el movimiento propuesto por el fisiatra, ventaja que da este tipo de aplicaciones, dado que los profesionales de la salud no cuentan con una velocidad cuantitativa establecida para generar este tipo de tratamientos, sino unos valores referidos como lentos, medios o rápidos, y son ajustados según su experiencia profesional.

Con las posiciones y velocidades en los puntos de precisión y asumiendo una velocidad angular de la manivela de 0,6 rad/s (valor obtenido de la necesidad de un giro completo en un tiempo específico según si se desea un movimiento lento, medio o rápido), se obtiene un mecanismo útil especificado en la **Tabla 3**.

Los valores de  $\theta_{21}$  y  $\varphi_{21}$  fueron variados hasta obtener un mecanismo que cumpliera lo criterios de rotabilidad y mínimo ángulo de transmisión deseado.

Tabla 3. Dimensiones del mecanismo sintetizado para síntesis de orden superior

$\theta_{21}$	66
$\varphi_{21}$	315
$R_A$ [cm]	-5.5045 + 0.0521i
$R_D$ [cm]	-22.4186 + 55.0704i
$Z_1$ [cm]	25.7261
$Z_2$ [cm]	48.1402
$Z_3$ [cm]	43.3079
$Z_4$ [cm]	57.5595
$Z_5$ [cm]	48.6902
$Z_6$ [cm]	95.6219

Fuente: elaboración propia.

Este mecanismo tiene el inconveniente en el cumplimiento del giro mencionado en el mecanismo anterior. La trayectoria que sigue este mecanismo se presenta en la **Figura 18**.

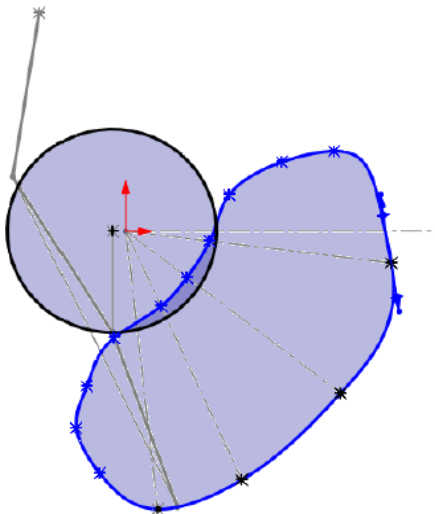


Figura 18. Trayectoria manivela-acoplador orden superior: generación. Fuente: elaboración propia.

Al analizar que el movimiento generado por el acoplador es suave y sin saltos, es posible proponer la mejora de

una guía incluida al sistema inicialmente propuesto, esto con el fin de que a medida que la extremidad superior genere la trayectoria establecida, este tenga la capacidad de desplazarse sin causar movimientos bruscos o no aptos para la terapia de rehabilitación. Si bien este mecanismo cumple con la trayectoria establecida, esta configuración presenta una elevación en la parte superior la cual puede ser aceptada teniendo en cuenta que el dispositivo no se encuentra fijo a los acopladores y esta es necesaria para el retroceso del mecanismo.

En la **Figura 19**, se presenta el prototipo que permite la adaptación a cualquier longitud de brazo tras la adición de una junta prismática.

#### 4.4. Comparativas de casos

Para cada tipo de síntesis dimensional empleada se ha obtenido un mecanismo útil que da lugar a un dispositivo de rehabilitación con las características deseadas. Sin embargo, de su aplicación se observan ventajas e inconvenientes que limitan su aplicación. Tratándose de una metodología analítica (primer enfoque), se observa que, si bien el desarrollo matemático es exacto, se deben realizar múltiples iteraciones en ángulos de diseño que dan lugar a múltiples soluciones posibles. Sin embargo, los algoritmos de programación pueden ajustarse para evaluar y clasificar las soluciones de acuerdo al cumplimiento de criterios de rotabilidad y eficiencia dentro de la misma rutina de cálculo.

Caso diferente ocurre en la metodología gráfica (segundo enfoque empleado), que, aunque es más simple, y a pesar de disponerse de software paramétrico que ayuda a reducir los tiempos de trabajo, solo permite evaluar los mecanismos solución al final del proceso, sin la posibilidad de ir poco a poco acercándose a un mecanismo óptimo. De los tres enfoques, el de orden superior es el de menor tiempo de iteración dado que maneja menos puntos de precisión.

#### 5. Conclusiones

Se han diseñado mediante métodos analíticos y gráfico, tres prototipos parametrizados para rehabilitación de miembros superiores basándose en requisitos de movimiento en posicionamiento, guiado y también considerando velocidades establecidas por el profesional de la salud.

Los diseños preliminares de los dispositivos fueron mejorados estructuralmente con el fin de que puedan accionarse a partir de motores de giro continuo sin que ello genere riesgo para el paciente.

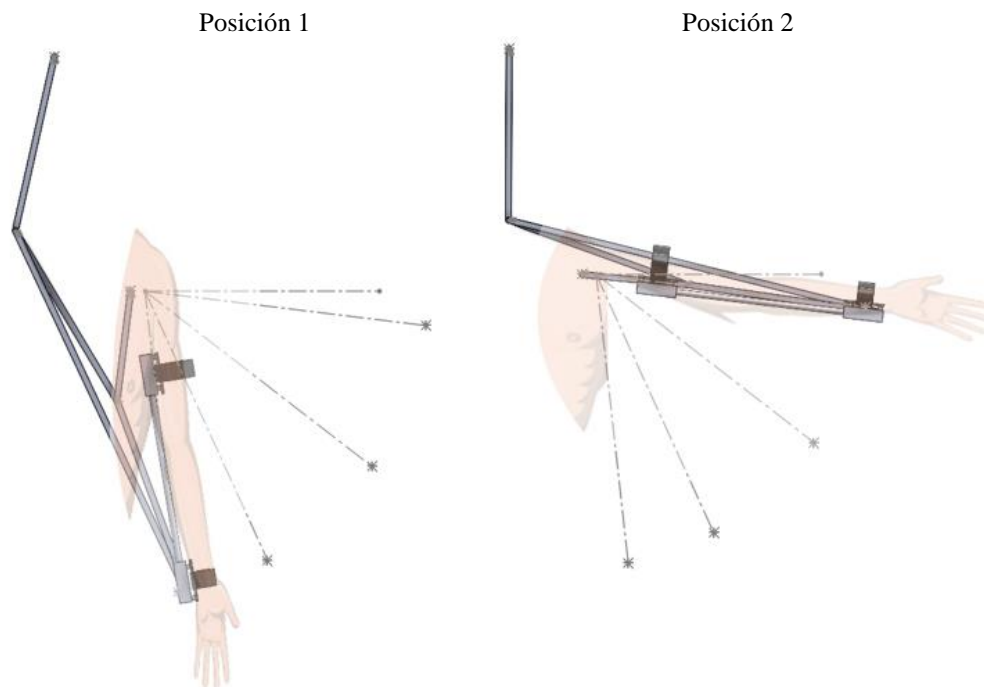


Figura 19. Demostración de uso y cumplimiento de trayectoria: Orden superior. Fuente: elaboración propia

Se han propuesto varios prototipos capaces de brindar apoyo físico al profesional de la salud y una ayuda viable, económica y eficaz en terapias de rehabilitación de miembros superiores, área de la salud que en nuestro entorno se encuentra sobrecargada de labores y con poco personal de apoyo.

Los dispositivos diseñados son simples, de fácil ensamble y pueden ser usados cómodamente por el paciente y para el profesional de la salud. Ocupan poco espacio y se presumen de manufactura económica, por lo que serían asequibles por los sistemas públicos de salud.

Si bien las metodologías analíticas de síntesis de mecanismos revisten una mayor complejidad en su implementación y desarrollo, terminan siendo más prácticas pues permiten incluir multivariabilidad en el diseño; no solo las posiciones y ángulos de paso, sino también criterios de funcionamiento como la rotabilidad y el ángulo mínimo de transmisión en un solo algoritmo, situación imposible de considerar en las metodologías gráficas que deben ser comprobadas una vez que se ha realizado todo el proceso de sintetizado. Se espera a futuro incorporar en los algoritmos, limitantes para las soluciones que presentan errores de movilidad como el llamado error de rama y la aplicación de otros métodos numéricos que permitan limitar la búsqueda de soluciones a unos pocos ángulos de iteración.

El uso de herramientas de acceso libre para el análisis de movimiento como el usado en este trabajo, fue de gran importancia y utilidad, toda vez que los profesionales de la salud, en específico en la fisioterapia, los movimientos de rehabilitación no están caracterizados en valores numéricos de velocidad y aceleración, y en su mayoría son orientados por el profesional que los cataloga como de mayor o menor rapidez. Con las herramientas de análisis de videos es posible caracterizar cuantitativamente estos movimientos.

#### Financiación

No aplica.

#### Contribuciones de los autores

K. G. Carmona-Guevara: Análisis formal; investigación; metodología; redacción: borrador original. L. A. Mejía-Calderón: conceptualización; administración del proyecto; supervisión; redacción: revisión y edición.

Todos los autores han leído y aceptado la versión publicada del manuscrito.

#### Conflictos de interés

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

### Declaración de la Junta de Revisión Institucional

No aplica.

### Declaración de consentimiento informado

No aplica.

### Referencias

[1] S. Cilveti, V. Idoate. “Movimientos repetidos de miembro superior: Protocolos de vigilancia sanitaria específica”, Comisión de Salud Pública, Ministerio de Sanidad y Consumo, España, 2018. [En línea]. Disponible en: <https://www.sanidad.gob.es/ciudadanos/saludAmbLaboral/docs/movimientos.pdf>

[2] N. Carvajal, W. González, A. Segura, “Diseño y desarrollo tecnológico de un dispositivo terapéutico para la rehabilitación física en el ámbito hospitalario”, *Salud*, vol. 35, no. 2, 2020, doi: <https://doi.org/10.14482/sun.35.2.617.1>

[3] M. Chávez, F. Rodríguez, A. Baradica, “Exoesqueletos para potenciar las capacidades humanas y apoyar la rehabilitación”, *Rev Ingeniería Biomédica*, vol 4, no 7, 2010.

[4] D. Sosa, “Desarrollo de un exoesqueleto para rehabilitación del hombro”, trabajo fin de master, Universidad tecnológica de Mixteca, México, 2017. [En línea]. Disponible en: [http://jupiter.utm.mx/~tesis\\_dig/13134.pdf](http://jupiter.utm.mx/~tesis_dig/13134.pdf)

[5] I. Vargas, “Barreras en el acceso a la atención en salud en modelos de competencia gestionada: un estudio de caso en Colombia”, Tesis Doctoral, Facultad de Medicina, Universidad Autónoma de Barcelona, 2009. [En línea]. Disponible en: <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/4651/iv11de1.pdf>

[6] J. Specker, N. Tamón. “Fracturas de húmero distal en pacientes mayores de 65 años: ¿Cuál es la mejor opción terapéutica?”, *Anales de la Facultad de Medicina*, vol 2, no 7, 2020, doi: <https://doi.org/10.25184/anfamed2020v7n2a4>

[7] J. L. Osmá, F. A. Carreño, “Manguito de los rotadores: epidemiología, factores de riesgo, historia natural de la enfermedad y pronóstico. Revisión de conceptos actuales”, *Rev. Colombiana de ortopedia y traumatología*, vol 30, no S1, 2016. doi: <https://doi.org/10.1016/j.rccot.2016.09.001>

[8] P. Bancharo, J. Mata, “Fracturas diafisarias del cúbito y radio” en *Manual de cirugía ortopédica y traumatología*, España: Editorial Panamericana, 2010.

[9] J. Jaramillo, C. Restrepo, “Inestabilidad de hombro: una revisión de las opciones de manejo”, *Rev. Colombiana de Ortopedia y Traumatología*, vol 30, no. 2, 2016. doi: <https://doi.org/10.1016/j.rccot.2016.07.007>

[10] S. Namdari et al., “Defining functional shoulder range of motion for activities of daily living”, *Journal of Shoulder and elbow surgery*, vol. 21, 2012. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jse.2011.07.032>

[11] J.L. Melos, *Ergonomía aplicada a las herramientas*. Buenos Aires, CPL ediciones, 2010.

[12] M. Dominguez, “Uso de Tracker para análisis y modelado de datos experimentales en laboratorios tradicionales de Física”, *Revista de la Escuela de Física, UNAH*, vol 4, no. 2, 2015. [En línea]. Disponible en: <https://camjol.info/index.php/fisica/article/view/8279/8498>

[13] D.C. Diaz, F.Cala, “Análisis de videos y modelado de sistemas físicos sencillos como estrategia didáctica”, *Revista Educación en Ingeniería*, vol 9, no 18, 2014.

[14] H. Quintero, L. Mejía., *Síntesis de mecanismos*. Pereira, Colombia: Editorial UTP, 2021.

[15] R. Ávila, L. Prado, E. González, *Dimensiones Antropométricas de población latinoamericana*, Universidad de Guadalajara, México, 2007.