

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS PARA UN ROBOT EN UNA CELDA DE MANUFACTURA

DANIEL ALFONSO SIERRA BUENO

*Ingeniero Electricista y Electrónico
Universidad Industrial de Santander
dalfsierra@hotmail.com*

Dr. Techn. ROBERTO MARTÍNEZ ANGEL

*Ingeniero Electricista, Dr. Techn.
Profesor Titular Escuela de Ingenierías Eléctrica
Electrónica y de Telecomunicaciones
Universidad Industrial de Santander
rmangel@uis.edu.co*

RESUMEN

Se presenta el desarrollo de estrategias para la planeación de trayectorias de un robot móvil dentro de una celda. El trabajo forma parte del desarrollo de una Celda Robotizada conformada por un brazo mecánico de cinco grados de libertad (brazo) sobre una plataforma móvil (carro). Se realizó una revisión del estado del arte en robótica, especialmente en el problema de planeación de trayectorias. Para el sistema específico se trabajó en dos etapas: Planeación de trayectorias para el carro y planeación de trayectorias para el brazo, cada una de estas consta de un modelado matemático, estrategias de solución e implementación y simulación de las estrategias en una Herramienta Software desarrollada en Matlab®.

PALABRAS CLAVE: Planeación de Trayectorias, robot, ruta, cinemática directa e inversa.

INTRODUCCIÓN

La necesidad cada vez más apremiante de aumentar la productividad y conseguir bienes acabados de una calidad uniforme, está haciendo que la industria gire cada vez más hacia una automatización basada en computador. En el momento actual, la mayoría de las tareas de fabricación automatizadas se realizan mediante máquinas de uso especial diseñadas para realizar funciones predeterminadas en un proceso de manufactura. La inflexibilidad y generalmente el alto costo de estas máquinas, a menudo llamadas Sistemas de Automatización Duros, han llevado a un interés creciente en el uso de robots capaces de efectuar una diversidad de funciones de fabricación en un entorno de trabajo más flexible y a un menor costo de producción. [5].

El Grupo de Automática y Control de la UIS está interesado en el desarrollo del conocimiento y experiencia en el área de la robótica con el objetivo de aportar soluciones viables dentro del entorno regional. Dentro del Grupo se encuentra en desarrollo una celda de manufactura como soporte didáctico a los diferentes grupos de trabajo de la Escuela (E³T) y la Universidad interesados

en abordar este campo del conocimiento. La celda incluye un robot de cinco grados de libertad sobre una plataforma móvil y un sistema de visión mediante cámaras digitales.

El presente trabajo se dedicó al desarrollo de una herramienta software para llevar a cabo la planeación de trayectorias para el sistema de robot. En primera instancia se halló la representación de la cinemática del sistema. Por conveniencia se solucionaron por separado el problema de planeación de trayectorias para el brazo robot y para la plataforma móvil.

GENERALIDADES DE ROBÓTICA

A. Definición

El *Robot Institute of America* da una descripción precisa de los robots industriales: «Un robot es un manipulador *reprogramable multifuncional* diseñado para mover materiales, piezas o dispositivos especializados, a través de movimientos programados variables para la realización de una diversidad de tareas»[11].

B. Elementos que Conforman un Robot

Un sistema de robot industrial incluye:

- Robot o robots (Hardware y Software), los cuales constan de Manipuladores, Fuente de Potencia, y Controlador.
- Efector final o herramienta.
- Sensores, equipos y dispositivos con los cuales el robot está directamente conectado.
- Interfaz de comunicación que esté operando y monitoreando al robot, equipos y sensores.

Sistema Básico de Robot

En la Figura 1 se muestra un diagrama de bloques para un sistema básico de robot. El sistema incluye un brazo mecánico en cuyo efector final se monta la herramienta, un computador controlador con dispositivos de programación y enseñanza, interfaz con la celda de trabajo y dispositivo de almacenamiento del programa. Se agrega un suministro de potencia que puede ser hidráulico, neumático o eléctrico. Se considera que el sistema hace parte de una celda de trabajo de mayor envergadura y por esto se cuenta con una interfaz entre el sistema de robot y la celda de trabajo.

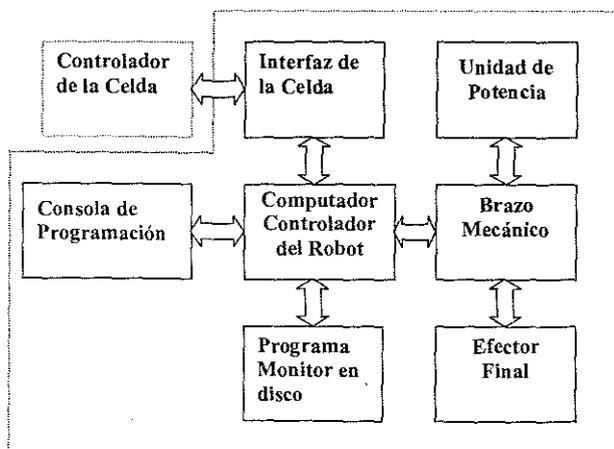


Figura 1. Sistema básico de Robot [11]

C. Cinemática del brazo robot

La cinemática se interesa por la descripción analítica del desplazamiento espacial del robot como una función del tiempo, en particular de las relaciones entre la posición de las variables de articulación y la posición y orientación final del brazo del robot.

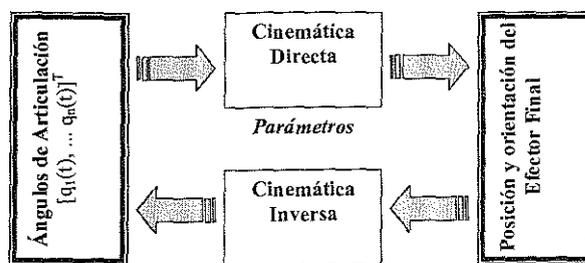


Figura 2. Problemas cinemáticos directo e inverso

Cinemática Directa

Dado el vector de ángulos de las articulaciones $q(t)=[q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$ y los parámetros geométricos de un manipulador con n grados de libertad, se buscan la posición y orientación del efector del final con respecto a un sistema de coordenadas de referencia.

Cinemática Inversa

Dadas la posición y orientación deseadas del efector final del manipulador y los parámetros geométricos de los elementos con respecto a un sistema de coordenadas de referencia se busca determinar si el manipulador puede alcanzar esta posición y orientación y los conjuntos de coordenadas de articulación que lo hacen posible. En general, el problema cinemático inverso se puede resolver mediante algunas técnicas. Los métodos utilizados más comúnmente son el algebraico matricial, el iterativo y el geométrico.

Coordenadas Homóneas y Matriz de Transformación

Debido a que en la representación del manipulador se tienen diferentes sistemas de referencia se acostumbra expresar cada vector posición en Coordenadas Homóneas. Estas utilizan un vector matemático de $n+1$ componentes para denotar un vector físico de n componentes. En el espacio tridimensional un vector de posición

$$p = (p_x, p_y, p_z)^T$$

se representa mediante un vector ampliado

$$\hat{p} = (wp_x, wp_y, wp_z, w)^T = (\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3, w)^T$$

La matriz de transformación homogénea es una matriz 4×4 que transforma un vector de posición expresado en coordenadas homogéneas respecto a un sistema de coordenadas a un vector de las mismas características respecto a otro sistema de coordenadas. Aunque las componentes del vector cambian ambos vectores representan el mismo punto físico. [5]

Una matriz de transformación homogénea puede considerarse constituida por cuatro submatrices:

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & l_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matriz de rotación} & \text{Vector de posición} \\ \text{Transformación de perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix} \quad (1)$$

La submatriz 3 x 3 superior izquierda representa la matriz de rotación; la submatriz superior derecha 3 x 1 representa el vector de posición del origen del sistema de coordenadas rotado con respecto al sistema de referencia; la submatriz inferior izquierda 1 x 3 representa la transformación de perspectiva; y el cuarto elemento diagonal es el factor de escala global. La matriz de transformación homogénea se puede utilizar para explicar la relación geométrica entre el sistema ligado al cuerpo y el sistema de coordenadas de referencia o global.

La Representación de Denavit-Hartenberg

Denavit y Hartenberg (1955) propusieron un enfoque sistemático y generalizado de utilizar álgebra matricial para describir y representar la geometría espacial de los elementos del brazo del robot con respecto a un sistema de referencia fijo. Se utiliza una matriz de transformación de 4 x 4 para describir la relación espacial entre dos elementos mecánicos rígidos adyacentes y se reduce el problema cinemático directo a encontrar una matriz de transformación homogénea que relaciona el desplazamiento espacial del sistema de coordenadas del efector final al sistema de coordenadas de referencia. Estas matrices de transformación homogéneas son también útiles en derivar las ecuaciones dinámicas de movimiento del brazo del robot.

Se remite al lector a [5], para una explicación más detallada del algoritmo, o al texto completo del presente trabajo.

D. Planificación de trayectorias

La planificación de trayectorias consiste en la generación de un conjunto de parámetros de control para que el sistema de robot realice una determinada tarea. Debido a las diferencias en concepto entre manipuladores y robots móviles se presentan los fundamentos de cada una de ellas por separado.

Planificación de Trayectorias del Manipulador

El problema de control se puede dividir convenientemente en dos subproblemas: La planificación de movimiento (o trayectoria) y el control y seguimiento de esta trayectoria. [5]

Planificación del movimiento

Consiste en describir el movimiento deseado del manipulador como una secuencia de puntos en el espacio (posición y orientación) a través de los cuales debe pasar. La curva espacial que mueve la mano del manipulador desde la posición inicial hasta la posición final se le llama *trayectoria* o *camino*.

La planificación de la trayectoria interpola y/o aproxima la trayectoria deseada por una clase de funciones polinomiales y genera una secuencia de puntos de «consignas de control» en función del tiempo para el control del manipulador desde la posición inicial hasta el destino.

Control del movimiento

Dadas las ecuaciones del movimiento dinámico de un manipulador, el objetivo del control del robot es mantener la respuesta dinámica del mismo de acuerdo con algún criterio de funcionamiento preespecificado. Aunque su planteamiento resulta sencillo, su solución se complica por las fuerzas inerciales, las fuerzas de reacción en los acoples y la carga de la gravedad sobre los elementos.

Inteligencia del Robot

De las secciones anteriores se concluye que planificación significa decidir un curso de acción antes de actuar. Esta parte de síntesis de acción del problema del robot se puede lograr mediante un sistema de resolución de problemas que logrará algún objetivo marcado, dada alguna situación inicial. Un plan es así una representación de un curso de acción para lograr un objetivo dado.

La investigación sobre resolución de problemas con robots ha conducido a muchas ideas acerca de los sistemas para la resolución de problemas en inteligencia artificial. En una formulación típica de un problema de robot tenemos un robot que está equipado con sensores y un conjunto de acciones primitivas que puede realizar en un entorno fácil de comprender. Las acciones del robot cambian un estado o configuración del entorno en otro estado.

Un planificador de robot intenta encontrar una trayectoria desde el mundo inicial del robot hasta un mundo final del robot. El camino consiste en una secuencia de operaciones que se consideran primitivas para el sistema.

Planeación de Trayectorias en Robótica Móvil

En la planeación de trayectorias para robots móviles se debe contar con una representación del mismo robot o agente y una descripción del entorno dentro del cual se mueve. La mayoría de los enfoques buscan describir el entorno de la manera más adecuada para resolver el problema de planeación del movimiento.

Los algoritmos más frecuentemente utilizados dentro de la planeación de trayectorias pueden ser clasificados dentro de las siguientes categorías:

- *Métodos de búsqueda con retícula regular*

Utilizan la superposición de una rejilla de puntos, denominados nodos, sobre el mapa de imagen del espacio de trabajo. Dadas una posición inicial y una final del robot en la rejilla, el grafo busca la mejor ruta usando algoritmos específicos de decisión. Resulta poco eficiente a nivel computacional porque exige realizar cálculos para todo el espacio de trabajo.

- *Métodos de gráfico de vértices*

Aproximan los obstáculos por medio de poliedros. El grafo es formado considerando cada par de vértices del poliedro. La búsqueda de la mejor ruta dentro del grafo se realiza utilizando las técnicas clásicas. Una variante de esta representación de obstáculos utiliza círculos y la planeación se basa en la búsqueda de tangentes a los círculos que representan los obstáculos. Aunque son mucho más eficientes que el método tradicional de búsqueda sobre todo el gráfico de visibilidad, deben computar la ruta completa antes que el movimiento sea iniciado. [13] plantea la búsqueda por medio de la minimización de una función de costo.

- *Métodos de espacio libre*

Representan explícitamente el espacio libre del robot en lugar de los obstáculos. Estos métodos hacen que la ruta se mantenga en una posición intermedia entre los obstáculos. Dentro de estos métodos se incluyen las búsquedas por árboles cuaternarios y por medio de gráficas de Voronoi.

- * *Árboles Cuaternarios:* En este caso la información recibida por medio de imágenes es almacenada en estructuras de datos correspondientes a árboles cuaternarios u octanarios [7]. El uso de una estructura de datos de árbol cuaternario u octanario para la representación de objetos en entornos bidimensionales o tridimensionales respectivamente, descomponen el

espacio de trabajo (cuadrado o cubo) en unidades que estén completamente ocupadas por obstáculos o libres. El árbol cuaternario consta de unidades con cuatro descendientes cada una. El árbol octanario por su parte tiene unidades con ocho descendientes cada una. Cada nodo en el árbol representa una región en el espacio.

- * *Diagramas de Voronoi:* La representación del espacio por medio de diagramas de Voronoi permite la búsqueda de rutas más seguras para el robot móvil, es decir, buscar las trayectorias en las cuales el robot se mantenga lo más alejado posible de los obstáculos mientras llega a la posición final. El diagrama de Voronoi define una rejilla de caminos equidistantes a los obstáculos más cercanos. Este conjunto de caminos permite realizar de manera sencilla la planificación de movimientos desde una posición hasta otra: Un método de búsqueda consiste en identificar el camino más cercano a la ubicación inicial del robot, seguir por este hasta llegar a la vecindad de la posición final y realizar la aproximación a esta [14].

- * *Planeación utilizando Campos de Potencial:* Un enfoque alternativo y bastante frecuente en últimos trabajos de planificación de trayectorias consiste en el uso de una función de potencial repulsivo para mantener una distancia segura entre el robot y los obstáculos [3].

En general, la función de potencial utilizada para modelar el espacio de trabajo puede ser una función escalar de las distancias entre los bordes del robot y los de los obstáculos. Una ruta libre de colisiones puede obtenerse ajustando la posición del robot para minimizar el potencial experimentado por este. El gradiente de la función escalar de potencial puede ser usado como una fuerza repulsiva entre el robot y los obstáculos, logrando simplificar los métodos basados en el potencial.

E. Celda de manufactura

Los robots industriales generalmente trabajan con otros elementos o dispositivos. Estas piezas incluyen transportadores, máquinas de producción, dispositivos de fijación y herramientas. El robot y el equipo asociado forman una celda o célula de trabajo [6].

PLANEACIÓN DE TRAYECTORIAS PARA EL CARRO

A. Modelo del carro

El carro o plataforma, mostrado en la Figura 3, se puede considerar un sistema no-holónómico, que cumple con las siguientes ecuaciones de movimiento: [10].

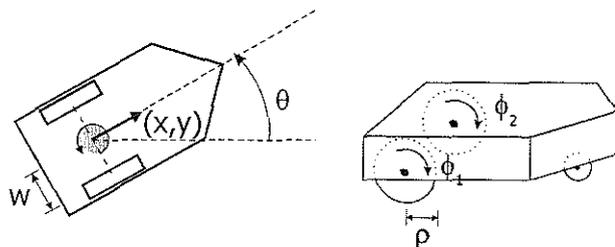


Figura 3.

$$\begin{aligned} \dot{x} \cos(\theta) + \dot{y} \sin(\theta) - \frac{\rho}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) &= 0 \\ \dot{x} \sin(\theta) + \dot{y} \cos(\theta) &= 0 \\ \dot{\theta} - \frac{\rho}{2w}(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Se puede observar en (2) que para definir de manera completa el estado de la plataforma es necesario considerar tres parámetros: x, y y θ , los dos primeros corresponden a la posición del punto medio del eje de las ruedas y el último al ángulo de orientación del carro. Se llamará a este conjunto de parámetros una **Configuración**: Vector o triplete $(x, y, \theta) \in \mathbb{R}^2 \times S^1$, donde S^1 es el círculo unitario en el plano [15], [12].

Definiciones para el modelado cinemático y planeación de trayectorias

Configuraciones adyacentes: Dentro del espacio de configuraciones $\mathbb{R}^2 \times S^1$ se pueden considerar adyacentes aquellas cuya diferencia es infinitesimal, Figura 4. Debido a las restricciones de tipo cinemático del móvil el segundo conjunto de configuraciones no puede ser alcanzado por un movimiento de tipo simple o infinitesimal. Esta condición es un ejemplo de la naturaleza no-holónómica de la plataforma

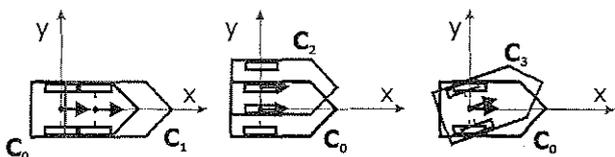


Figura 4. Algunas Configuraciones Adyacentes

Ruta libre de obstáculos: Una ruta se puede considerar libre de obstáculos si no da lugar a colisiones dentro del espacio de configuraciones [9].

Ruta realizable: Aquella que respeta las restricciones de tipo no-holónómico¹ de la plataforma.

Trayectoria realizable: Una ruta puede respetar las restricciones de tipo no-holónómico para ser realizable, sin embargo para considerarse una trayectoria realizable debe respetar además de esto las restricciones de tipo dinámico (Los límites de aceleración y velocidad).

Configuraciones globales y configuraciones relativas

Una configuración $C = [x, y, \theta]$ se considera global si la ubicación y orientación del carro se expresan teniendo en cuenta un sistema de coordenadas general asociado a los bordes de la celda de manufactura.

Si la configuración C se expresa respecto a un sistema de coordenadas diferente al de los bordes de la celda esta configuración se llamará relativa. La conversión de configuraciones relativas a globales y viceversa es un problema que puede ser resuelto, según la Teoría de transformaciones homogéneas, [7]. [8] presenta la Teoría de la Transformación Heterogénea. En esta se plantea una formulación para realizar las transformaciones bidimensionales de una manera más eficiente en términos de memoria y tiempo de cómputo.

B. Movimientos elementales de la plataforma

Las ecuaciones que gobiernan al móvil permiten una amplia gama de movimientos, para la planificación solamente se consideraron los básicos como: Lineal (S), Giro (G), Rotación (R.), Figura 5 y Figura 6. La tabla muestra los parámetros de importancia para cada movimiento.

¹ Las restricciones de tipo no-holónómico son aquellas que no se pueden representar por medio de una ecuación $g(\theta, t) = 0$, que utilice solamente coordenadas generalizadas θ y tiempo t. En robótica es frecuente el trabajo con restricciones de tipo no-holónómico formuladas como ecuaciones diferenciales no integrables que contienen derivadas temporales de coordenadas generalizadas, como velocidad y aceleración [1].

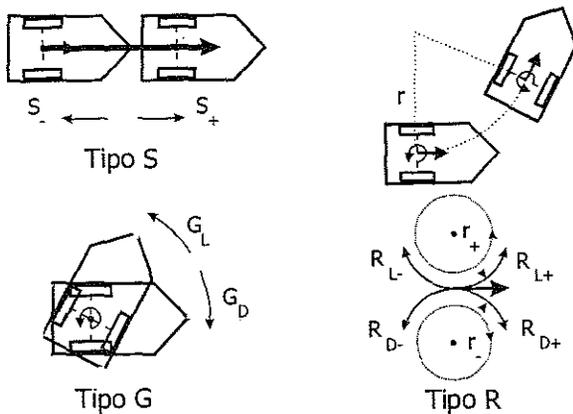


Figura 5. Movimientos Elementales de la Plataforma

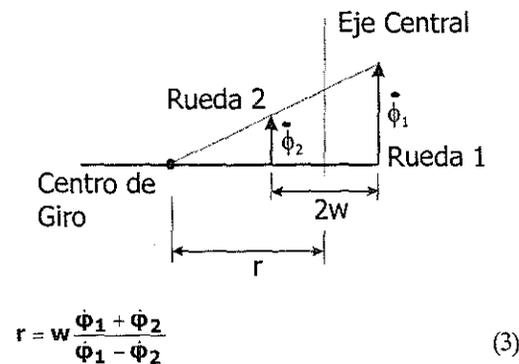


Figura 6. Determinación del Centro y Radio de Giro

Tipo	Parámetros	Ejemplo Notación
S	Distancia a recorrer (d)	S(d) S(3.5)
G	Angulo de giro (δ)	G(δ) G(-pi/8)
R	Angulo (δ) y radio de giro (r)	R(δ, r) R(pi/4,-1)

C. Rutas de una configuración a otra

El problema de planeación de trayectorias se define como sigue: Encontrar una ruta realizable para que la plataforma se desplace de la configuración C_0 a la configuración C_1 en la Figura 7.

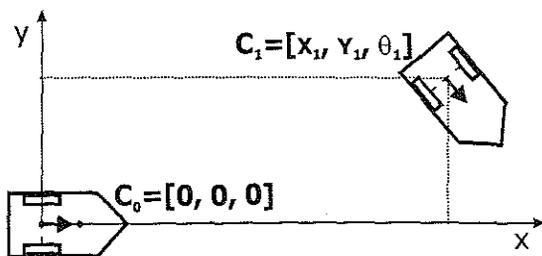


Figura 7. Movimiento de una Configuración a Otra

El problema se solucionó de manera geométrica definiendo una ruta como la concatenación de varias ordenes fundamentales.

Las rutas sugeridas por el presente trabajo son de tipo GSG (Giro, lineal, giro), GSR (Giro, lineal, rotación), RSR (Rotación, lineal, rotación) de manera general y algunos casos particulares.

Para cada una de estas rutas se establece un procedimiento geométrico para su construcción (determinación de parámetros del movimiento).

Las Figuras 8 a 12 muestran ejemplos de las rutas sugeridas.

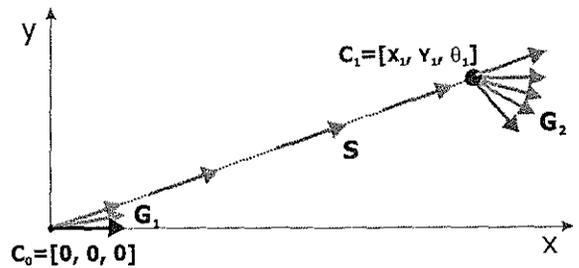


Figura 8. Ruta GSG

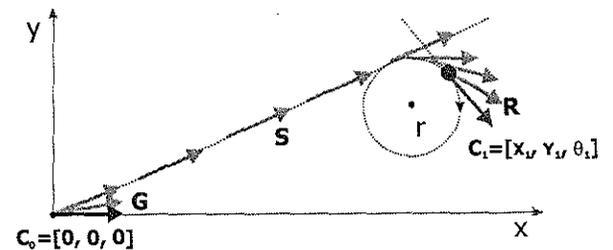


Figura 9. Ruta GSR

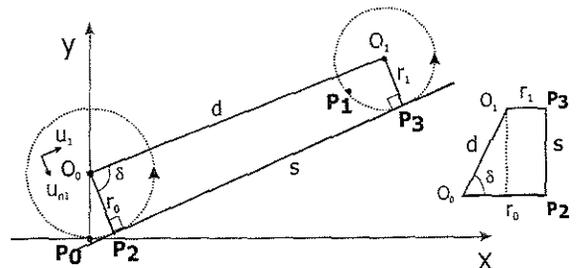


Figura 10. Ruta RSR con giros del mismo sentido

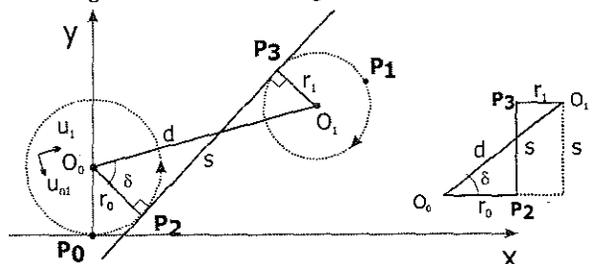


Figura 11. Ruta RSR con giros de diferente sentido

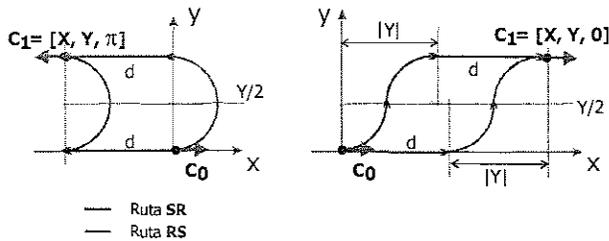


Figura 12. Rutas en Configuraciones Paralelas y Antiparalelas

D. Evaluación del costo de una ruta

El costo de una ruta permite establecer parámetros de comparación entre rutas para escoger la más favorable en un determinado momento. Para el carro se han establecido dos criterios de cálculo del costo de una ruta: Por distancia y por tiempo. Cada uno de estos costos es hallado directamente a partir de las propiedades derivadas de cada movimiento fundamental.

E. Legalidad de configuraciones y rutas

Legalidad de una Configuración

Una Configuración $C = [x, y, q]$ se considera legal si el carro puede estar ubicado en la posición indicada por el par ordenado (x, y) con una orientación respecto a las coordenadas globales q . Esta legalidad condiciona al carro a encontrarse dentro de la celda de manufactura y no superponerse al objetivo o pieza a tomar.

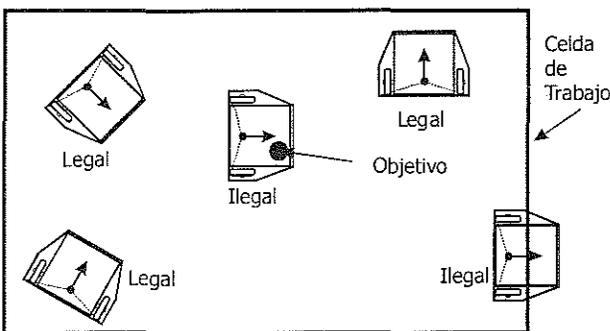


Figura 13. Configuraciones Legales e Ilegales

Legalidad de una Ruta

Una Ruta $\{S(d_1) G(d_1) R(d_2, r)\}$ se considera legal si cada una de las configuraciones obtenidas por el vehículo es legal. Para la verificación de la legalidad de una ruta se calculan las configuraciones obtenidas por el carro cada cierta distancia y se determina su legalidad. Una ruta no legal no puede ser desarrollada por el carro.

F. Planeación general de una ruta

Se considera Planeación General de una ruta el proceso mediante el cual se define la ruta que debe seguir el carro para ir de una configuración a otra. La planeación puede ser definida por el usuario a partir de las ordenes elementales o realizada por una herramienta software específica. Los pasos que comprende son los siguientes:

1. Determinación de legalidad de las configuraciones inicial y final.
2. Generación de diferentes rutas a partir de los algoritmos geométricos sugeridos.
3. Cálculo del costo de cada una de las rutas generadas teniendo en cuenta el criterio deseado por el usuario.
4. Ordenamiento en forma ascendente según el costo de las rutas.
5. Verificación de legalidad de cada ruta. Si se encuentra que una ruta es legal se detiene el proceso.
6. Si dentro de las rutas generadas no existe alguna legal se pueden tomar diferentes radios para las circunferencias de partida y llegada o definir ligaduras de camino.

G. Generación de perfiles de velocidad y aceleración

Se plantea como solución al problema de seguimiento de la trayectoria, la generación de curvas de velocidad parametrizadas en el tiempo para que sean seguidas por cada una de las ruedas del carro. Estas señales deben tener en cuenta las restricciones dinámicas del movimiento de las ruedas: velocidad angular máxima (ω_{max}) y aceleración angular máxima (α_{max}) [2].

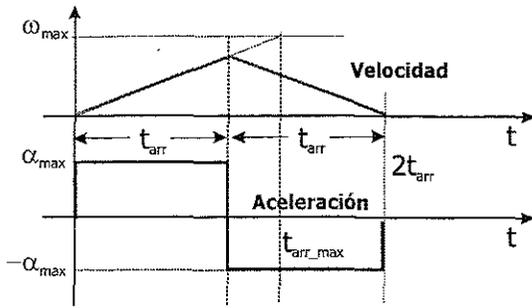


Figura 14. Perfil de Tipo Triangular. Movimientos Cortos

A partir del ángulo de giro máxima que debe realizar la rueda externa durante un movimiento se puede establecer si la rueda podrá llegar o no a velocidad máxima. Si el movimiento es corto no se llegará a velocidad máxima y el perfil será de tipo triangular. Si el movimiento es largo se podrá llegar a velocidad máxima y el perfil será de tipo trapezoidal.

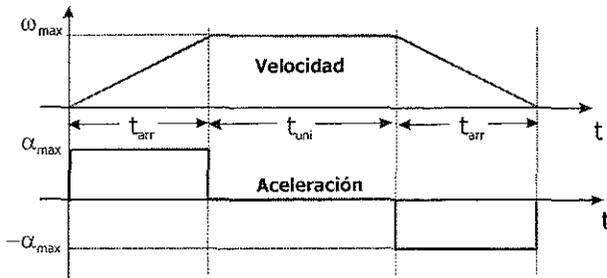


Figura 15. Perfil de Tipo Trapezoidal. Movimientos Largos

Los perfiles calculados anteriormente corresponden a una de las dos ruedas. La otra rueda tendrá un perfil de velocidad de la misma forma pero escalado por la relación de velocidades derivada del tipo de movimiento.

BRAZO DE ROBOT

El brazo robot se considera un sistema independiente de la plataforma o carro con el objetivo de simplificar su modelado. Una vez se ha planeado y realizado la ruta de aproximación de la plataforma debe llevarse a cabo un proceso similar para el brazo robot, con el fin de tomar la pieza deseada.

A. Modelado

La configuración del brazo robot es de tipo PUMA, es decir con articulaciones de revolución (cinco en total). Las especificaciones de cada una de las articulaciones se midieron y tabularon siguiendo los parámetros de la representación de Denavit- Hartenberg.

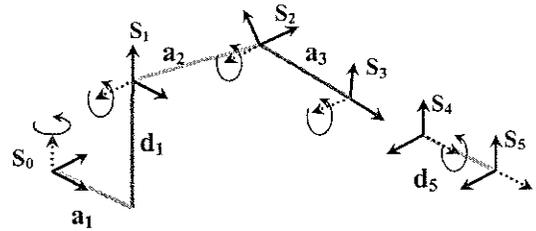
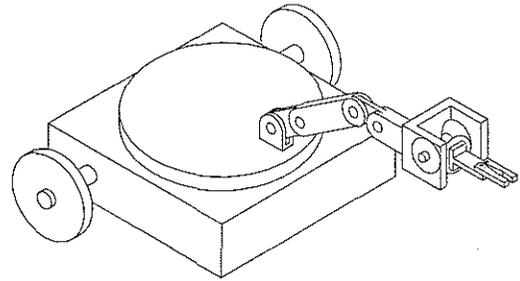


Figura 16. Parámetros de Denavit-Hartenberg del Brazo Robot

Tabla 1. Parámetros de Coordenadas de los Elementos del Brazo*

Articulación	α_i	a_i	θ_i	d_i	Rango
1	90°	79	0°	125	-90°, 90°
2	0°	120	20°	0	20°, 90°
3	0°	80	-30°	0	-30°, -120°
4	90°	0	90°	0	60°, 120°
5	0°	0	0°	102	-90°, 90°

*Longitudes en mm.

La Tabla 2 indica los resultados obtenidos mediante la representación de Denavit-Hartenberg. Así mismo la Figura 16 muestra la disposición de los sistemas de coordenadas correspondientes a esta representación.

Volumen de Trabajo del Brazo

La Figura 17 muestra dos vistas del volumen de trabajo del brazo robot. En la vista superior se puede apreciar la característica de simetría cilíndrica originada por el movimiento de giro de la base. La vista lateral corresponde al área de trabajo obtenida al mantener fija la primera articulación con un ángulo de giro de 0°.

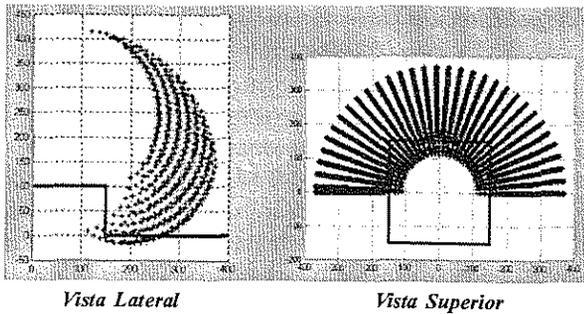


Figura 17. Volumen de Trabajo del Brazo Robot

El conocimiento del volumen de trabajo del brazo permite verificar si es posible alcanzar una pieza desde una determinada ubicación de la plataforma.

Descripción de los Movimientos de Articulación

• *Giro de la Base (1 articulación)*

El valor de la primera coordenada de articulación del brazo corresponde al ángulo de giro de la base. El primer grado de libertad determina un plano vertical dentro del cual se ubicará el efector final (Figura 18).

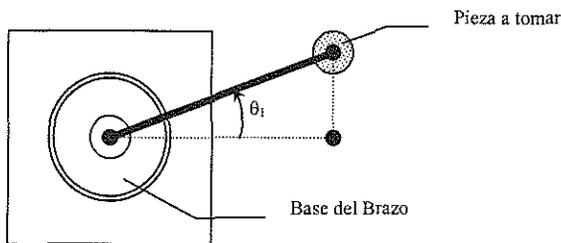


Figura 18. Medición del ángulo de giro de la base

• *Giro de la Muñeca (5 articulación)*

Se especifica un giro de la muñeca medido desde 0° para sentido de cierre horizontal hasta +90° para sentido de cierre vertical. (Figura 19).

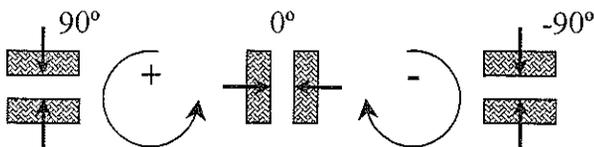


Figura 19. Especificación del ángulo de giro de la muñeca

• *Elevación de la Herramienta*

La elevación de la herramienta no corresponde a un solo movimiento de articulación, es el resultado de los movimientos en cada una de las tres articulaciones de elevación (2, 3, 4, Figura 16). Se mide respecto a un eje polar vertical hacia abajo, (Figura 20) considerando 0° para la posición de agarre vertical y 90° para posición de agarre horizontal, se han considerado positivos los ángulos hacia delante de la plataforma debido a que la lectura resulta más natural.

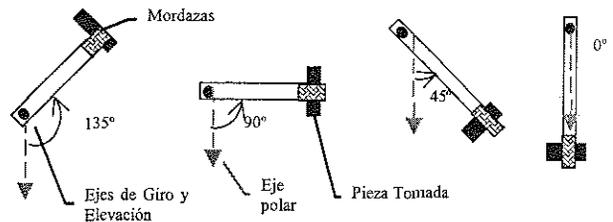


Figura 20. Medida del ángulo de elevación de la herramienta

Las articulaciones 2, 3 y 4 (Figura 16), correspondientes a los elementos brazo, antebrazo y muñeca presentan ángulos de articulación que definen la ubicación y elevación de la herramienta o efector final. Es de observar que el rango de trabajo de la articulación 3 comprende valores entre -30° y -120°, todos correspondientes a configuraciones de codo arriba (ver Tabla 1, Figura 21)

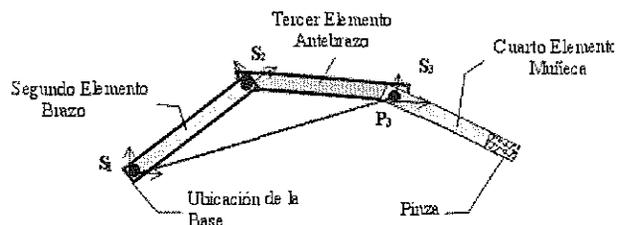


Figura 21. Articulaciones 2, 3 y 4

B. *Cinemática Inversa de la Posición Final*

El problema cinemático inverso consiste en encontrar los cinco ángulos de articulación, que permiten ubicar al efector final en un punto determinado con una orientación específica. Se parte de tres coordenadas de posición y dos de orientación: Elevación y Giro. No se considera desviación en la muñeca porque el brazo no cuenta con este tipo de movimiento.

Gracias a la simetría cilíndrica que posee la configuración tipo PUMA es posible plantear la solución al problema cinemático inverso por el método geométrico.

La primera coordenada de articulación (giro de la base se puede calcular por trigonometría teniendo en cuenta una vista superior del brazo y el objetivo (Figura 18).

La solución para las coordenadas de articulación 2, 3 y 4 se halla de dos formas (Figura 22):

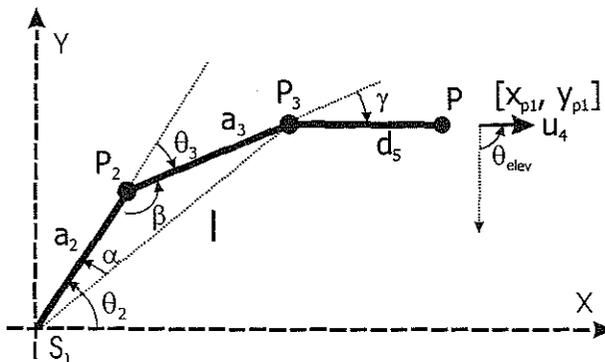


Figura 22. Solución de la Cinemática Inversa

- Si se conoce el ángulo de elevación del efector final se puede calcular rápidamente el punto P_3 (las longitudes a_2 , a_3 y d_5 son conocidas). Una vez hallado P_3 se resuelve el triángulo OP_2P_3 , de lados conocidos, para hallar los ángulos de articulación q_2 y q_3 ; el ángulo q_4 se calcula a partir de g .
- Si no se conoce el ángulo de elevación, o no es posible cumplirlo se toma como parámetro de cálculo el ángulo q_2 , hallando P_2 y resolviendo el triángulo P_2P_3P para q_3 y g . Este planteamiento puede generar múltiples soluciones.

La última coordenada de articulación corresponde al ángulo de giro de la herramienta y se encuentra desacoplado de los demás parámetros.

C. Verificación de Inexistencia de Choques del Brazo

Esta verificación se realiza teniendo en cuenta la característica de cada sistema de coordenadas en la representación D-H. Cada elemento se representa como un prisma de aristas fijas a su sistema de coordenadas asociado. Por medio de la matriz de transformación se expresan cada uno de los prismas respecto al sistema de coordenadas global y se verifica la no existencia de traslapes espaciales de los prismas modeladores de los elementos. Si existe al menos un traslape la posición y orientación del brazo es ilegal (no se puede obtener físicamente).

Interpolación De Trayectorias Para El Brazo Robot

La planificación de trayectorias en el brazo se puede realizar bien sea en el espacio de las variables de articulación o en el espacio cartesiano. Se calcula la historia temporal de todas las variables de articulación y de sus dos primeras derivadas respecto al tiempo para describir el movimiento deseado del manipulador. Para la planificación en el espacio cartesiano se define la historia temporal de la posición de la mano del manipulador, su velocidad y aceleración, y se deducen las correspondientes posiciones, velocidades y aceleraciones de la articulación a partir de la información de la mano.

En general la trayectoria planificada debe cumplir con los siguientes requerimientos: Los puntos de consigna de la trayectoria se deben calcular rápidamente de forma no iterativa; se deben determinar y especificar posiciones intermedias de forma determinística; se debe garantizar la continuidad de la posición de la articulación y de sus dos primeras derivadas respecto del tiempo de manera que la trayectoria planificada sea suave y se debe minimizar movimientos extraños, tales como desplazamientos erráticos.

La solución completa de esta interpolación se encuentra en [5] y fue implementado utilizando funciones propias de la Toolbox de Robótica para Matlab, hecha por [4].

CONCLUSIONES

Dentro de las posibilidades que ofrece la automatización de procesos a nivel industrial se encuentra la utilización de sistemas de robot como parte integrante de Celdas de Manufactura.

Se ha realizado una revisión del Estado del Arte en cuanto a planeación de trayectorias para robot.

En el trabajo con robots manipuladores o móviles es crucial el proceso de planeación de trayectorias porque es la manera como se indican las acciones que va a realizar el sistema de robot.

Antes de llevar a cabo la planeación de trayectorias es necesario conocer las ecuaciones cinemáticas que modelan al robot móvil o al manipulador.

El trabajo se realizó partiendo de consideraciones generales sobre planeamiento de trayectorias; sin embargo,

como una primera aproximación se implementaron métodos para espacios libres de obstáculos.

En cuanto a la planeación de trayectorias para el manipulador o brazo robot es de resaltar la importancia de representar adecuadamente las relaciones cinemáticas entre elementos. El modelado de Denavit-Hartenberg ofrece una forma sistemática para lograr este objetivo.

La solución del problema cinemático inverso se puede realizar de diferentes maneras; se escogió el método geométrico por ser aplicable dado el número de grados de libertad y la facilidad de implementación para quien desee conocer los conceptos fundamentales de robótica.

La generación de trayectorias para un manipulador debe dar como resultado, expresiones de seguimiento de coordenadas de articulación con primeras y segundas derivadas continuas (velocidades y aceleraciones de articulación continuas).

El software desarrollado se realizó en Matlab debido fundamentalmente a su versatilidad para el manejo de información matricial y estructurada, indispensable para el trabajo en robótica, así como una forma de dejar algoritmos que sean fácilmente estudiados y acoplados a las necesidades de quien inicie en este campo del conocimiento.

El software cuenta con notables facilidades de manejo para que pueda utilizarse por cualquier persona que desee empezar a familiarizarse con los temas de robótica y se sugiere su utilización dentro de los cursos y seminarios de robótica desarrollados por la Escuela.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ARAI H., TANIE K., and SHIROMA N. "Nonholonomic Control of a three-DOF Planar Underactuated Manipulator". IEEE Transactions on Robotics and Automation, October 1998.
- [2] BUCELLA TIM. "Servo Control of a DC- Brush motor". Teknic Inc. Embedded Control Handbook, Volume 1. Microchip Technology Inc.
- [3] CHUANG J. "Potential- Based Modeling of Three-Dimensional Workspace for Obstacle Avoidance". IEEE Transactions on Robotics and Automation, October 1998.
- [4] CORKE PETER I. "Robotics Toolbox (for use with MATLAB)". CSIRO Division of Manufacturing Technology, Preston, Australia. 1994.
- [5] FUK. S., GONZÁLEZ R. C., LEE C. S. G «Robótica: Control, Detección, Visión e Inteligencia». Mc Graw Hill. 1988.
- [6] GROOVER MIKELL P., WEISS MITCHELL, NAGEL ROGER, ODREYNICHOLAS G "Robótica Industrial: Tecnología, Programación y Aplicaciones". Mc Graw Hill. 1986.
- [7] HYDER A. K. "A 2-D and 3-D robot path planning algorithm based on Quadtree and Octree representation of workspace". Department of Electrical and Computer Engineering, University of Tennessee, 1988.
- [8] KANAYAMA Y. J. and KRAHN G. W. "Theory of Two-Dimensional Transformations". IEEE Transactions on Robotics and Automation, October 1998.
- [9] LAMIRAUX F., LAUMOND J. P., and SEKHAVAT S. "Motion planning and control for Hilare Pulling a Trailer". IEEE Transactions on Robotics and Automation, August 1999.
- [10] OSTROWSKI J. P. "Computing Reduced Equations For Robotics Systems With Constrains and Symmetries". IEEE Transactions on Robotics and Automation, February 1999.
- [11] REHG JAMES A. "Introduction to robotics in CIM Systems". Prentice Hall. 1997.
- [12] SEKHAVAT S. and LAUMOND J. P. "Topological Property for Collision-Free Nonholonomic Motion Planning: The Case of Sinusoidal Inputs for Chained Form Systems". IEEE Transactions on Robotics and Automation, October 1998.
- [13] SUNDAR S. and SHILLER Z. "Optimal Obstacle Avoidance Based on the Hamilton-Jacobi-Bellman Equation". IEEE Transactions on Robotics and Automation, April 1997.
- [14] TZIONAS P. G., THANAILAKIS A. and TSALIDES P. "Collision-Free Path Planning for a Diamond Shaped Robot Using Two-Dimensional Cellular Automata". IEEE Transactions on Robotics and Automation, April 1997.
- [15] VENDITELLIM., LAUMOND J. P., and NISSOUX C. "Obstacle Distance For Car-Like Robots". IEEE Transactions on Robotics and Automation, August 1999.