

COMPARACIÓN Y EVALUACIÓN DE MÉTODOS DE SUPRESIÓN DE RUIDO EN IMÁGENES DE ORIGEN ASTRONÓMICO UTILIZANDO WAVELETS

JUAN CARLOS BASTO PINEDA

*MSc(c) en Astronomía IAG - USP
Físico – Ing. Electrónico
Grupo Halley
Universidad Industrial de Santander
basto-pineda@usp.br*

ARTURO PLATA GÓMEZ

*PhD. Ciencias para el Ingeniero.
Universidad Industrial de Santander
aplata@uis.edu.co*

*Fecha de recibido: 06/04/2010
Fecha de aprobación: 15/12/2010*

RESUMEN

En este artículo se comparan diferentes técnicas de supresión de ruido gaussiano en imágenes de origen astronómico, todas ellas basadas en filtrado de coeficientes mediante transformaciones wavelet. Se realizaron experimentos de validación con imágenes previamente tratadas provenientes del SDSS¹, añadiendo ruido artificialmente y comparando la efectividad de cada método en la reconstrucción de la señal original, mediante indicadores cuantitativos como el error medio cuadrático y la relación señal a ruido. Los resultados obtenidos con algunos de los métodos son muy satisfactorios. Adicionalmente, se debe mencionar que esta comparación lleva a conclusiones contradictorias con otros artículos sobre el tema. Los autores de dichos artículos utilizaron imágenes de origen no astronómico, y por tanto con características distintas.

PALABRAS CLAVE: Procesamiento digital de imágenes, imágenes astronómicas, transformaciones wavelets, supresión de ruido, ruido gaussiano.

ABSTRACT

In this paper, several wavelet-based techniques for removal of gaussian noise in astronomical images are compared. Validation experiments were carried out with previously processed images from the SDSS, by adding noise artificially and comparing the effectiveness of each method in the reconstruction of original image by means of quantitative indicators like the mean square error and the signal to noise ratio. Results obtained with some of used methods are quite satisfactory. Also, their comparison with other papers shows contradictory conclusions about the best option among the considered methods. Authors of those papers made their validation experiments with another kind of images of non-astronomical origin, having therefore other characteristics.

KEY WORDS: Digital image processing, astronomical images, wavelet transformation, noise suppression, gaussian noise.

¹ El proyecto Sloan Digital Sky Survey, mediante un telescopio automatizado de alta tecnología ha creado un mapa de campo profundo de la cuarta parte del cielo nocturno con alrededor de un millón de galaxias. Todas sus imágenes en alta resolución están disponibles para la comunidad científica a través de: <http://www.sdss.org/>

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad se están publicando numerosos artículos que muestran las bondades de las transformaciones multi escala en el tratamiento digital de imágenes con diferentes fines (ver por ejemplo [1][2][3][4][5][6][7][8]). En el caso de la astronomía, por ejemplo, una aplicación muy importante es la supresión de ruido, con un compromiso de fidelidad que garantice imágenes confiables para el análisis científico. La principal componente de ese ruido suele modelarse muy bien utilizando funciones gaussianas, pues se origina en la fluctuación aleatoria intrínseca del brillo de los objetos y en los errores aleatorios producidos durante el proceso de lectura de datos [9]. En busca de una solución a este problema las técnicas basadas en wavelets han mostrado gran utilidad como vemos en [10][11][12][13][3][15][16][17].

En este artículo se comparan 6 variaciones del mismo método de supresión de ruido gaussiano, basado en el filtrado de coeficientes wavelet poco significativos. El tipo de transformación wavelet utilizado fue el método conocido como A-trous [9], por su facilidad de implementación computacional y otras ventajas como la invarianza traslacional. Los experimentos se realizaron con imágenes provenientes del proyecto Sloan Digital Sky Survey (SDSS) previamente tratadas; sobre ellas se añadió una componente de ruido gaussiano artificialmente, para comparar la efectividad de cada método en la reconstrucción de la señal original a través del MSE, SNR y PSNR. Estos indicadores además fueron comparados con aquellos fornecidos por otros autores.

Los resultados obtenidos son alentadores. También resulta interesante el hecho de que sugieren una aparente contradicción con las conclusiones de otros autores, en cuanto a la elección de la mejor entre las 6 técnicas

2. SUPRESIÓN DE RUIDO UTILIZANDO WAVELETS

2.1 RUIDO GAUSSIANO

Las imágenes de origen astronómico contienen una fuerte presencia de ruido debido a la fluctuación en el brillo de los objetos celestes. Puesto que la emisión de fotones es un proceso aleatorio, este efecto se puede modelar

muy bien considerando una función de ruido gaussiana y aditiva con media cero, superpuesta a la señal de interés [9], [14]. Otros procesos generadores de ruido como la lectura de los datos en el dispositivo CCD también exhiben típicamente un comportamiento gaussiano, y aunque existen fuentes de ruido no gaussiano, su aporte a la función de ruido usualmente es menor.

Particularmente, para las imágenes capturadas por el SDSS se ha comprobado el modelo gaussiano satisfactoriamente como se ve en el histograma de ruido mostrado en la Figura 1.

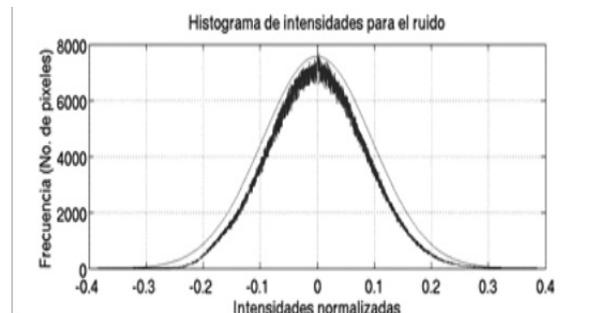
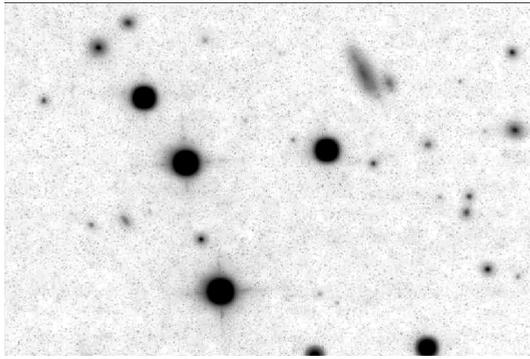


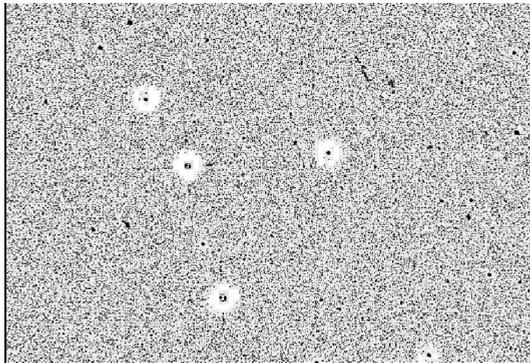
Figura 1. Histograma de ruido en una imagen del SDSS [14].

2.2 TRANSFORMACIONES WAVELET

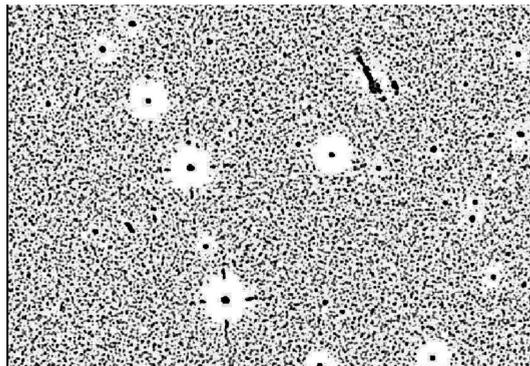
Es una familia de transformaciones multi escala posicionadas. Esto quiere decir que se realiza un cambio en la presentación de la información contenida en la señal: en lugar de una imagen se tendrá una serie de imágenes o planos de resolución. La transformación se lleva a cabo midiendo la correlación entre la imagen y una señal de referencia llamada wavelet madre. Se llama multi escala porque esta correlación se mide para diferentes escalas de la wavelet madre, lo cual permite codificar tanto la información de los detalles de la imagen como de estructuras más grandes. Es posicionada por que la correlación se mide y se expresa en cada punto de la imagen de manera independiente, en lugar de dar un grado de correlación global como ocurre por ejemplo con la transformada de Fourier. Así, por cada escala considerada se crea una imagen o plano de resolución del mismo tamaño de la imagen original: el valor de cada coeficiente indica la importancia de estructuras a esa escala y en ese punto particular. En la Figura 2 se muestra un ejemplo.



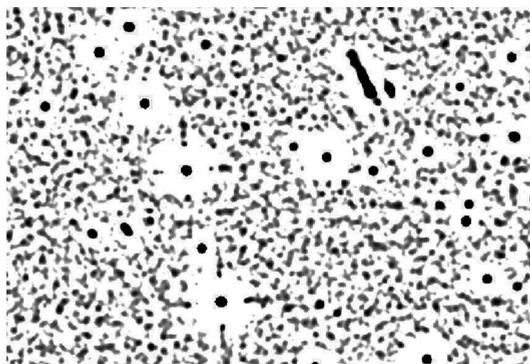
a) Imagen original



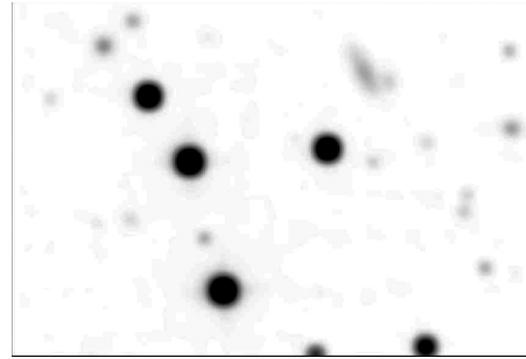
b) 1er nivel de resolución



c) 2do nivel de resolución



d) 3er nivel de resolución



e) 4to nivel de resolución

Figura 2. Imagen de ejemplo y primeros 4 niveles de resolución en su transformada wavelet.

La definición general más aceptada para la transformación Wavelet unidimensional está dada por la integral de correlación:

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx \quad (1)$$

donde f es la señal original, ψ es la wavelet madre, a indica la escala de la wavelet madre, b el punto en que la correlación es evaluada y $W(a,b)$ es el coeficiente wavelet respectivo. La extensión a 2 dimensiones se hace en el modo usual.

2.3 SUPRESIÓN DE RUIDO POR FILTRADO WAVELET

Las transformaciones wavelet poseen una propiedad conocida como “energy packing”, lo cual significa que la mayor parte de la energía contenida en la señal original se agrupa en unos pocos coeficientes en el dominio de la transformada. Entonces es posible eliminar un gran número de coeficientes en la imagen transformada con muy poca pérdida de información, y mediante la transformación inversa, recuperar una versión casi completa de la imagen original.

Ya que el ruido no contiene información como tal, se espera que los coeficientes wavelet que lo representan sean pequeños en comparación con los demás [9]. Partiendo de este hecho, la idea fundamental en el filtrado wavelet es eliminar los coeficientes menos significativos, presumiblemente debidos al ruido o indistinguibles de estos, reconstruyendo luego la imagen con los coeficientes restantes. Para llevar a cabo este proceso es necesario establecer los umbrales que separan a los coeficientes significativos de los no-

significativos en cada uno de los niveles de resolución de la transformada. Es importante mencionar que, siendo la señal de ruido completamente aleatoria, se espera que afecte principalmente píxeles individuales en lugar de regiones más grandes, y por lo tanto la mayor influencia del ruido en el dominio de la transformada estará en los niveles de resolución inferiores (a nivel de los detalles), e irá disminuyendo al considerar escalas más grandes. Por este motivo los umbrales deben ser menores a medida que aumenta la escala examinada [15].

Inicialmente hay que establecer el umbral en el primer plano de resolución, para lo que se estimó la desviación estándar del ruido en éste y se estableció el umbral en 3 veces tal desviación, suprimiendo el 97,3% de coeficientes presumiblemente debidos al ruido o indistinguibles de estos [9]. La estimación de la desviación standard del ruido en el primer nivel de la transformada se realizó aprovechando el hecho mencionado de que la mayor parte de estos coeficientes de detalle provienen del ruido en la imagen. Así que basta con medir su desviación (técnicas más sofisticadas retornan estimaciones prácticamente iguales [14]). Para determinar los umbrales en los demás niveles, simplemente se multiplicó el umbral del primer nivel por una constante de escalamiento apropiada. Para definir tales constantes, Starck [9] usa el hecho que las transformaciones wavelet son aditivas, y que la transformada de una señal gaussiana está compuesta por señales gaussianas en los diferentes niveles. Las constantes de escalamiento sugeridas por Starck se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Escalas propuestas por Starck para determinar los umbrales en cada nivel.

Nivel	1	2	3	4	5	6	7
Factor de escala	0.889	0.2	0.086	0.041	0.020	0.010	0.005

Otra propuesta para definir el umbral en los diferentes niveles se encuentra en [15], utilizando la siguiente ecuación:

$$\delta_i = \frac{\sigma\sqrt{2 \ln N}}{\ln(e+2^{i-1}-1)} \quad (2)$$

En la ecuación 2, σ representa la desviación estándar del ruido en el primer nivel de resolución, δ_i el umbral para el nivel i -ésimo y N el tamaño de la imagen en píxeles.

Una vez establecidos los umbrales, en este artículo se consideran 3 maneras de aplicarlos para disminuir la presencia de ruido: “Hard thresholding” [9], “Soft

thresholding” [18] y una versión mejorada de este último: “Improved threshold” [15][16][17]. En las ecuaciones 3 a 5 se muestran las funciones de transferencia respectivas donde: $W_{j,k}$ representa el coeficiente wavelet en la posición k del nivel de resolución j , $\widetilde{w}_{j,k}$ representa el coeficiente respectivo después del filtrado y δ_j el umbral seleccionado para el nivel j -ésimo de la transformada.

Hard Thresholding:

$$\widetilde{w}_{j,k} = \begin{cases} W_{j,k} & , \quad |W_{j,k}| \geq \delta_j \\ 0 & , \quad |W_{j,k}| < \delta_j \end{cases} \quad (3)$$

Soft Thresholding:

$$\widetilde{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k}) [|w_{j,k}| - \delta_j] & , \quad |w_{j,k}| \geq \delta_j \\ 0 & , \quad |w_{j,k}| < \delta_j \end{cases} \quad (4)$$

Improved Threshold:

$$\widetilde{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k}) \left\{ |w_{j,k}| \frac{\delta_j}{\exp\left(\frac{|w_{j,k}| - \delta_j}{\delta_j}\right)} \right\} & , \quad |w_{j,k}| \geq \delta_j \\ 0 & , \quad |w_{j,k}| < \delta_j \end{cases} \quad (5)$$

3. RESULTADOS

3.1 METODOLOGÍA

Las pruebas de validación se efectuaron con 60 imágenes del SDSS, cada una de ellas correspondiente o bien a una región diferente del cielo, o bien a la captura con un filtro diferente del telescopio. Se utilizaron imágenes tomadas con 3 diferentes filtros, a saber: 468,6[nm], 616,5[nm] y 748,1[nm].

Las imágenes son de campo amplio (1,5 grados cuadrados) y gran formato (1489 x 2048 píxeles), por lo que contienen una elevada diversidad de objetos.

Las imágenes originales fueron tratadas previamente, aplicando el mismo tipo de filtrado descrito de una manera severa, para obtener imágenes con menor presencia de ruido y objetos mejor definidos, aun al costo de eliminar parte de la información. Se asumió que esta pérdida no era relevante para la investigación, pues las pruebas de validación parten en realidad de estas nuevas imágenes, a las cuales se añadió el

ruido gaussiano y con las que se compararon luego las imágenes reconstruidas. La adición de ruido gaussiano se hizo con la desviación standard estimada durante el preprocesamiento, calculada independientemente para cada una de las imágenes.

Puesto que se examinan 2 propuestas para calcular los umbrales, y 3 maneras diferentes de aplicarlos, se tiene un total de 6 combinaciones o variantes de filtrado para comparar. Es decir que cada una de las tres técnicas consultadas: Hard thresholding, Soft thresholding e improved threshold se aplicó con los umbrales propuestos por Starck [9] y también con los umbrales hallados con la ecuación 2.

Los indicadores utilizados para comparar cada imagen reconstruida con la imagen original fueron el MSE, SNR y PSNR definidos a través de las ecuaciones:

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^{M \times N} (x_i - xx_i)^2 \quad (6)$$

x_i es el valor de cada pixel en la imagen recuperada y xx_i el valor de cada pixel en la imagen original.

$$\theta^2 = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^{M \times N} (x_i - \bar{x})^2 \quad (7)$$

\bar{x} es el valor promedio de los pixeles en la imagen recuperada.

$$SNR = 10 \log \left(\frac{\theta^2}{MSE} \right) \quad (8)$$

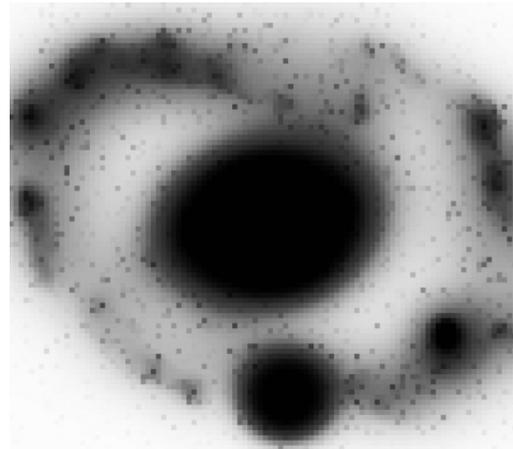
$$PSNR = 10 \log \left(\frac{x_{\max}^2}{MSE} \right) \quad (9)$$

x_{\max} es el mayor valor de un pixel en la imagen recuperada.

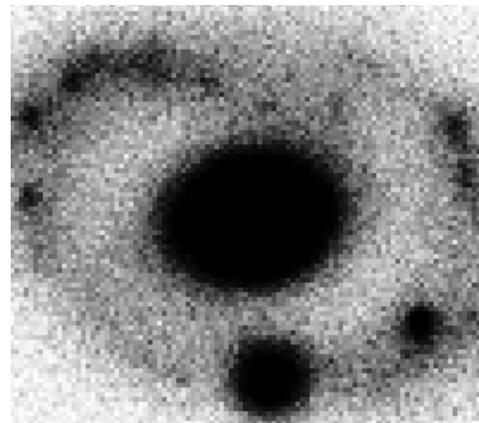
3.2 COMPARACIÓN DE LA EFECTIVIDAD RELATIVA ENTRE LOS MÉTODOS

En la Figura 3 se muestra un recorte en una imagen de prueba y su versión cubierta de ruido. En la Figura 4 se presentan las 6 imágenes reconstruidas. Enseguida se relacionan los valores calculados del error cuadrático

medio entre cada imagen recuperada y la imagen original, así como las estimaciones de la relación señal a ruido.

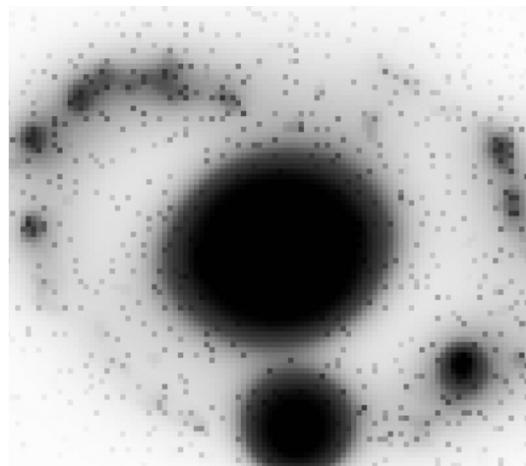


a) Imagen de prueba

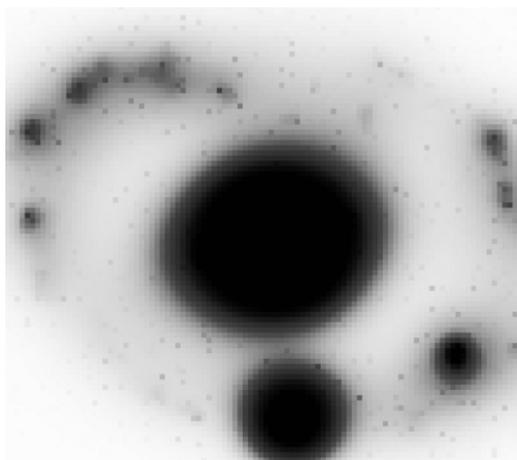


b) Imagen de prueba tras la adición de ruido

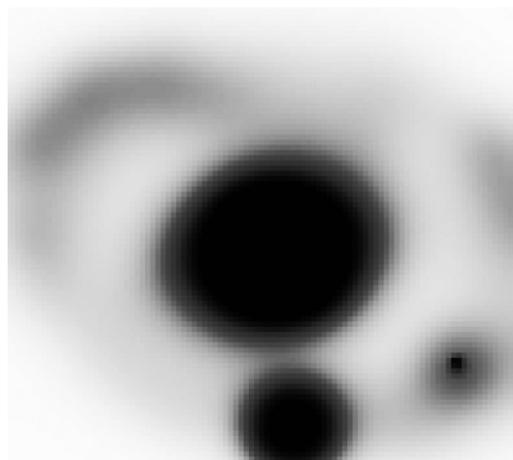
Figura 3. Imagen de prueba, imagen con ruido.



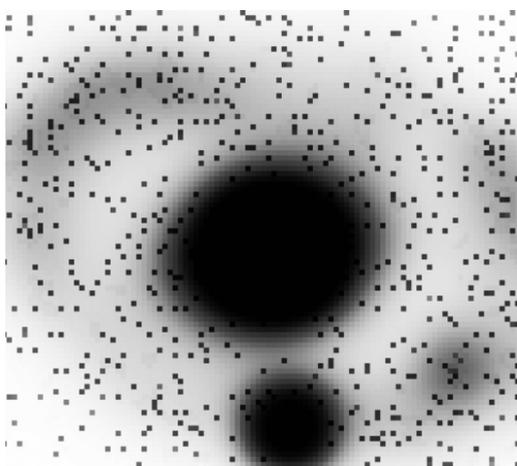
a) Imagen recuperada por "Hard Thresholding" con los umbrales de la tabla 1



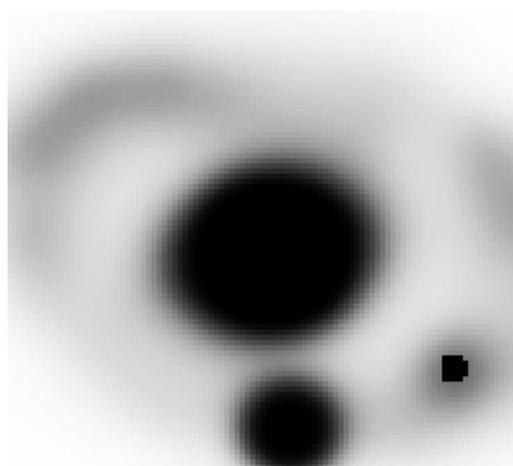
b) Imagen recuperada por “Soft Thresholding” con los umbrales de la tabla 1



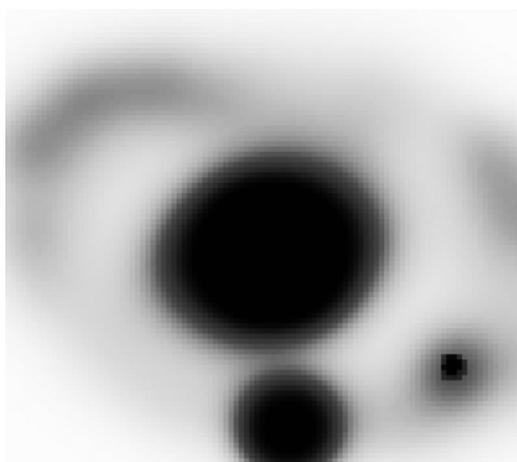
e) Imagen recuperada por “Soft Thresholding” con los umbrales de la ecuación (2)



c) Imagen recuperada por “Improved Threshold” con los umbrales de la tabla 1



f) Imagen recuperada por “Improved Threshold” con los umbrales de la ecuación 2.



d) Imagen recuperada por “Hard Thresholding” con los umbrales de la ecuación (2)

Figura 4. *Imágenes recuperadas con los 6 métodos.*

Tabla 2. *Comparación de resultados siguiendo las escalas propuestas por Starck (Tabla 1).*

Técnica	MSE	SNR	PSNR
Hard Thresholding	679,37	58,11	64,61
Soft Thresholding	663,91	58,21	64,71
Improved threshold	13035,21	45,28	51,78

Tabla 3. Comparación de resultados siguiendo las escalas derivadas de la ecuación 2.

Técnica	MSE	SNR	PSNR
Hard Thresholding	662,46	58,22	64,72
Soft Thresholding	629,34	58,44	64,94
Improved threshold	13966,14	44,98	51,48

Se puede observar que en la imagen de prueba la mayor relación señal a ruido y la menor desviación cuadrática media se logran utilizando el “Soft thresholding” con los umbrales citados por Zheng-Hong *et. al* a través de la ecuación 2. Sin embargo, puede verse que los resultados obtenidos mediante “Hard thresholding” y “Soft thresholding” en la tabla 2 son prácticamente igual de buenos, así como el del “Hard thresholding” en la tabla 3.

Tras realizar el proceso descrito en las 60 imágenes de prueba se obtuvieron los siguientes resultados:

- En todos los casos, la mejor técnica fue la combinación “Soft thresholding” con los umbrales de la ecuación 2.
- Sin embargo, los resultados obtenidos por “hard” y “Soft thresholding”, con las dos propuestas de umbrales están realmente muy cerca, con diferencias en la SNR y PSNR inferiores al 1% entre ellos en promedio.
- En todos los casos los dos peores resultados se obtuvieron con el “Improved threshold”.
- Se alcanzaron niveles de SNR promedio de 58,97, lo cual es bastante bueno.
- Se evidencia una correlación en los indicadores obtenidos para imágenes correspondientes al mismo campo visual y a la misma exposición, pero tomadas en diferentes filtros.

En la tabla 4 se muestra la diferencia porcentual entre los indicadores obtenidos con cada uno de los métodos respecto al mejor resultado, promediada para las 60 imágenes.

Tabla 4. Promedio en los porcentajes de desviación de los indicadores obtenidos con cada método, respecto al mejor resultado.

Técnica	MSE	SNR	PSNR
Hard Thresholding – Tabla 1.	6,6 %	0,48%	0,42%
Soft Thresholding – Tabla 1.	3,4%	0,25%	0,23%

Improved threshold – Tabla 1.	1727,1%	21,43%	19,62%
Hard Thresholding – ecuación 2	3,1 %	0,22%	0,21%
Soft Thresholding – ecuación 2	0%	0%	0%
Improved threshold – ecuación 2	1899,7%	21,98%	20,14%

Estos indicadores cuantitativos y los resultados mencionados están en concordancia con las imágenes de la Figura 4, donde claramente las imágenes a), b), d) y e) están más cerca de reproducir la imagen original que la c) y la f). Una inspección visual, sin embargo, alerta sobre un posible riesgo en el uso de estos indicadores: el cálculo del porcentaje señala como mejores métodos al “Soft” y “Hard thresholding” siguiendo las escalas de la ecuación 2, pero al comparar las figuras d) y e) de la Figura 4 con la imagen original, se observa que se han perdido algunos detalles que eran claramente visibles en la estructura de los brazos espirales, detalles que han sobrevivido al usar los umbrales de la tabla 1 como puede verse en a) y b). Esto quiere decir que los indicadores no son absolutamente confiables, pues expresan un comportamiento global sin dar razón de lo que está pasando con los elementos individuales de la imagen.

4. CONCLUSIONES

Se concluye que las técnicas expuestas resultan muy útiles en la disminución del ruido gaussiano en las imágenes astronómicas provenientes del SDSS, con excelentes niveles de SNR y PSNR (tablas 2 y 3). Así, bien vale la pena continuar estudiando las bondades que este tipo de transformación multi-escala supone al crear aplicaciones en tratamiento digital de imágenes.

Por otro lado, un aspecto muy interesante de los resultados obtenidos es que no están en concordancia con los reportes presentados por otros autores, particularmente con Zheng-Hong *et. al* [15][16], quienes pretenden demostrar la alta efectividad de la propuesta “Improved threshold” hecha por Zhang *et. al* [17]. Dicho método resultó ser el peor en todos nuestros experimentos. El origen no-astronómico de las imágenes utilizadas por esos autores podría encarnar la raíz de la discrepancia, sugiriendo que la variante más apropiada para la supresión de ruido gaussiano puede depender del tipo de información contenida en la

imagen. En [19] se expresa esta hipótesis y se señala que en particular la “suavidad” de la transformación wavelet escogida debe ser similar a la de la imagen tratada. Para verificarlo, se debe implementar un número superior de ensayos, procurando alguna correlación entre ciertos descriptores de la imagen y el método que produce los mejores resultados en la reconstrucción de la señal.

5. REFERENCIAS

- [1] T. Celik, K-K Ma. “Multitemporal Image Change Detection Using Undecimated Discrete Wavelet Transform and Active Contours”. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, Vol 49, 2011-2. p. 706.
- [2] G. Chopra, A.Ñ. Pal. “An Improved Image Compression Algorithm Using Binary Space Partition Scheme and Geometric Wavelets”. *Image processing, IEEE Transactions on*, Vol 20, 2011-1. p. 270.
- [3] G.Chen, S.-E. Qian. “Denoising of Hyperspectral Imagery Using Principal Component Analysis and Wavelet Shrinkage”. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, Vol 48, 2010-12. p. 1.
- [4] G. Plonka, S. Tenorth, D. Rosca. “A New Hybrid Method for Image Approximation Using the Easy Path Wavelet Transform”. *Image processing, IEEE Transactions on*, Vol 20, 2011-2. p. 372.
- [5] X. Yang, Y. Shi, B. Yang. “General framework of the construction of biorthogonal wavelets based on bernstein bases: theory analysis and application in image compression” *Computer Vision, IET*, Vol 5, 2011-1. p. 50.
- [6] N. Mitianoudis, G. Tzimiropoulos, T. Stathaki. “Fast wavelet-based pansharping of multispectral images”. *Imaging Systems and Techniques (IST)*, 2010 IEEE International Conference on. Thessaloniki, 2010. p. 11.
- [7] Hong Yang, Yiding Wang. “An Improved Method of Wavelets Basis Image Denoising Using Besov Norm Regularization”. *Fourth International Conference on Image and Graphics. IEEE Computer society*, 2007.
- [8] M. Tello Alonso, C. López-Martínez, J.J. Mallorquí, P. Salembier. “Edge Enhancement Algorithm Based on the Wavelet Transform for Automatic Edge Detection in SAR Images”. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, Vol 49, 2011-1. p. 222.
- [9] J.L. Starck, F. Murtagh. *Astronomical image and data analysis*. Berlin. 2nd Edition, Springer-Verlag. 2006. pp. 29–56 / 291–296.
- [10] M.E. Zervakis, V. Sundararajan, K.K. Parhi. “A wavelet-domain algorithm for denoising in the presence of noise outliers”. *1997 International Conference on Image Processing (ICIP'97) - Volume 1*. Washington, DC.
- [11] P. Ravier, P.-O. Amblard. “Denoising using wavelet packets and the kurtosis: application to the transient detection”. *Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, 1998. *Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on*. pp. 625 – 628. Pittsburgh.
- [12] S. Dattaprasad, R. Pieper, M. Shirvaikar, “Restoration of color images using wavelets,” *ssst*, pp.447-451, *Proceedings of the Thirty-Seventh Southeastern Symposium on System Theory*, 2005. SSST '05., 2005.
- [13] Li Wenzhe, Lin Ji-Nan, R. Unbehauen, “Wavelet based nonlinear image enhancement for Gaussian and uniform noise,” *icip*, vol. 1, pp.550, 1998 *International Conference on Image Processing (ICIP'98) - Volume 1*, 1998.
- [14] J.C Basto. “Caracterización del ruido gaussiano presente en las imágenes del proyecto Sloan Digital Sky Survey e implementación de algoritmos de supresión de ruido utilizando wavelets”. *Memorias del I Congreso Colombiano de Astronomía y Astrofísica*. UdeA. 2008. pp. 93-96.
- [15] H. Zheng-Hong, L. Xia. “Image Denoising for Adaptive Threshold Function Based on the Dyadic Wavelet Transform”. *Proceeding of the International Conference on Electronic computer Technology*. China. 2009. pp. 147–150.
- [16] H. Zheng-Hong, H. Xi-Ping, B. Fang, L. Xia. “Image denoising and comparison by improving threshold based on the dyadic wavelet transform”.

Proceeding of the International conference on
Wavelet Analysis and Pattern Recognition.
Beijing. 2007. pp. 535-539.

- [17] Zhang Wei-Qiang, Song Guo-Xiang. “Signal de-
noising in wavelet domain based on a new kind
of thresholding function”. Journal of Xidian
University, Vol 4, 2004-02. pp. 296-299.
- [18] David L Donoho. “Denoising by soft
thresholding”. IEEE Trans. Information Theory,
41(3), May 1995, pp.613-627.
- [19] D. Donoho and I. Johnstone, “Ideal spatial
adaptation via wavelet shrinkage”. Biometrika,
vol. 81, 1994, pp.425- 455.